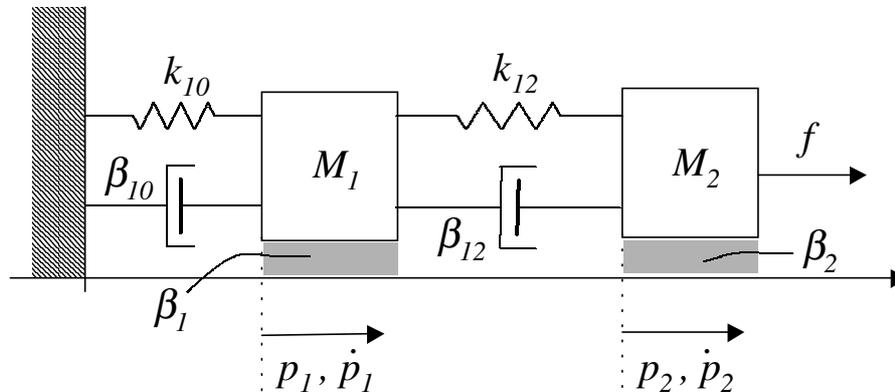


**CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria**  
**Compito del 21/VI/2005**

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.

**Esercizio 1** - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la forza  $f(t)$  è l'ingresso e la posizione  $p_2(t)$  è l'uscita. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita adottati, e precisando le proprietà del modello ottenuto secondo la classificazione introdotta a lezione;
2. determinare la funzione di trasferimento  $G(s)$  fra ingresso ed uscita, considerando i seguenti valori numerici dei parametri:  $M_1 = 10 \text{ kg}$ ,  $M_2 = 5 \text{ kg}$ ,  $k_{10} = k_{12} = 10 \text{ N/m}$ ,  $\beta_{10} = \beta_{12} = 30 \text{ Ns/m}$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 20 \text{ Ns/m}$ ;
3. calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante  $f(t) = \bar{f} = 5 \text{ N}$ ,  $\forall t \geq 0$ ;
4. che cosa si può dire sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto precedente?

**Esercizio 2** - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. ipotizzando condizioni iniziali nulle, determinare l'espressione analitica dell'uscita  $y(t)$  ad un ingresso  $u(t)$  a gradino di ampiezza 4, precisando le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. ipotizzando condizioni iniziali nulle, è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema ad un ingresso  $u(t)$  a gradino di ampiezza 4? se sì, quanto vale?
4. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato  $x(t)$ ? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
5. qualora si possa stabilizzare il sistema come al punto precedente, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
6. ipotizzando condizioni iniziali nulle, è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 4 ad un ingresso a gradino di ampiezza 4? se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dell'uscita  $y(t)$ ? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.