

Esercizio 1

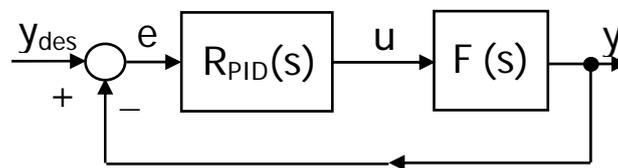
Un sistema avente funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{2(s+10)}{s(s+1)(s+8)^2}$$

è controllato in catena chiusa con retroazione negativa unitaria e regolatore in cascata di tipo PID *reale*, con funzione di trasferimento:

$$R_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \right)$$

secondo lo schema riportato in figura:



Progettare il regolatore PID mediante un metodo di taratura a scelta (in catena aperta o in catena chiusa), determinando il valore di N in modo da posizionare opportunamente il polo di chiusura del blocco derivatore. Valutare quindi la banda passante ed il picco di risonanza della risposta in frequenza del sistema in catena chiusa. Nel caso in cui il picco di risonanza risultasse particolarmente elevato (maggiore di 5 dB), studiare la possibilità di ridurlo utilizzando un diverso metodo di taratura e/o un diverso schema realizzativo di controllo.

Traccia della soluzione dell'esercizio 1

Si osserva che i metodi di taratura in anello aperto del regolatore PID non sono applicabili al caso in esame, poiché il sistema da controllare non è asintoticamente stabile, a causa della presenza di un polo nell'origine nella sua funzione di trasferimento.

Si prova ad utilizzare pertanto il metodo di taratura di Ziegler-Nichols in anello chiuso, dopo aver verificato l'esistenza di un compensatore statico di guadagno \bar{K}_p tale da generare un'oscillazione permanente sull'uscita. Tale compensatore esiste poiché F(s) presenta margine di guadagno finito pari a 27.7 dB, rilevabile in corrispondenza della pulsazione $\omega_\pi = 2.57$ rad/s alla quale $\arg(F(j\omega_\pi)) = -180^\circ$.

I parametri da utilizzare per applicare il metodo di taratura prescelto sono pertanto:

$$\bar{K}_p = 24.3 \text{ (corrispondente al margine di 27.7 dB)}$$

$$\bar{T} = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 2.44 \text{ s}$$

I valori dei guadagni del regolatore PID determinati dall'applicazione del metodo di taratura di Ziegler-Nichols in anello chiuso risultano:

$$K_p = 14.58, T_I = 1.221, T_D = 0.305.$$

Scegliendo $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura del blocco derivativo, si ottiene la seguente funzione di trasferimento del regolatore PID:

$$R_{\text{PID}}(s) = \frac{5.975s^2 + 18.24s + 14.58}{0.03725s^2 + 1.221s}$$

che permette di ottenere un sistema asintoticamente stabile in anello chiuso con margini di stabilità $M_G = 23.6$ dB, $m_\varphi = 20.9^\circ$, banda passante $\omega_B = 3.5$ rad/s e picco di risonanza $M_r = 9.24$ dB.

È possibile ridurre il picco di risonanza (attualmente maggiore di 5 dB), utilizzando il metodo di taratura in anello chiuso con imposizione del margine di fase. Assegnando ad esempio un margine desiderato di fase di 45° , si determinano i seguenti valori per i guadagni del regolatore PID:

$$K_p = 17.18, T_I = 1.876, T_D = 0.469.$$

Mantenendo invariata la scelta $N = 10$, si ottiene la seguente funzione di trasferimento del regolatore PID:

$$R_{\text{PID}}(s) = \frac{16.63s^2 + 33.04s + 17.18}{0.088s^2 + 1.876s}$$

che permette di ottenere un sistema in anello chiuso avente banda passante $\omega_B = 4.9$ rad/s e picco di risonanza $M_r = 3.6$ dB (con margini di stabilità $M_G = 17.7$ dB, $m_\varphi = 40.3^\circ$). Si osserva un significativo aumento della banda passante, legato al posizionamento della pulsazione di cross-over in corrispondenza di ω_π , secondo quanto richiesto dal metodo (il valore effettivo risultante di ω_c è pari a 2.7 rad/s).

Viene lasciata allo studente l'analisi di possibili vantaggi ottenibili utilizzando differenti schemi realizzativi di controllo, con applicazione delle azioni proporzionale e derivativa solo sull'uscita del sistema da controllare.

Esercizio 2

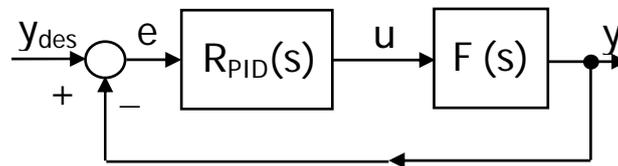
Un sistema avente funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{4s^2 + 1200s + 90000}{s^3 + 154s^2 + 5600s + 20000}$$

è controllato in catena chiusa con retroazione negativa unitaria e regolatore in cascata di tipo PID *reale*, con funzione di trasferimento:

$$R_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \right)$$

secondo lo schema riportato in figura:



Progettare il regolatore PID mediante un metodo di taratura a scelta (in catena aperta o in catena chiusa), determinando il valore di N in modo da posizionare opportunamente il polo di chiusura del blocco derivatore. Valutare quindi il tempo di salita e la sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso. Nel caso in cui la sovraelongazione risultasse elevata, confrontare i risultati ottenibili con metodi diversi di taratura del regolatore e/o con un diverso schema realizzativo di controllo.

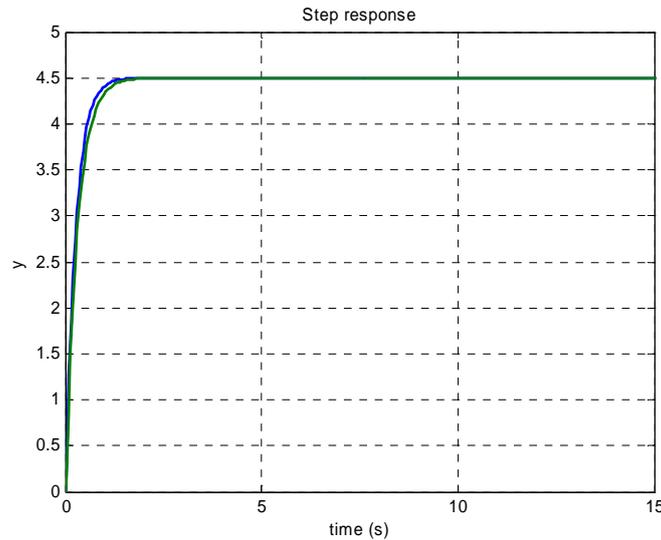
Traccia della soluzione dell'esercizio 2

Si osserva che i metodi di taratura in anello chiuso del regolatore PID non sono applicabili al caso in esame, poiché il sistema da controllare presenta margine di guadagno infinito.

Si prova ad utilizzare pertanto un metodo di taratura in anello aperto, approssimando il sistema dato con una funzione di trasferimento del I ordine con ritardo della forma:

$$F'(s) = \frac{K_F}{1 + \tau_F s} \cdot e^{-\theta_F s}$$

con $K_F = 4.5$, $\tau_F = 0.3$ e $\theta_F = 0.01$; nella figura sottostante sono riportati i grafici della risposta al gradino del sistema originario descritto da $F(s)$ (in blu) e della $F'(s)$ approssimata (in verde), che permettono di apprezzare la correttezza dei valori assunti per i parametri della funzione approssimata.



Applicando il metodo di taratura di Ziegler-Nichols in anello aperto, si determinano i seguenti valori dei guadagni del regolatore PID:

$$K_p = 8, T_I = 0.02, T_D = 0.005.$$

Scegliendo $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura del blocco derivativo, si ottiene la seguente funzione di trasferimento del regolatore PID:

$$R_{PID}(s) = \frac{0.00088s^2 + 0.164s + 8}{10^{-5}s^2 + 0.02s}$$

che permette di ottenere un sistema asintoticamente stabile in anello chiuso con margine di guadagno infinito e margine di fase $m_\phi = 39.7^\circ$, tempo di salita della risposta al gradino $t_s = 0.018$ s e sovraelongazione massima pari al 37%.

Applicando invece il metodo di taratura di Cohen-Coon, si determinano i seguenti valori per i guadagni del regolatore PID:

$$K_p = 8.944, T_I = 0.0243, T_D = 0.0036.$$

Mantenendo invariata la scelta $N = 10$, si ottiene la seguente funzione di trasferimento del regolatore PID:

$$R_{PID}(s) = \frac{8.63 \cdot 10^{-4}s^2 + 0.2203s + 8.944}{8.77 \cdot 10^{-6}s^2 + 0.0243s}$$

che permette di ottenere un sistema in anello chiuso con margine di guadagno infinito e margine di fase $m_\phi = 41.7^\circ$, tempo di salita della risposta al gradino $t_s = 0.0178$ s e sovraelongazione massima pari al 35.7% (leggermente inferiore al caso precedente).

L'utilizzo di un differente schema realizzativo di controllo, con applicazione delle azioni proporzionale e derivativa solo sull'uscita del sistema da controllare, risulta in questo caso particolarmente vantaggioso per ridurre la sovraelongazione; utilizzando ad esempio i valori dei guadagni ottenuti con il metodo di Cohen-Coon, si ottiene una sovraelongazione massima pari solo al 10.1% (con tempo di salita $t_s = 0.046$ s).