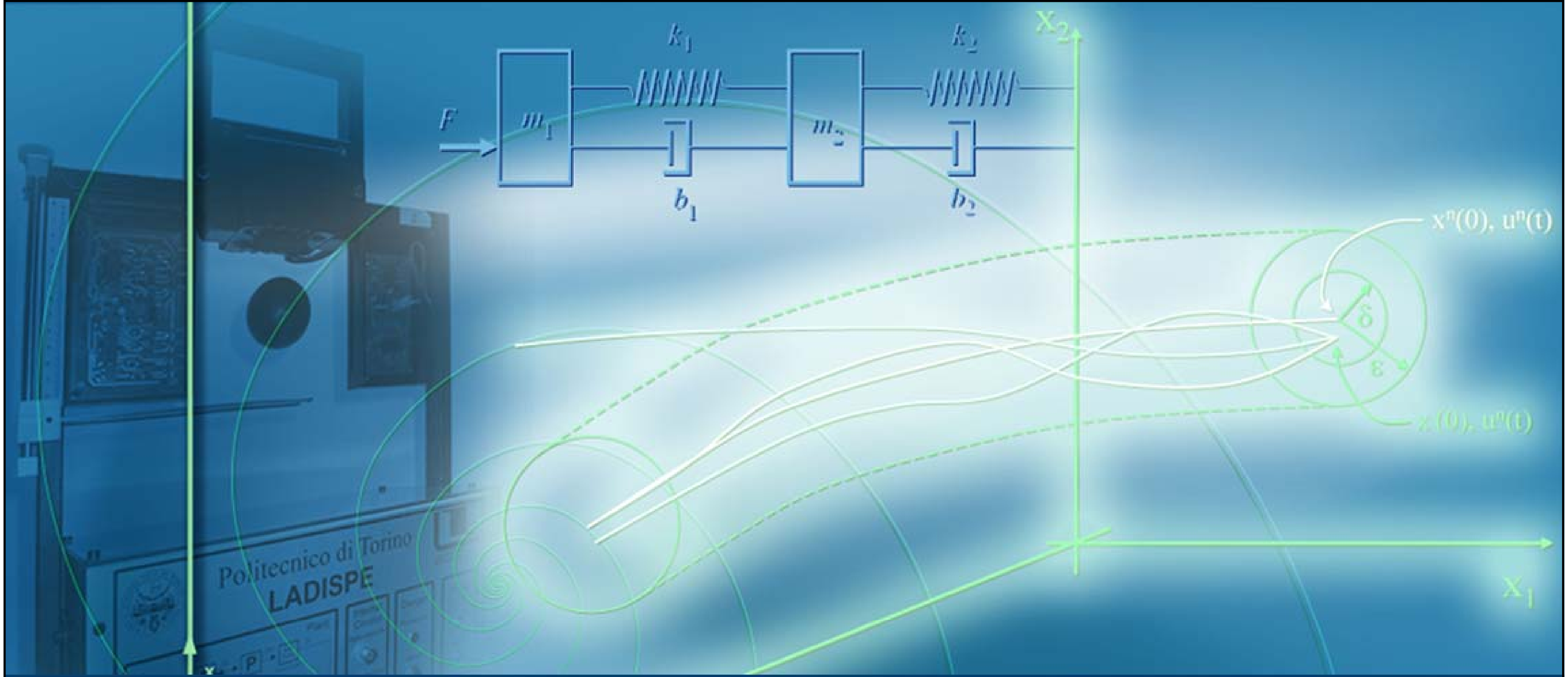
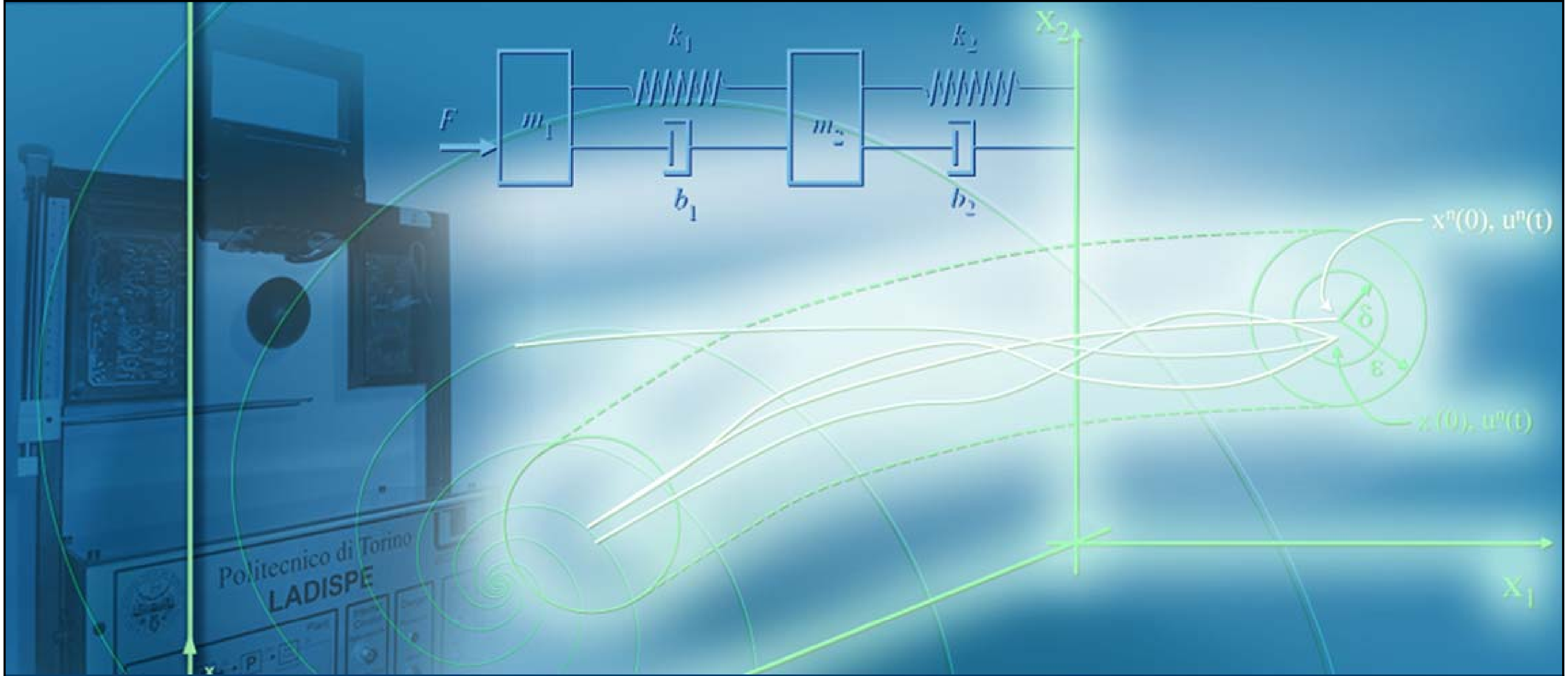


Introduzione e modellistica dei sistemi

Modellistica dei sistemi dinamici elettrici

Modellistica dei sistemi dinamici elettrici

- Elementi fondamentali
- Rappresentazione in variabili di stato
- Esempi di rappresentazione in variabili di stato

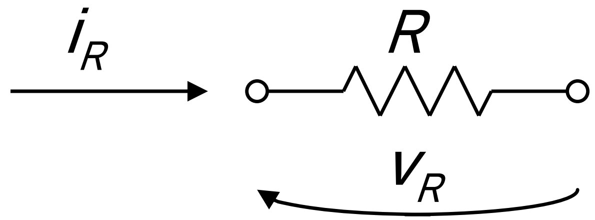


Modellistica dei sistemi dinamici elettrici

Elementi fondamentali

Resistore ideale

- **Resistore ideale** di resistenza R



L'equazione costitutiva nel dominio del tempo è:

$$\boxed{v_R(t) = R\, i_R(t)}$$

mentre nel dominio delle trasformate di Laplace è:

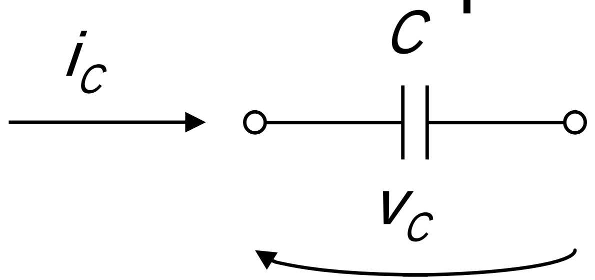
$$\boxed{V_R(s) = R\, I_R(s)}$$

N.B.: l'equazione costitutiva è di tipo statico

Unità di misura: $[R] = \Omega$, $[v_R] = \mathrm{V}$, $[i_R] = \mathrm{A}$

Condensatore ideale

- **Condensatore ideale** di capacità C



L'equazione costitutiva nel dominio del tempo è:

$$\boxed{i_C(t) = C\, dv_C(t)/dt}$$

mentre nel dominio delle trasformate di Laplace è:

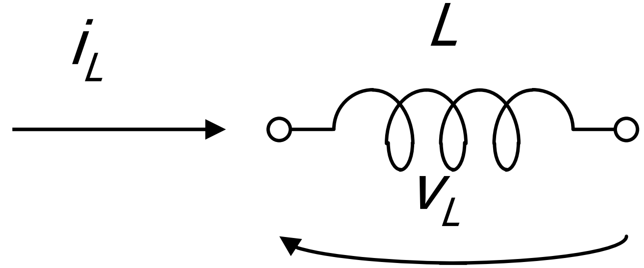
$$\boxed{I_C(s) = s\,C\,V_C(s) - C\,v_C(t = 0_-)}$$

N.B.: l'equazione costitutiva è data da un'equazione differenziale $\Rightarrow$ si sceglie $\boldsymbol{v_C}$ come variabile di stato

Unità di misura: $[C]$ = F , $[v_C]$ = V , $[i_C]$ = A

Induttore ideale

- **Induttore ideale** di induttanza L



L'equazione costitutiva nel dominio del tempo è:

$$\boxed{v_L(t) = L\, di_L(t)/dt}$$

mentre nel dominio delle trasformate di Laplace è:

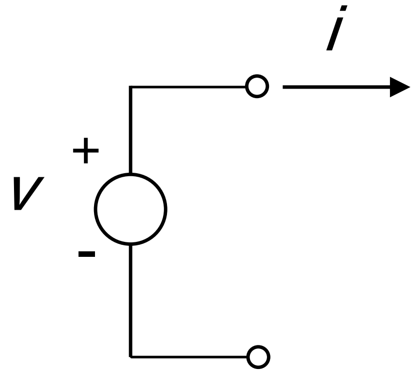
$$\boxed{V_L(s) = s\,L\,I_L(s) - L\,i_L(t = 0_-)}$$

N.B.: l'equazione costitutiva è data da un'equazione differenziale $\Rightarrow$ si sceglie $\boldsymbol{i_L}$ come variabile di stato

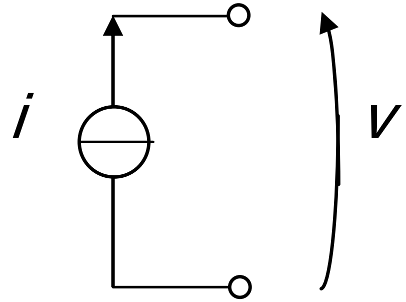
Unità di misura: $[L]$ = H , $[v_L]$ = V , $[i_L]$ = A

Generatori ideali

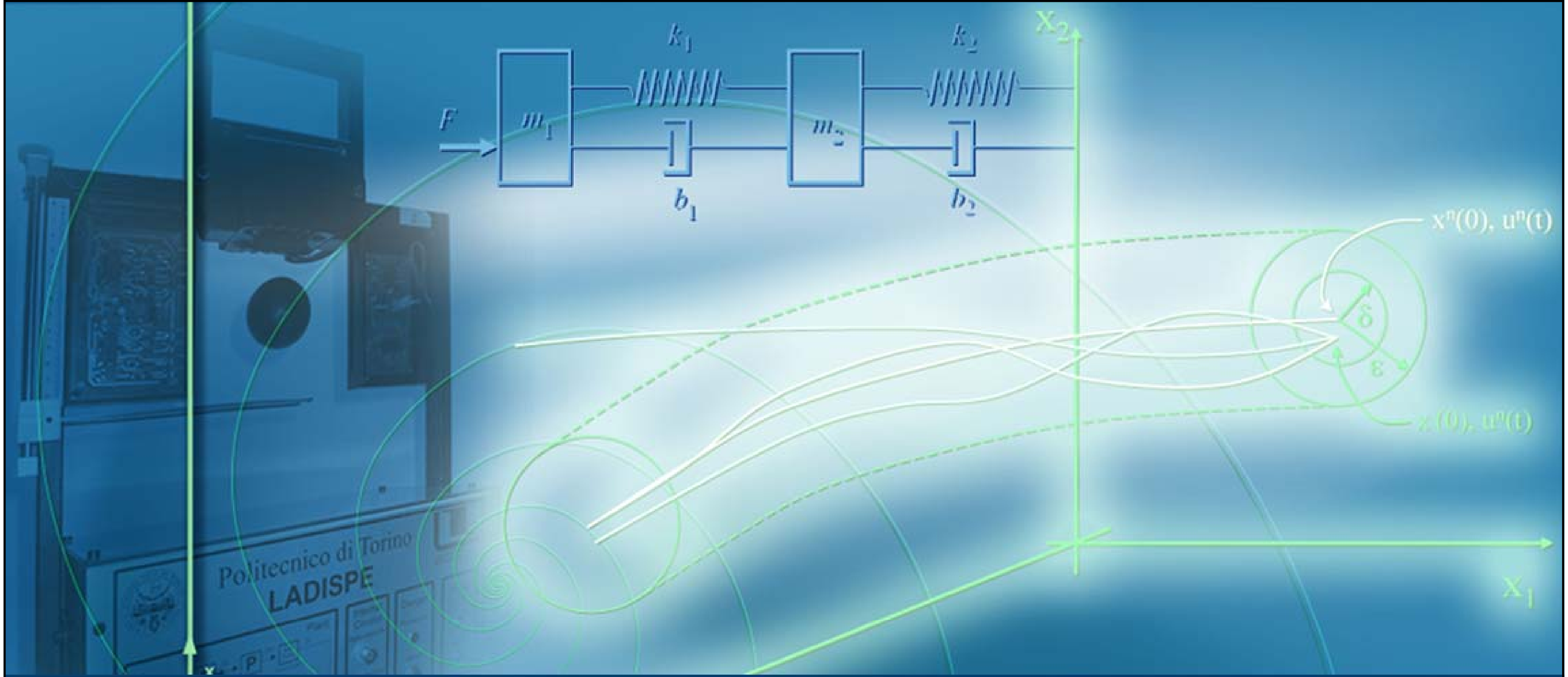
- **Generatore ideale di tensione**



- **Generatore ideale di corrente**



N.B.: costituiscono gli ingressi del sistema dinamico



Modellistica dei sistemi dinamici elettrici

Rappresentazione in variabili di stato

Rappresentazione in variabili di stato (1/2)

- Si scrivono le **equazioni costitutive** soltanto per i componenti con memoria (condensatori e induttori)
- Si scrivono le **equazioni topologiche** della rete elettrica, applicando le leggi di Kirchhoff (ai nodi e alle maglie) o un qualsiasi altro metodo di analisi di circuiti elettrici (potenziali ai nodi, correnti cicliche)
- Si introduce una **variabile di stato** x_i per ogni componente con memoria, scegliendo in particolare
  - La tensione applicata ad ogni condensatore
  - La corrente che scorre in ogni induttore
- Si associa una **variabile di ingresso** u_j a ogni generatore ideale di tensione o di corrente

Rappresentazione in variabili di stato (2/2)

- Si ricavano le **equazioni di stato** del tipo

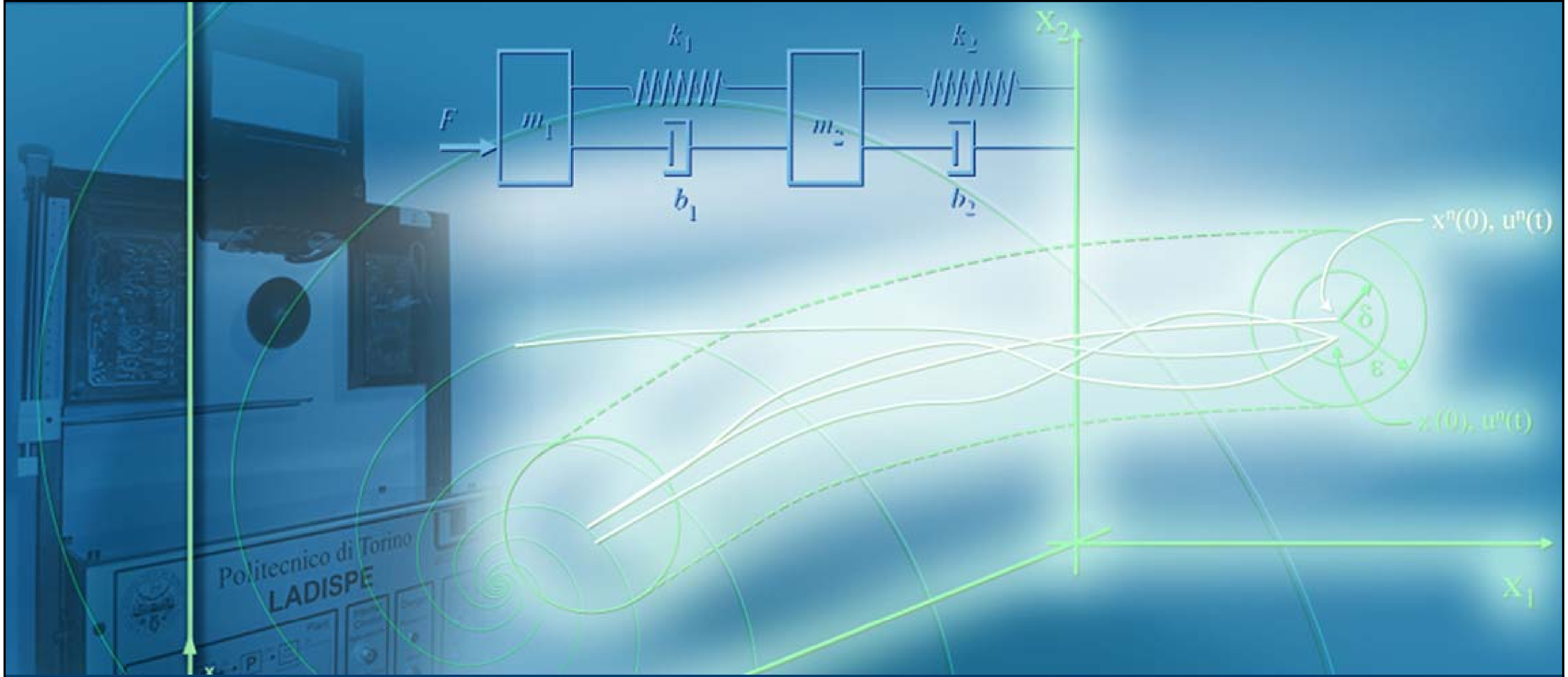
$$\boxed{\dot{x}_i(t) = \frac{dx_i(t)}{dt} = f_i\big(t, x(t), u(t)\big)}$$

a partire dalle equazioni costitutive e topologiche precedenti, esprimendo $\dot{x}_i$ soltanto in funzione di variabili d'ingresso e stato, se necessario ricorrendo anche a equazioni costitutive di eventuali resistori

- Si ricavano le **equazioni di uscita** del tipo

$$\boxed{y_k(t) = g_k\big(t, x(t), u(t)\big)}$$

esprimendo ogni variabile di interesse y_k soltanto in funzione di variabili di ingresso e di stato

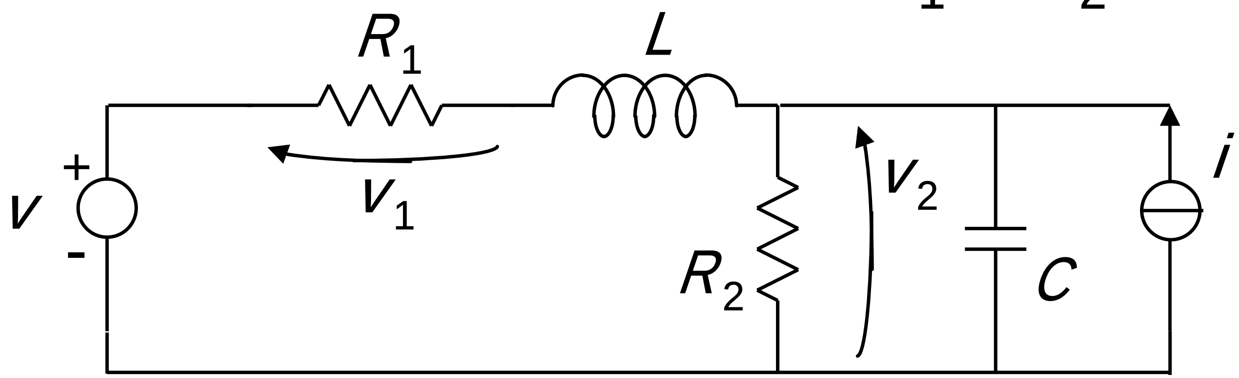


Modellistica dei sistemi dinamici elettrici

Esempi di rappresentazione in variabili di stato

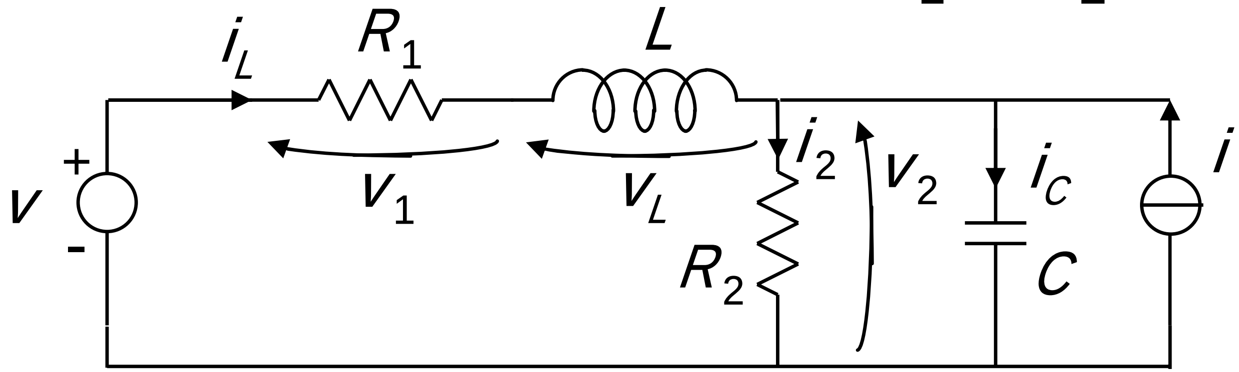
Esempio #1 di rappresentazione (1/8)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, assumendo come variabili di interesse le tensioni v_1 e v_2



Esempio #1 di rappresentazione (2/8)

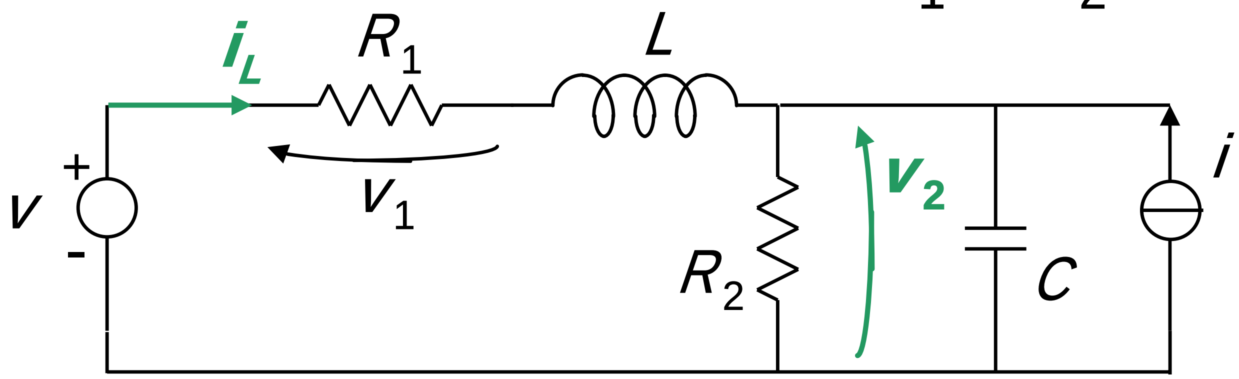
- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, assumendo come variabili di interesse le tensioni v_1 e v_2



- Equazioni costitutive:
  1) $v_L(t) = L\, di_L(t)/dt$
  2) $i_C(t) = C\, dv_C(t)/dt = C\, dv_2(t)/dt$
  3) $v(t) = v_1(t) + v_L(t) + v_2(t)$ (equazione alla maglia)
  4) $i_L(t) + i(t) = i_2(t) + i_C(t)$ (equazione al nodo)

Esempio #1 di rappresentazione (3/8)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, assumendo come variabili di interesse le tensioni v_1 e v_2

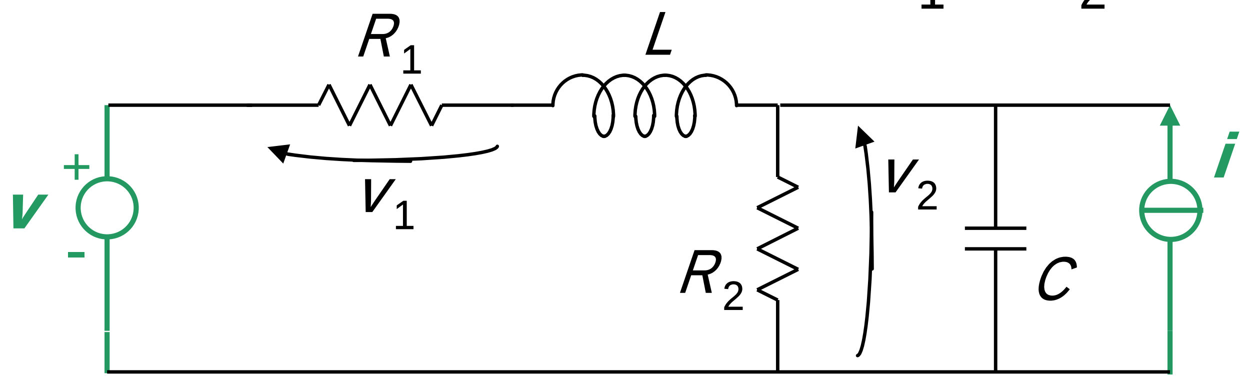


- Variabili di stato:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Esempio #1 di rappresentazione (4/8)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, assumendo come variabili di interesse le tensioni v_1 e v_2



- Variabili di ingresso:

$$u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Esempio #1 di rappresentazione (5/8)

- Equazioni costitutive e topologiche:

1) $v_L(t) = L\, di_L(t)/dt$

2) $i_C(t) = C\, dv_2(t)/dt$

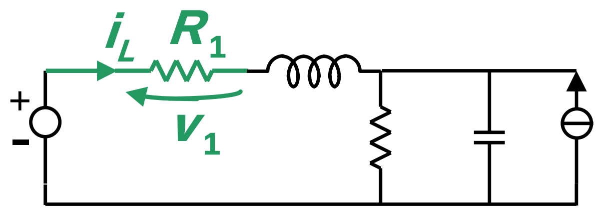
3) $v(t) = v_1(t) + v_L(t) + v_2(t)$

4) $i_L(t) + i(t) = i_2(t) + i_C(t)$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

- Equazioni di stato:



$$\dot{x}_1 = di_L/dt = v_L/L = \left(v - v_1 - v_2\right)/L =$$
$$= \left(u_1 - v_1 - x_2\right)/L = \left(u_1 - R_1 i_L - x_2\right)/L =$$
$$= -\frac{R_1}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 = f_1(t, x, u)$$

Esempio #1 di rappresentazione (6/8)

- Equazioni costitutive e topologiche:

  1) $v_L(t) = L\, di_L(t) / dt$

  2) $i_C(t) = C\, dv_2(t) / dt$

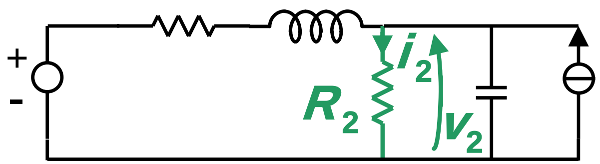
  3) $v(t) = v_1(t) + v_L(t) + v_2(t)$

  4) $i_L(t) + i(t) = i_2(t) + i_C(t)$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

- Equazioni di stato:



$$\dot{x}_2 = dv_2 / dt = i_C / C = \left(i_L + i - i_2\right) / C =$$

$$= \left(x_1 + u_2 - i_2\right) / C = \left(x_1 + u_2 - v_2 / R_2\right) / C =$$

$$= \frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{R_2 C} x_2 + \frac{1}{C} u_2 = f_2\left(t, x, u\right)$$

Esempio #1 di rappresentazione (7/8)

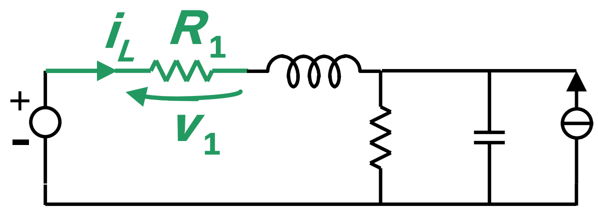
- Equazioni costitutive e topologiche:

1) $v_L(t) = L\, di_L(t)\big/ dt$
2) $i_C(t) = C\, dv_2(t)\big/ dt$
3) $v(t) = v_1(t) + v_L(t) + v_2(t)$
4) $i_L(t) + i(t) = i_2(t) + i_C(t)$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

- Equazioni di uscita:



$$y_1 = v_1 = R_1 i_L = R_1 x_1 = g_1(t, x, u)$$

$$y_2 = v_2 = x_2 = g_2(t, x, u)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$$

Esempio #1 di rappresentazione (8/8)

- Equazioni di stato: $\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{R_1}{L} x_1 - \dfrac{1}{L} x_2 + \dfrac{1}{L} u_1 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{C} x_1 - \dfrac{1}{R_2 C} x_2 + \dfrac{1}{C} u_2 \end{cases}$
- Equazioni di uscita: $\begin{cases} y_1 = R_1 x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$
- Se R_1, R_2, L e C sono costanti, il sistema è LTI $\Rightarrow$ ha come rappresentazione in variabili di stato

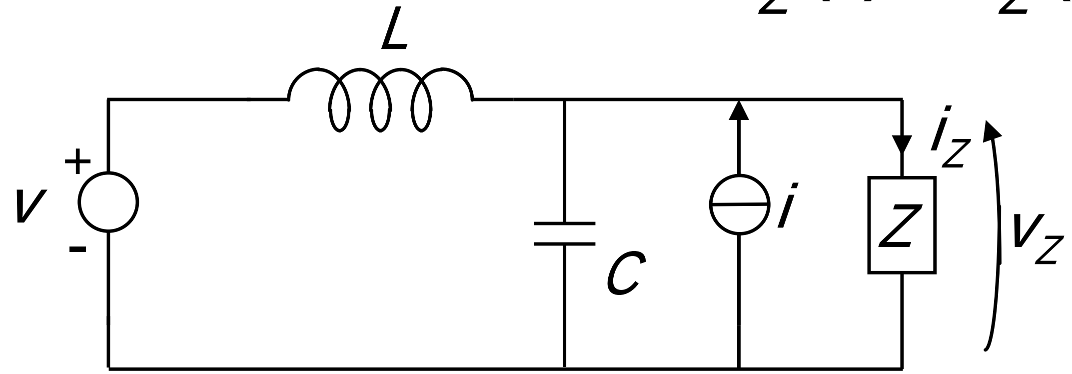
$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -R_1/L & -1/L \\ 1/C & -1/R_2 C \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/C \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

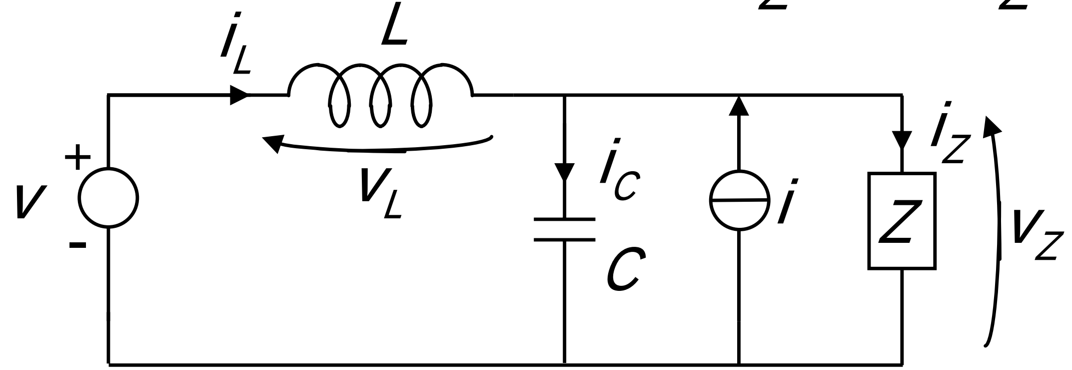
Esempio #2 di rappresentazione (1/8)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = 3v_Z(t)$ e il bipolo Z ha caratteristica $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$



Esempio #2 di rappresentazione (2/8)

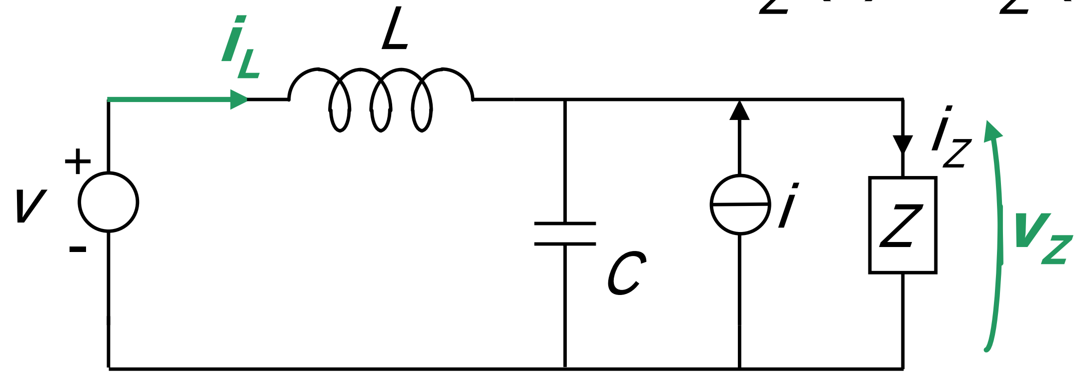
- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = 3v_Z(t)$ e il bipolo Z ha caratteristica $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$



- Equazioni costitutive:
  1) $v_L(t) = L\, di_L(t)/dt$
  2) $i_C(t) = C\ dv_C(t)/dt = C\ dv_Z(t)/dt$
  3) $v(t) = v_L(t) + v_Z(t)$ (equazione alla maglia)
  4) $i_L(t) + i(t) = i_C(t) + i_Z(t)$ (equazione al nodo)

Esempio #2 di rappresentazione (3/8)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = 3v_Z(t)$ e il bipolo Z ha caratteristica $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$

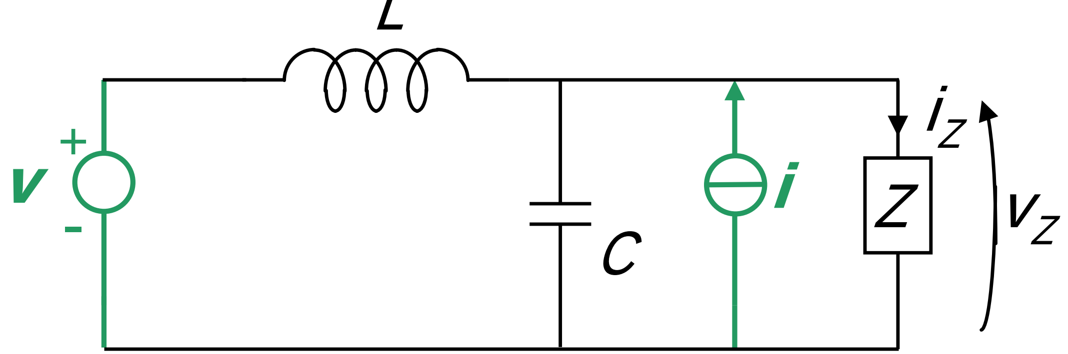


- Variabili di stato:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_Z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Esempio #2 di rappresentazione (4/8)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = 3v_Z(t)$ e il bipolo Z ha caratteristica $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$



- Variabili di ingresso:

$$u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Esempio #2 di rappresentazione (5/8)

- Equazioni costitutive e topologiche:

  1) $v_L(t) = L\, di_L(t) \big/ dt$ 3) $v(t) = v_L(t) + v_Z(t)$

  2) $i_C(t) = C\, dv_Z(t) \big/ dt$ 4) $i_L(t) + i(t) = i_C(t) + i_Z(t)$

  5) $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_Z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

- Equazioni di stato:

$$\dot{x}_1 = di_L \big/ dt = v_L \big/ L = \left(v - v_Z\right) \big/ L = \left(u_1 - x_2\right) \big/ L =$$
$$= -\frac{1}{L} x_2 + \frac{1}{L} u_1 = f_1(t, x, u)$$

Esempio #2 di rappresentazione (6/8)

- Equazioni costitutive e topologiche:

1) $v_L(t) = L\, di_L(t)/dt$ 3) $v(t) = v_L(t) + v_Z(t)$

2) $i_C(t) = C\, dv_Z(t)/dt$ 4) $i_L(t) + i(t) = i_C(t) + i_Z(t)$

5) $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_Z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

- Equazioni di stato:

$$\dot{x}_2 = dv_Z/dt = i_C/C = \left(i_L + i - i_Z\right)/C =$$
$$= (x_1 + u_2 - v_Z^3 + v_Z)/C = (x_1 + u_2 - x_2^3 + x_2)/C =$$
$$= \frac{1}{C}x_1 + \frac{1}{C}x_2 - \frac{1}{C}x_2^3 + \frac{1}{C}u_2 = f_2(t,x,u)$$

Esempio #2 di rappresentazione (7/8)

- Equazioni costitutive e topologiche:

  1) $v_L(t) = L\, di_L(t) \big/ dt$ 3) $v(t) = v_L(t) + v_Z(t)$

  2) $i_C(t) = C\, dv_Z(t) \big/ dt$ 4) $i_L(t) + i(t) = i_C(t) + i_Z(t)$

  5) $i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_Z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

- Equazione di uscita:

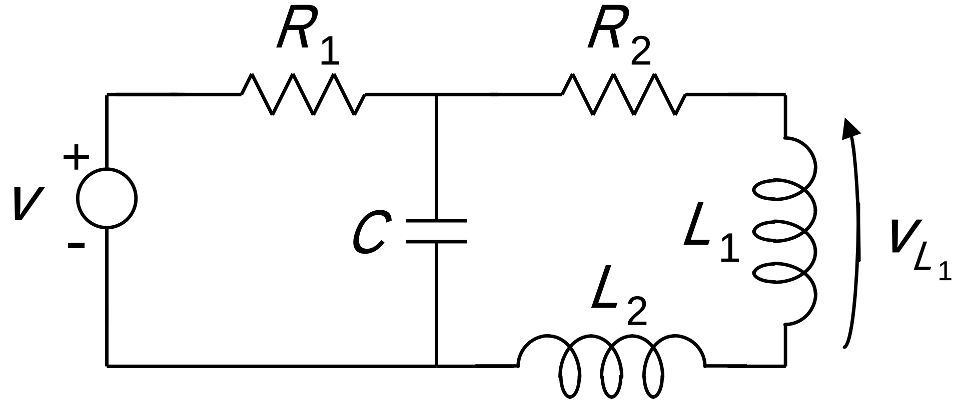
$$y = 3v_Z = 3x_2 = g(t, x, u)$$

Esempio #2 di rappresentazione (8/8)

- Equazioni di stato: $$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 + \frac{1}{C}x_2 - \frac{1}{C}x_2^3 + \frac{1}{C}u_2 \end{cases}$$
- Equazione di uscita: $y = 3x_2$
- Il sistema risulta non lineare, a causa del bipolo Z avente caratteristica statica non lineare
- Il sistema è inoltre dinamico, a tempo continuo, a dimensione finita ($n=2$), MIMO ($p=2$, $q=1$), proprio, stazionario nel caso L e C siano costanti

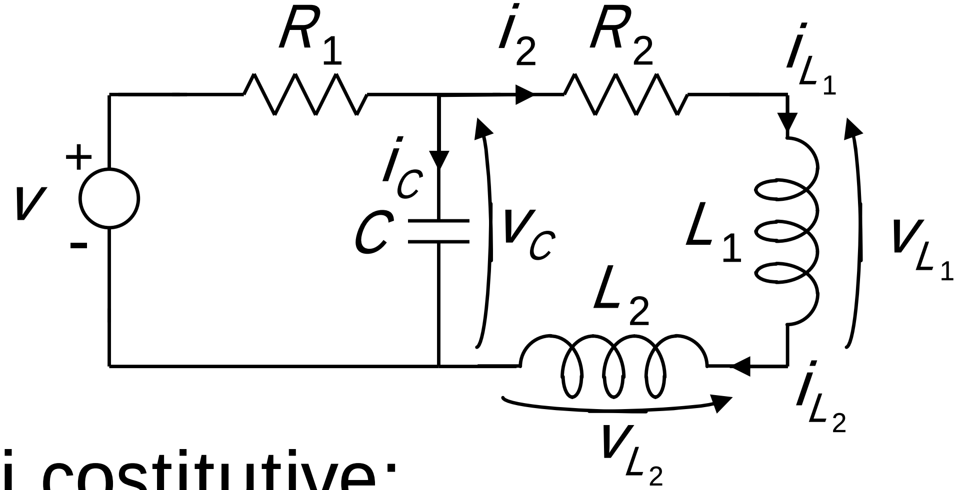
Esempio #3 di rappresentazione (1/10)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = v_{L_1}(t)$



Esempio #3 di rappresentazione (2/10)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = v_{L_1}(t)$



- Equazioni costitutive:

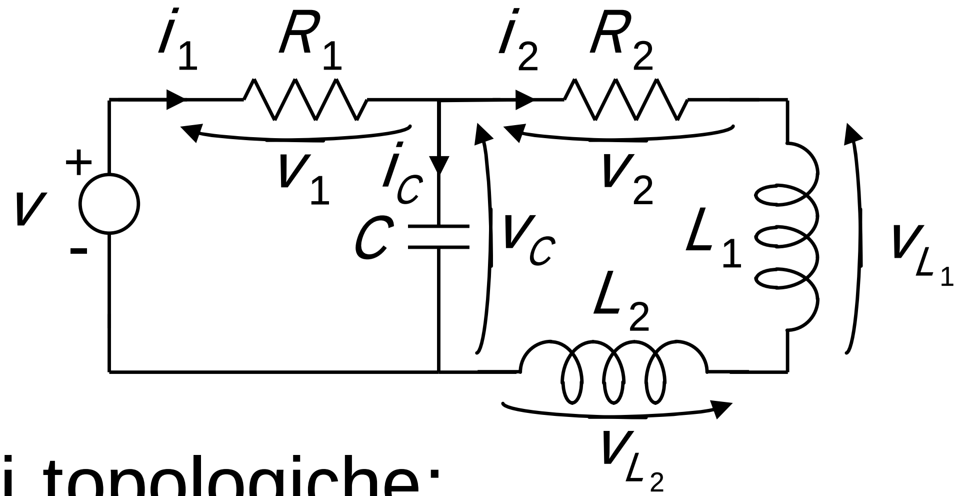
1) $i_C(t) = C\, dv_C(t)/dt$

2) $v_{L_1}(t) = L_1\, di_{L_1}(t)/dt = L_1\, di_2(t)/dt \quad \left(i_{L_1}(t) = i_2(t)\right)$

3) $v_{L_2}(t) = L_2\, di_{L_2}(t)/dt = L_2\, di_2(t)/dt \quad \left(i_{L_2}(t) = i_2(t)\right)$

Esempio #3 di rappresentazione (3/10)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = v_{L_1}(t)$



- Equazioni topologiche:

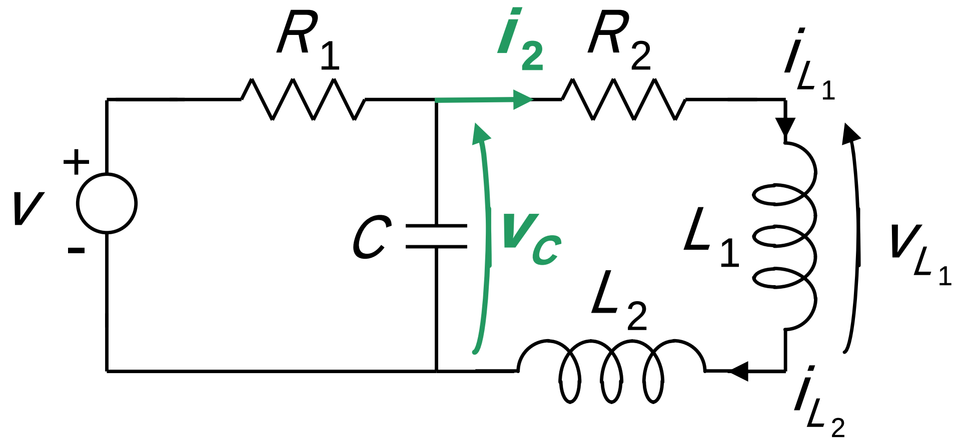
4) $v(t) \ = v_1(t) + v_C(t)$ (equaz. alla maglia 1)

5) $v_C(t) = v_2(t) + v_{L_1}(t) + v_{L_2}(t)$ (equaz. alla maglia 2)

6) $i_1(t) \ = i_C(t) + i_2(t)$ (equazione al nodo)

Esempio #3 di rappresentazione (4/10)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = v_{L_1}(t)$

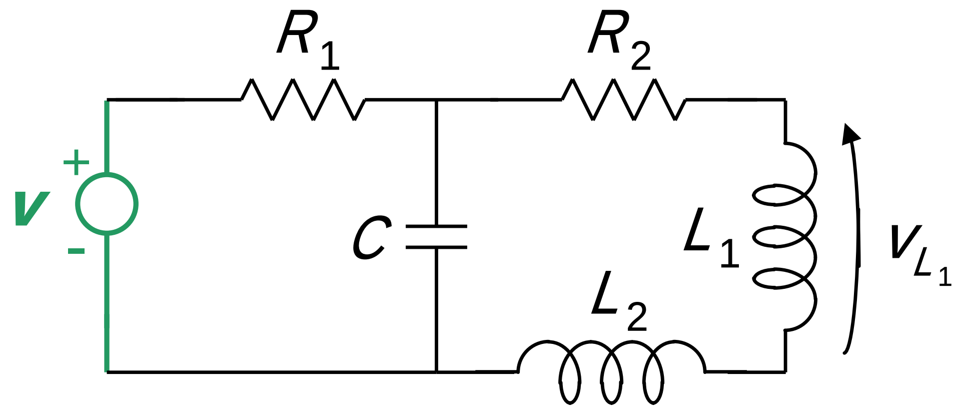


- Variabili di stato:

$$x(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_{L_1}(t) \\ i_{L_2}(t) \end{bmatrix} \qquad i_{L_1}(t) = i_{L_2}(t) = i_2(t) \Rightarrow x(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Esempio #3 di rappresentazione (5/10)

- Ricavare la rappresentazione in variabili di stato della seguente rete elettrica, in cui $y(t) = v_{L_1}(t)$



- Variabile di ingresso:

$$u(t) = \left[v(t) \right]$$

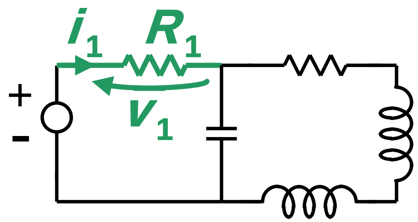
Esempio #3 di rappresentazione (6/10)

- Equazioni costitutive e topologiche:

$$
\begin{aligned}
&1)\ i_C(t) = C\, dv_C(t)/dt && 4)\ v(t) = v_1(t) + v_C(t)\\
&2)\ v_{L_1}(t) = L_1 di_2(t)/dt && 5)\ v_C(t) = v_2(t) + v_{L_1}(t) + v_{L_2}(t)\\
&3)\ v_{L_2}(t) = L_2 di_2(t)/dt && 6)\ i_1(t) = i_C(t) + i_2(t)
\end{aligned}
$$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = [v(t)]$$



- Equazioni di stato:

$$\dot{x}_1 = dv_C/dt = i_C/C = (i_1 - i_2)/C =$$

$$= (v_1/R_1 - x_2)/C = [(v - v_C)/R_1 - x_2]/C =$$

$$= [(u - x_1)/R_1 - x_2]/C = -\frac{1}{R_1 C} x_1 - \frac{1}{C} x_2 + \frac{1}{R_1 C} u = f_1(t, x, u)$$

Esempio #3 di rappresentazione (7/10)

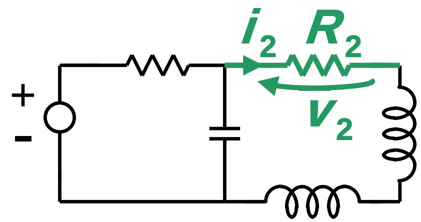
- Equazioni costitutive e topologiche:

$$\begin{aligned}
&1)\ i_C(t) = C\, dv_C(t)/dt && 4)\ v(t) = v_1(t) + v_C(t)\\
&2)\ v_{L_1}(t) = L_1 di_2(t)/dt && 5)\ v_C(t) = v_2(t) + v_{L_1}(t) + v_{L_2}(t)\\
&3)\ v_{L_2}(t) = L_2 di_2(t)/dt && 6)\ i_1(t) = i_C(t) + i_2(t)
\end{aligned}$$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = [v(t)]$$

- Equazioni di stato:



$$\dot{x}_2 = di_2/dt = v_{L_1}/L_1 = (v_C - v_2 - v_{L_2})/L_1 =$$

$$= \left(x_1 - R_2 i_2 - L_2 di_2(t)/dt\right)/L_1 = \frac{1}{L_1}x_1 - \frac{R_2}{L_1}x_2 - \frac{L_2}{L_1}\dot{x}_2 \Rightarrow$$

$$\dot{x}_2\left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right) = \frac{1}{L_1}x_1 - \frac{R_2}{L_1}x_2 \Rightarrow \dot{x}_2 = \frac{1}{L_1+L_2}x_1 - \frac{R_2}{L_1+L_2}x_2 = f_2(t,x,u)$$

Esempio #3 di rappresentazione (8/10)

- Equazioni costitutive e topologiche:

$$
\begin{array}{ll}
1)\ i_C(t) = C\, dv_C(t)/dt & 4)\ v(t) = v_1(t) + v_C(t) \\
2)\ v_{L_1}(t) = L_1 di_2(t)/dt & 5)\ v_C(t) = v_2(t) + v_{L_1}(t) + v_{L_2}(t) \\
3)\ v_{L_2}(t) = L_2 di_2(t)/dt & 6)\ i_1(t) = i_C(t) + i_2(t)
\end{array}
$$

- Variabili di stato e di ingresso:

$$x(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \qquad u(t) = [v(t)]$$

- Equazione di uscita:

$$y = v_{L_1} = L_1 di_2(t)/dt = L_1 \dot{x}_2 = L_1 f_2(t,x,u) \Rightarrow$$

$$y = \frac{L_1}{L_1+L_2} x_1 - \frac{L_1 R_2}{L_1+L_2} x_2 = g(t,x,u)$$

Esempio #3 di rappresentazione (9/10)

- Equazioni di stato: $\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{1}{R_1C}x_1 - \dfrac{1}{C}x_2 + \dfrac{1}{R_1C}u \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{L_1+L_2}x_1 - \dfrac{R_2}{L_1+L_2}x_2 \end{cases}$
- Equazione di uscita: $y = \dfrac{L_1}{L_1+L_2}x_1 - \dfrac{L_1R_2}{L_1+L_2}x_2$
- Se R_1, R_2, L_1, L_2 e C sono costanti, il sistema è LTI $\Rightarrow$ ha come rappresentazione in variabili di stato

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{R_1C} & -\dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L_1+L_2} & -\dfrac{R_2}{L_1+L_2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1C} \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \dfrac{L_1}{L_1+L_2} & -\dfrac{L_1R_2}{L_1+L_2} \end{bmatrix}, D = 0$$

Esempio #3 di rappresentazione (10/10)

- Una rete elettrica è detta **degenere** se contiene:
  - Maglie di condensatori (nei cui lati sono presenti solo condensatori e/o generatori di tensione) e/o
  - Tagli di induttori (i cui lati sono costituiti solo da induttori e/o generatori di corrente, come in quest'ultimo esempio in cui L_1 e L_2 sono in serie)
- Nelle reti degeneri, il numero totale di condensatori e induttori presenti è maggiore della dimensione n del sistema, poiché le tensioni sui condensatori o le correnti negli induttori non sono tutte indipendenti
- In generale, la dimensione n del sistema è pari al numero di variabili di stato linearmente indipendenti