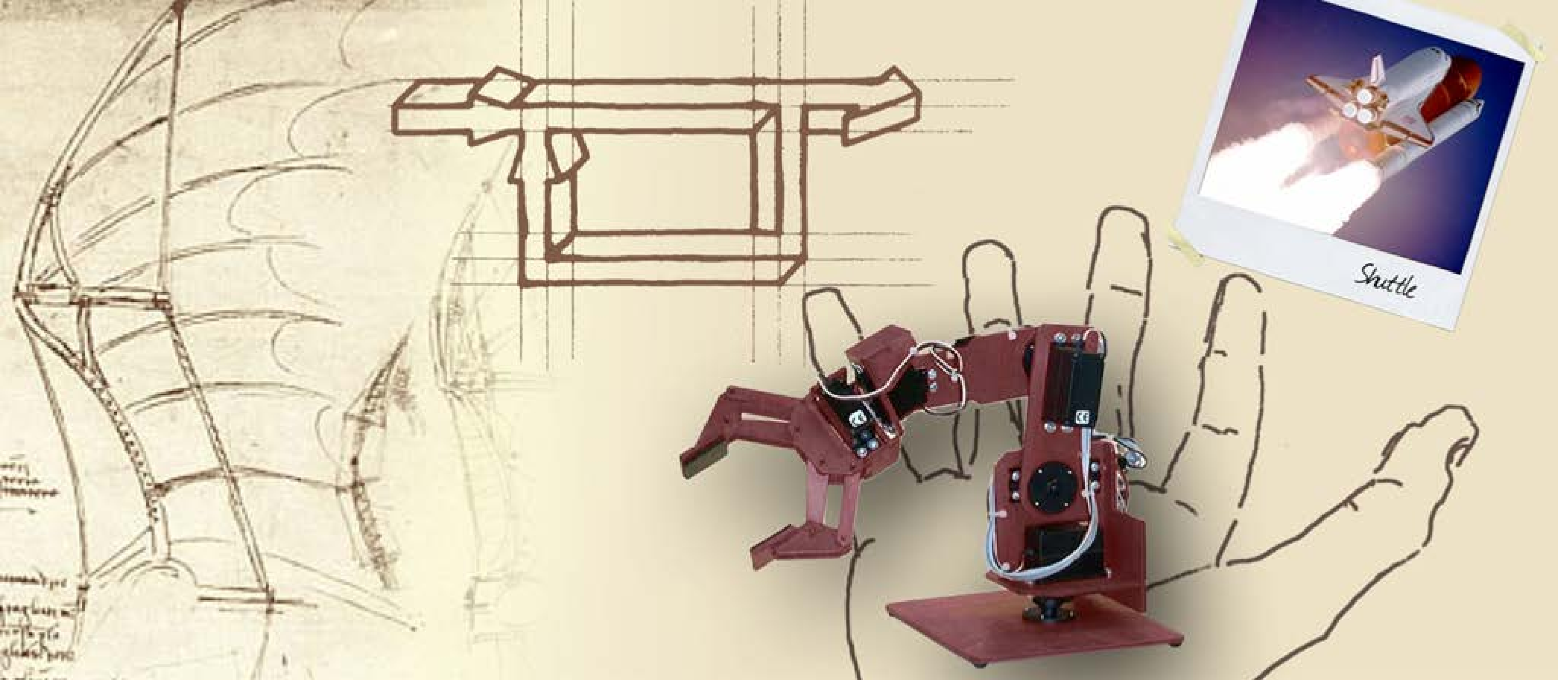
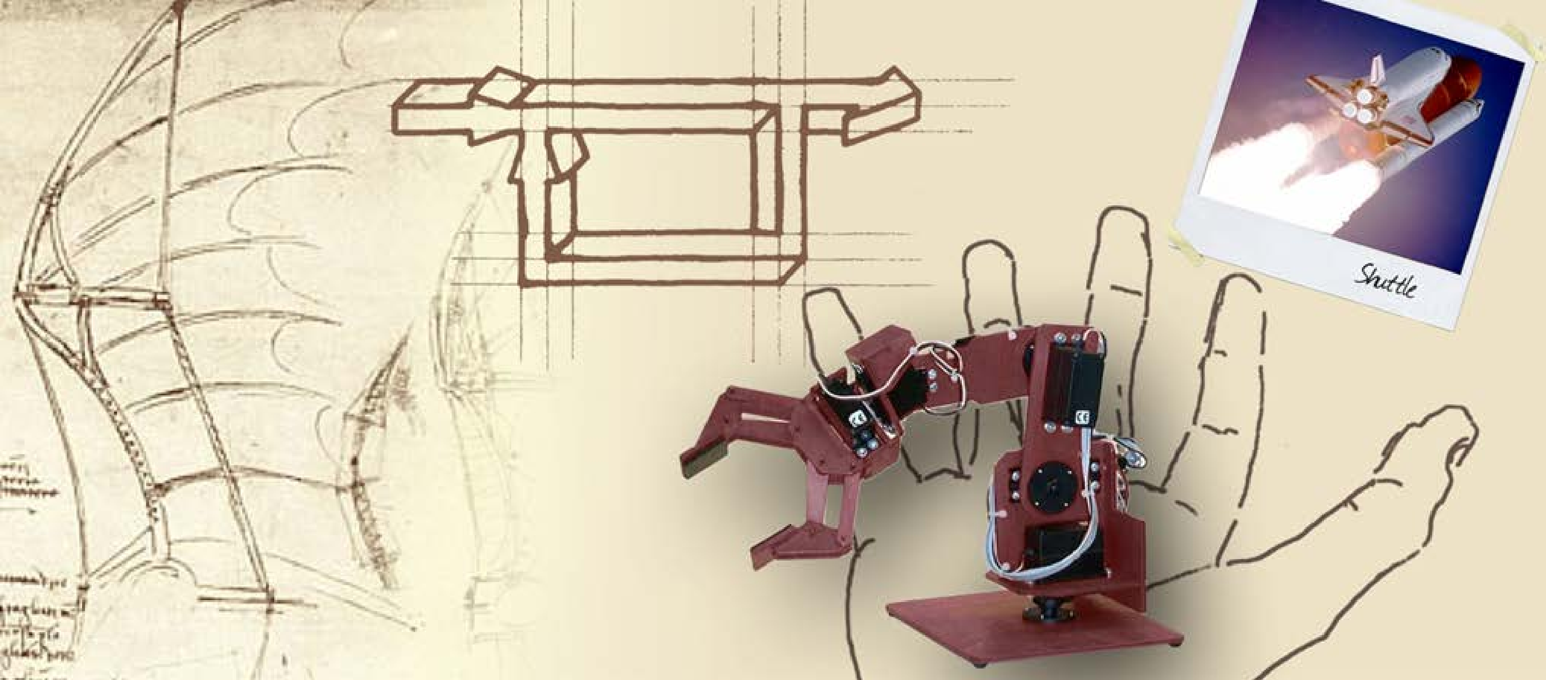


Introduzione e strumenti

Schemi a blocchi

Schemi a blocchi

- Convenzioni generali ed elementi di base
- Dall’equazione alla rappresentazione grafica
- L’algebra dei blocchi
- Calcolo di funzioni di trasferimento di schemi interconnessi



Schemi a blocchi

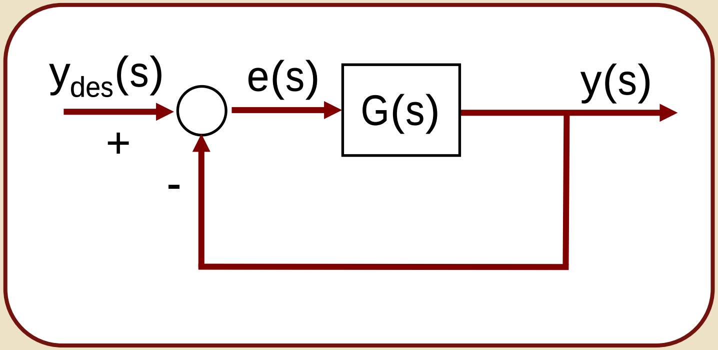
Convenzioni generali ed elementi di base

Convenzioni generali

- Gli **schemi a blocchi** costituiscono un semplice ed efficace metodo di rappresentazione grafica del modello di un sistema dinamico
- Si costruiscono dalle equazioni del corrispondente modello matematico, formulato introducendo opportune variabili di ingresso, di uscita ed interne, ed espresso nel dominio del tempo oppure in quello della variabile complessa s
- I quattro **elementi base** costitutivi degli schemi a blocchi sono: i **rami**, i **blocchi**, i **punti di derivazione** ed i **sommatori**

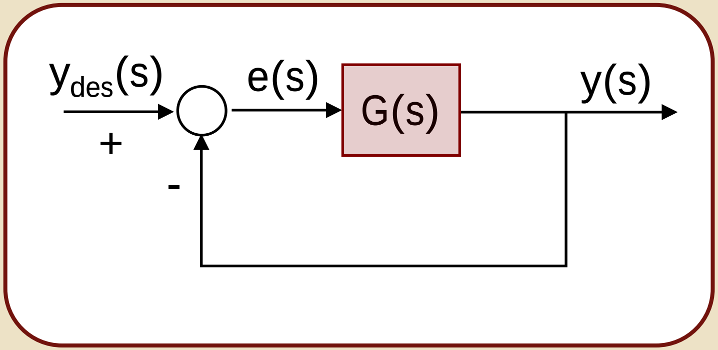
Elementi base: rami e blocchi

- Ai **rami**, rappresentati da archi orientati, sono associate le variabili di ingresso, di uscita ed interne



Elementi base: rami e blocchi

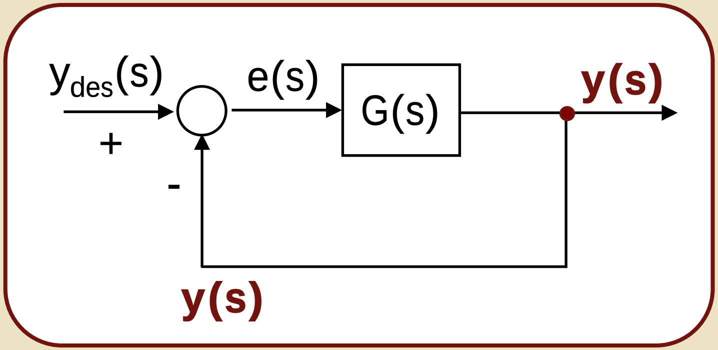
- Ai **rami**, rappresentati da archi orientati, sono associate le variabili di ingresso, di uscita ed interne
- A ciascun **blocco** è associata la funzione di trasferimento (fdt) fra la variabile entrante e quella uscente dal blocco stesso



$$y(s) = G(s)e(s)$$

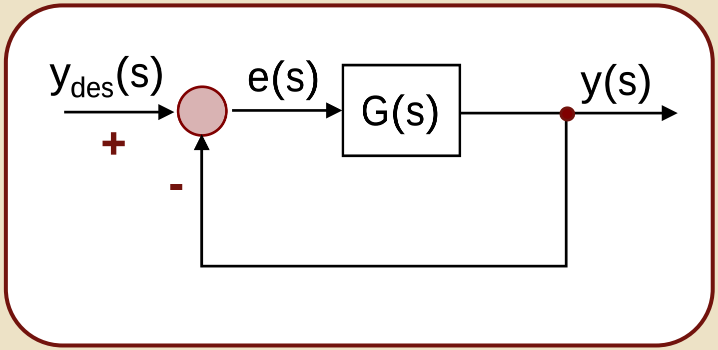
Elementi base: punti di derivazione

- Un **punto di derivazione** permette di trasferire una medesima variabile su diversi rami di uscita, senza apportare modifiche



Elementi base: sommatori

- La variabile associata al ramo di uscita di un **sommatore** (o **nodo di somma**) è data dalla somma algebrica delle variabili associate ai rami entranti

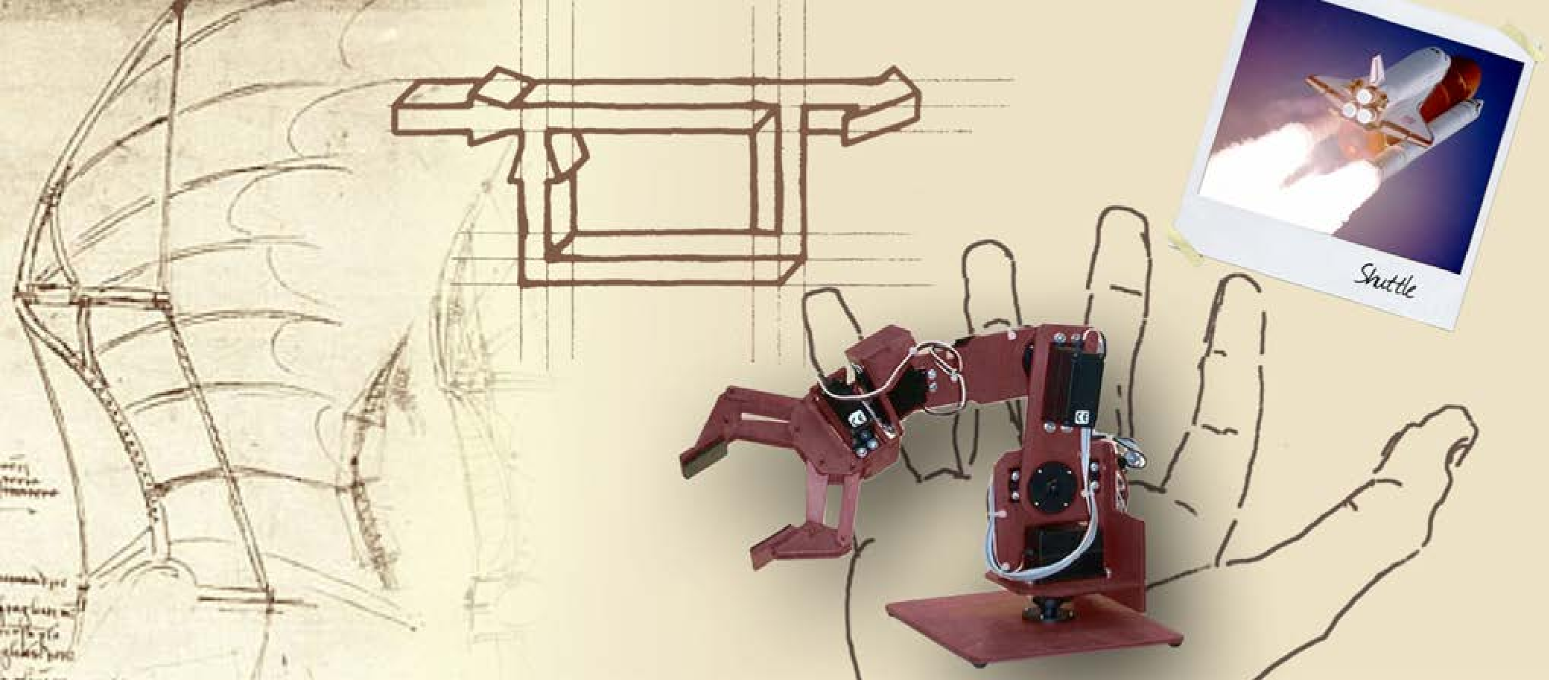


$$e(s) = y_{des}(s) - y(s)$$

Estensione ai sistemi MIMO

- Gli schemi a blocchi possono essere utilizzati anche per rappresentare **sistemi multivariabili (MIMO)**
- Nel caso di sistemi MIMO ad ogni ramo è associata la corrispondente **variabile vettoriale** e ad ogni blocco la **matrice di trasferimento** fra il vettore di ingresso e quello di uscita

In questa trattazione si farà riferimento solo a sistemi ad un ingresso ed un’uscita (SISO)



Schemi a blocchi

Dall'equazione alla rappresentazione grafica

Dall’equazione allo schema a blocchi

- È possibile associare alle equazioni del modello di un sistema dinamico il corrispondente schema a blocchi, realizzando le operazioni richieste per mezzo degli elementi base introdotti e mantenendo inalterate le relazioni esistenti fra le variabili di ingresso, di uscita ed interne

Esempio: il motore in c.c. (1/2)

- Il modello dinamico di un motore in corrente continua comandato in tensione d’armatura può essere approssimato nel dominio della variabile complessa s dalle seguenti equazioni:

Tensione f.c.e.m.

$$V_a(s) - K_m\Omega(s) = (sL + R_a)I_a(s)$$

Coppia motrice

$$K_m I_a(s) = (sJ + \beta)\Omega(s)$$

V_a, I_a = tensione, corrente di armatura

K_m = costante del motore

Ω = velocità angolare dell’albero motore

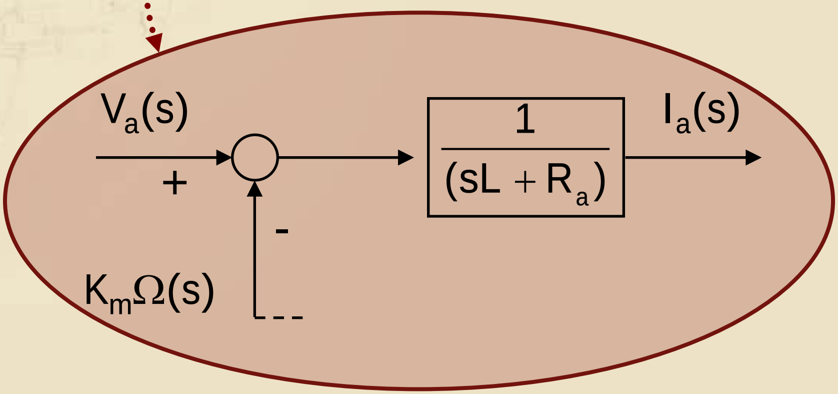
J, β = momento di inerzia e coefficiente di attrito viscoso

Esempio: il motore in c.c. (2/2)

- Dalle equazioni è possibile ricavare lo schema a blocchi equivalente:

$$\boxed{V_a(s) - K_m\Omega(s) = (sL + R_a)I_a(s)}$$

$$K_m I_a(s) = (sJ + \beta)\Omega(s)$$

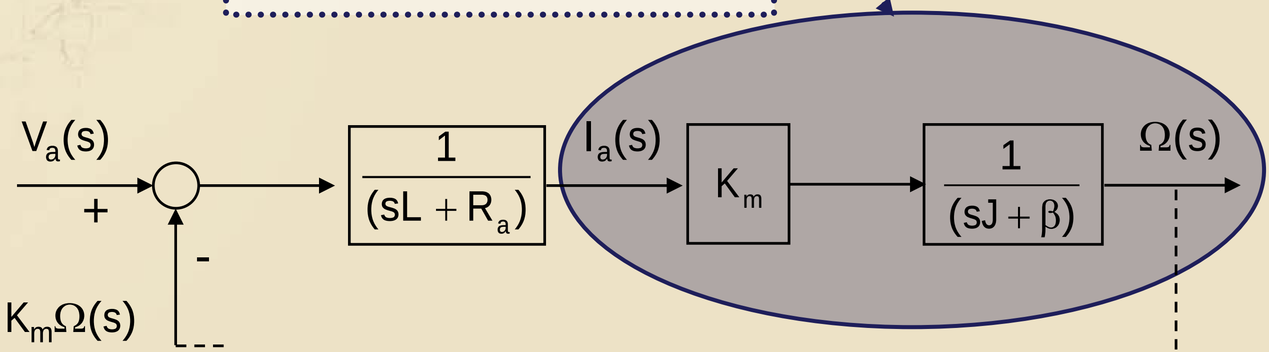


Esempio: il motore in c.c. (2/2)

- Dalle equazioni è possibile ricavare lo schema a blocchi equivalente:

$$V_a(s) - K_m\Omega(s) = (sL + R_a)I_a(s)$$

$$\boxed{K_m I_a(s) = (sJ + \beta)\Omega(s)}$$

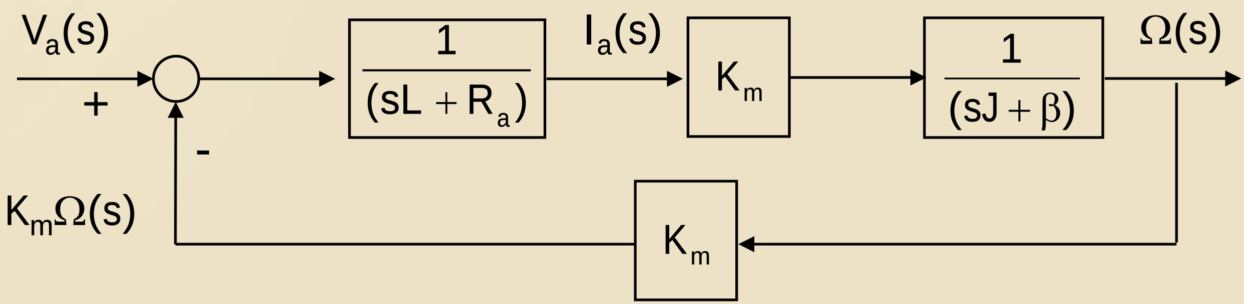


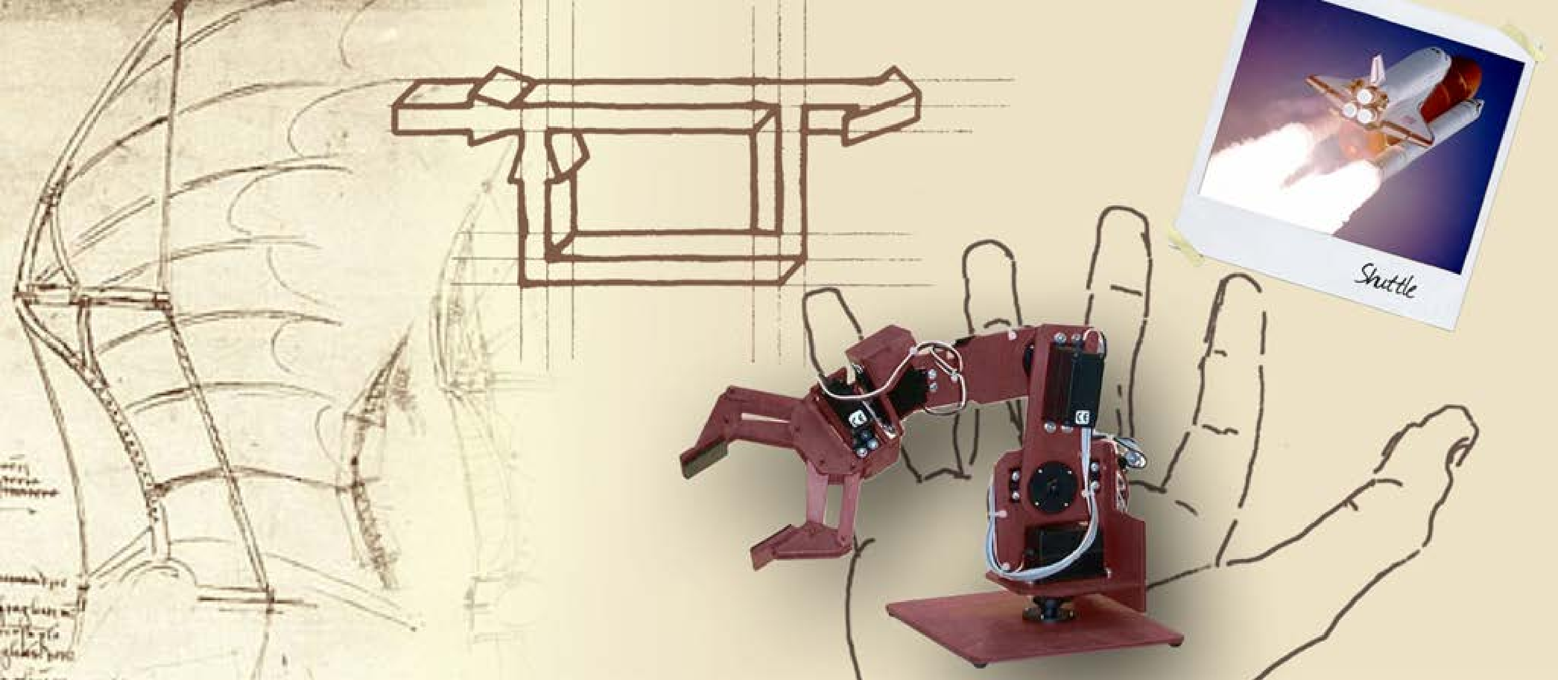
Esempio: il motore in c.c. (2/2)

- Dalle equazioni è possibile ricavare lo schema a blocchi equivalente:

$$V_a(s) - K_m\Omega(s) = (sL + R_a)I_a(s)$$

$$K_m I_a(s) = (sJ + \beta)\Omega(s)$$





Schemi a blocchi

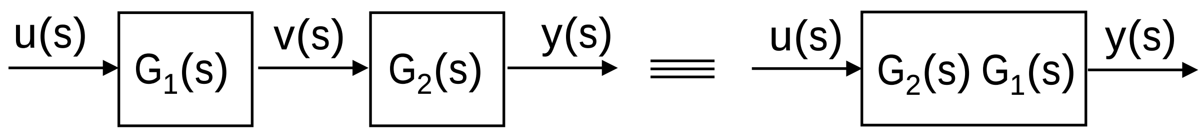
L’algebra dei blocchi

Elaborazione di schemi interconnessi

- Esistono regole di **algebra dei blocchi** che permettono di ridurre schemi complessi a strutture più semplici
  - Tale riduzione permette di calcolare agevolmente la funzione di trasferimento fra la variabile assunta come ingresso del sistema e quella d'interesse considerata come uscita
- Le regole, trasformazioni ed equivalenze dell'algebra dei blocchi di seguito illustrate possono essere applicate singolarmente o combinate fra loro

Cascata di blocchi

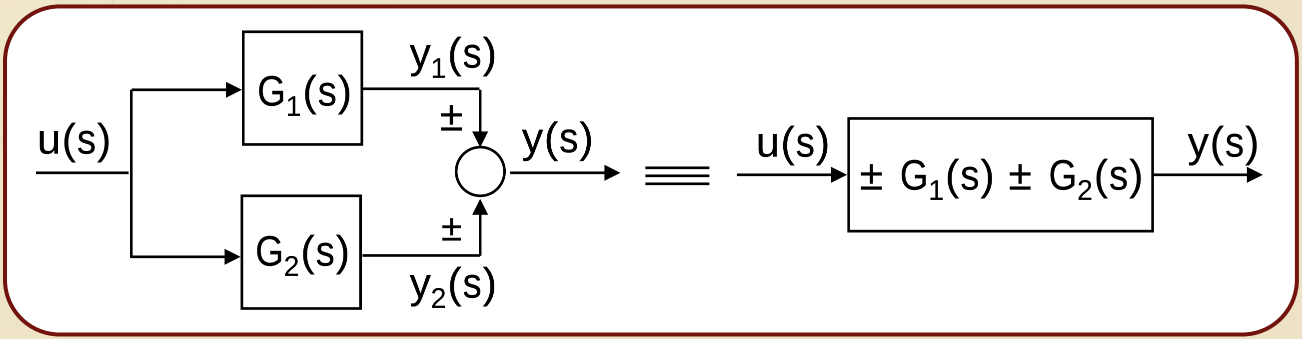
- La funzione di trasferimento di due (o più) **blocchi in cascata** è data dal prodotto delle funzioni di trasferimento dei blocchi



$$y(s) = G_2(s)\,\boxed{v(s)} = G_2(s)\,\boxed{G_1(s)\,u(s)}$$

Parallelo di blocchi

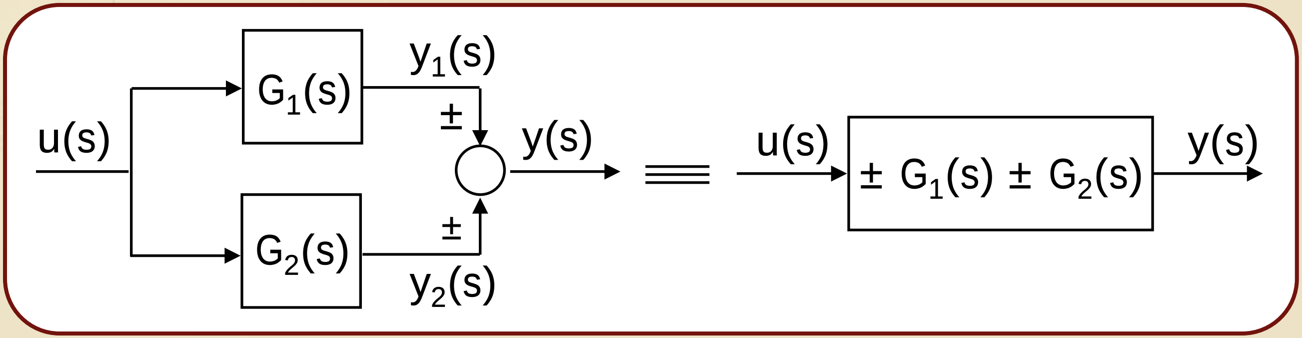
- La funzione di trasferimento di due (o più) **blocchi in parallelo** è data dalla somma delle funzioni di trasferimento dei blocchi



$$y(s) = \pm \boxed{y_1(s)} \pm \boxed{y_2(s)} = \pm \boxed{G_1(s)\ u(s)} \pm \boxed{G_2(s)\ u(s)}$$

Parallelo di blocchi

- La funzione di trasferimento di due (o più) **blocchi in parallelo** è data dalla somma delle funzioni di trasferimento dei blocchi

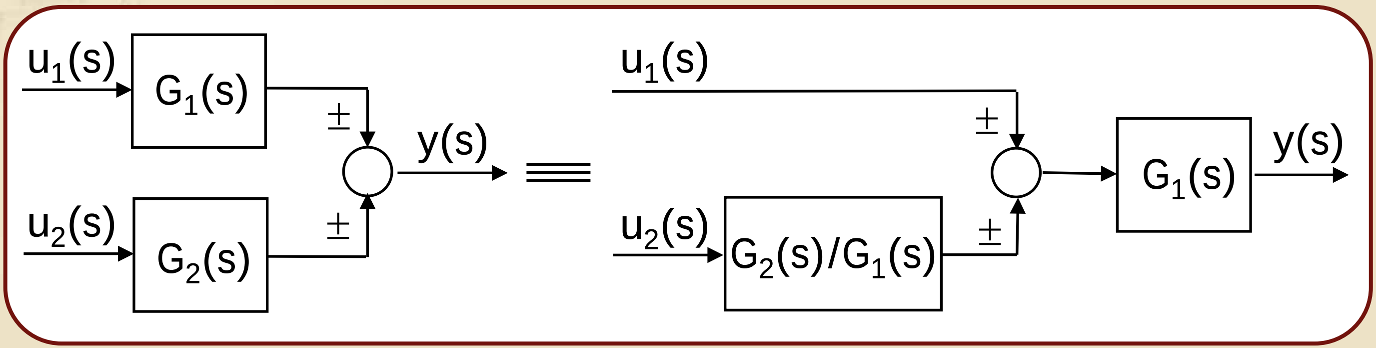


$$y(s) = \pm\ y_1(s) \pm\ y_2(s) = \pm\ G_1(s)\ u(s) \pm\ G_2(s)\ u(s)$$
$$= [\pm\ G_1(s)\ \pm\ G_2(s)]\ u(s)$$

Spostamento rispetto ad un sommatore

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un nodo di somma**

Da monte a valle → Si **dividono** tutti i rami entranti nel sommatore per la fdt del blocco da spostare

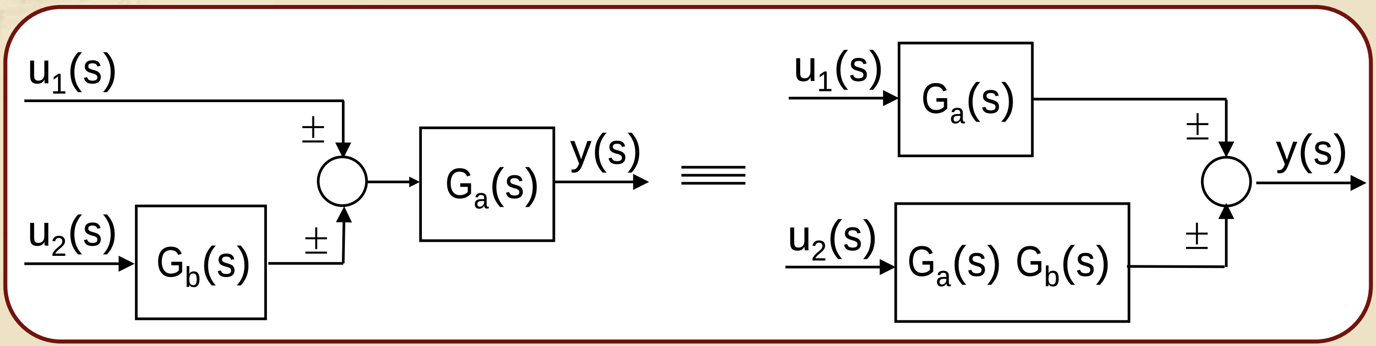


$$y(s) = \pm G_1(s)\, u_1(s) \pm G_2(s)\, u_2(s)$$

Spostamento rispetto ad un sommatore

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un nodo di somma**

Da valle a monte → Si **moltiplicano** tutti i rami entranti nel sommatore per la fdt del blocco da spostare

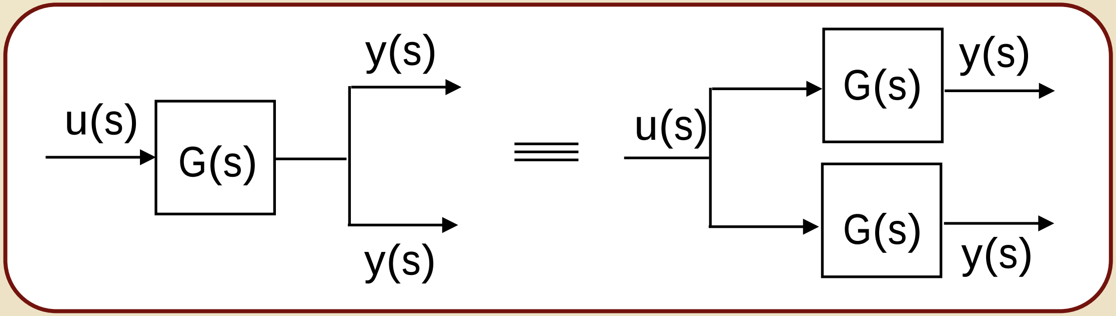


$$y(s) = \pm G_a(s)\, u_1(s) \pm G_a(s)\, G_b(s)\, u_2(s)$$

Spostamento rispetto ad un punto

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un punto di derivazione**

Da monte a valle → Si **moltiplicano** tutti i rami uscenti dal punto di derivazione per la fdt del blocco da spostare

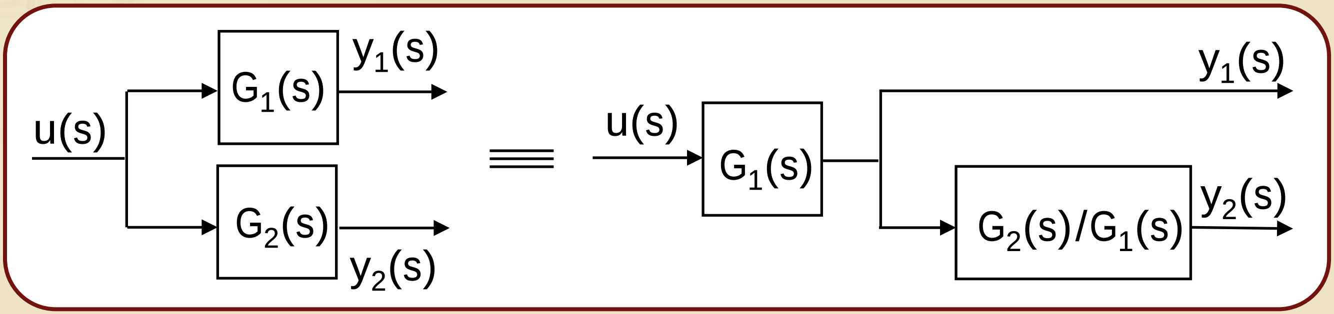


$y(s) = G(s)\,u(s)$ su entrambi i rami

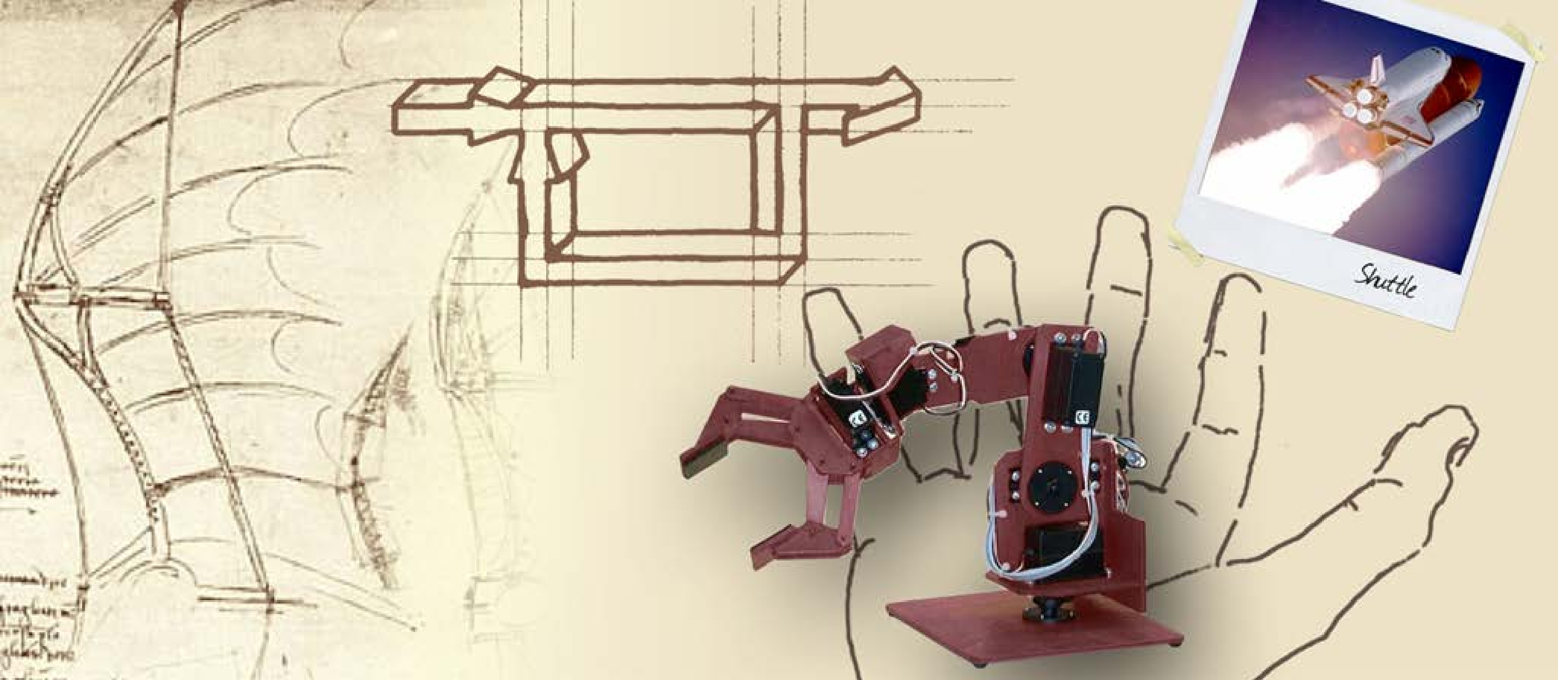
Spostamento rispetto ad un punto

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un punto di derivazione**

Da valle a monte ➡ Si **dividono** tutti i rami uscenti dal punto di derivazione per la fdt del blocco da spostare



$$y_1(s) = G_1(s)\,u(s);\; y_2(s) = G_2(s)\,u(s)$$

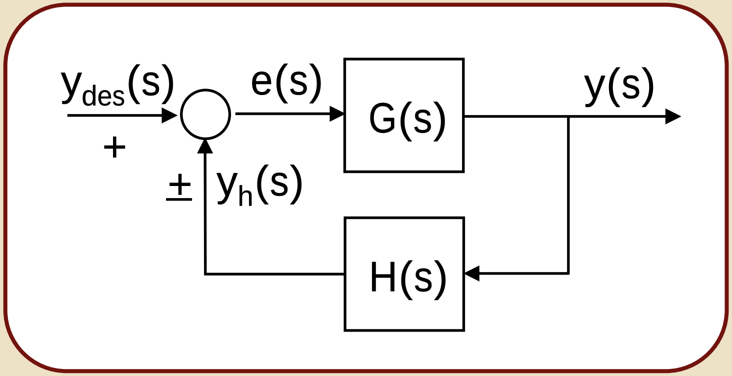


Schemi a blocchi

Calcolo di funzioni di trasferimento di schemi interconnessi

Calcolo della fdt ad anello chiuso

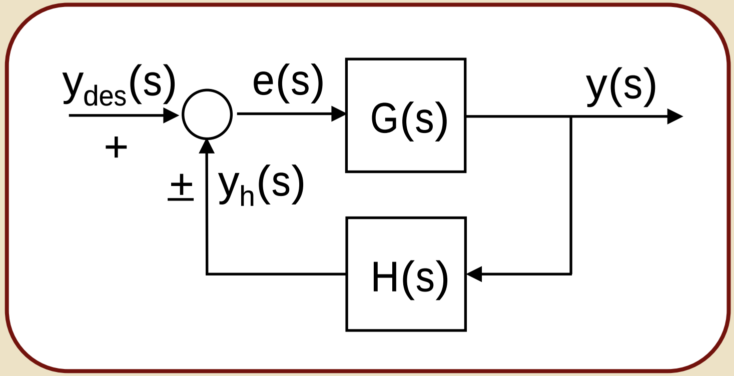
- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:



$$\boxed{W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}}$$

Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:



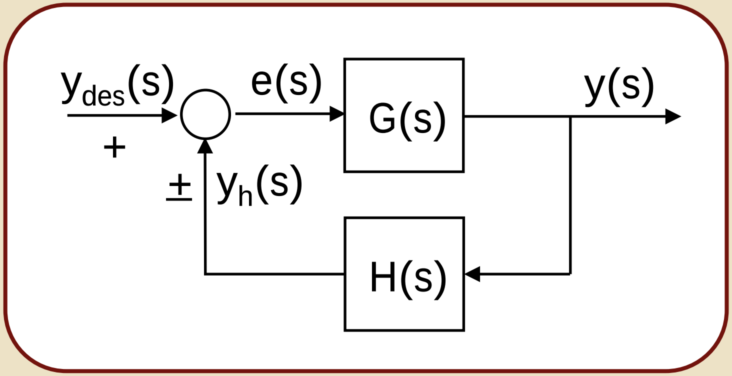
$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}$$

$$\begin{aligned} y(s) &= G(s)\,\boxed{e(s)} \\ &= G(s)\,\boxed{[y_{des}(s) \pm y_h(s)]} \end{aligned}$$

- Tale funzione può essere calcolata a partire dall'espressione di y(s) ricavabile dallo schema a blocchi

Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:



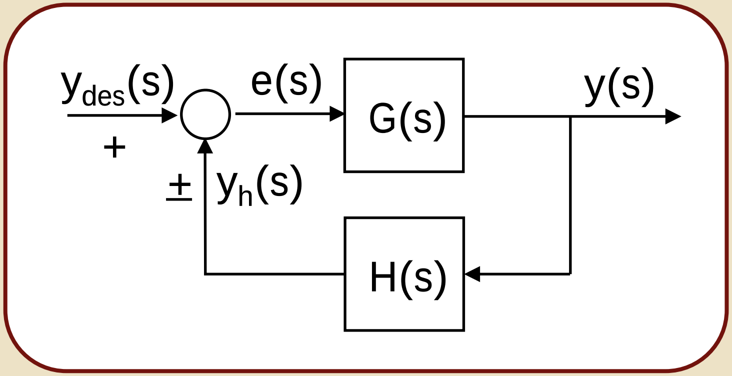
$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}$$

$$\begin{aligned} y(s) &= G(s)\ e(s) \\ &= G(s)\,\boxed{[y_{des}(s) \pm y_h(s)]} \\ &= G(s)\,\boxed{[y_{des}(s) \pm H(s)y(s)]} \end{aligned}$$

- Tale funzione può essere calcolata a partire dall'espressione di $y(s)$ ricavabile dallo schema a blocchi

Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:



$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}$$

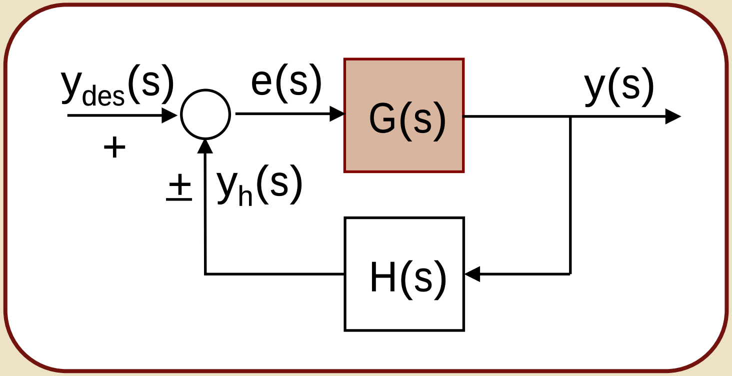
$$\begin{aligned} y(s) &= G(s)\; e(s) \\ &= G(s)\; [y_{des}(s) \pm y_h(s)] \\ &= G(s)\; [y_{des}(s) \pm H(s) y(s)] \end{aligned}$$

- Si ottiene così:

$$\boxed{W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}}$$

Espressione della fdt ad anello chiuso

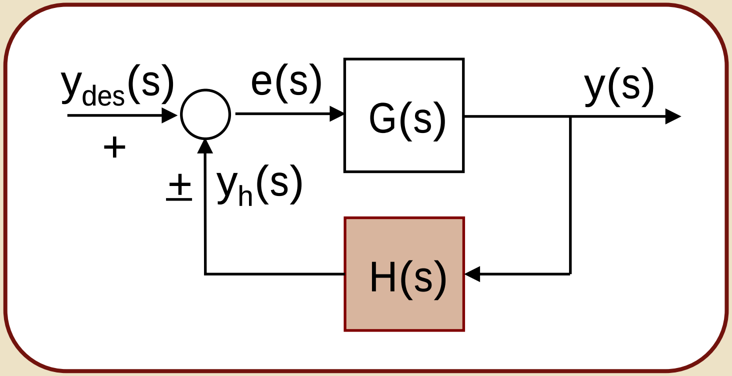
$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$



- G(s) è la fdt del **ramo diretto**

Espressione della fdt ad anello chiuso

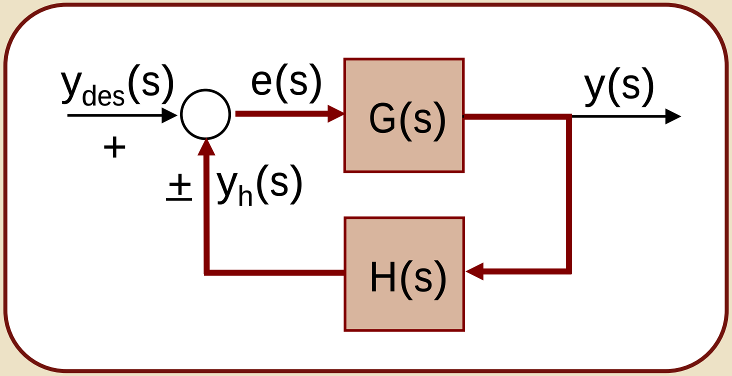
$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$



- G(s) è la fdt del **ramo diretto**
- H(s) è la fdt del **ramo in retroazione**

Espressione della fdt ad anello chiuso

$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$

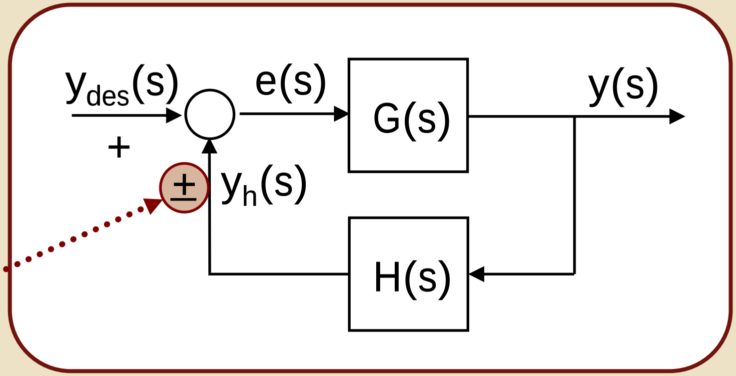


- G(s) è la fdt del **ramo diretto**
- H(s) è la fdt del **ramo in retroazione**
- G(s)H(s) := $G_a(s)$ è la **funzione di trasferimento d'anello** data dal prodotto delle fdt di tutti i blocchi presenti sull'anello

Espressione della fdt ad anello chiuso

$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$

Segno **opposto** a quello della retroazione

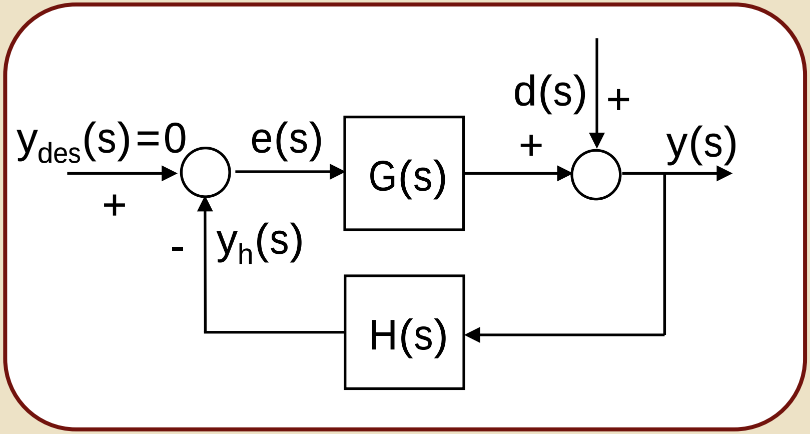


- G(s) è la fdt del **ramo diretto**
- H(s) è la fdt del **ramo in retroazione**
- $G(s)H(s) := G_a(s)$ è la **funzione di trasferimento d'anello** data dal prodotto delle fdt di tutti i blocchi presenti sull'anello

Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

- Il risultato ottenuto può essere utilizzato per calcolare velocemente le fdt fra altre variabili ritenute di interesse, come ad esempio fra il **disturbo** d(s) posto sull'uscita e l'**uscita** y(s), per $y_{des} = 0$

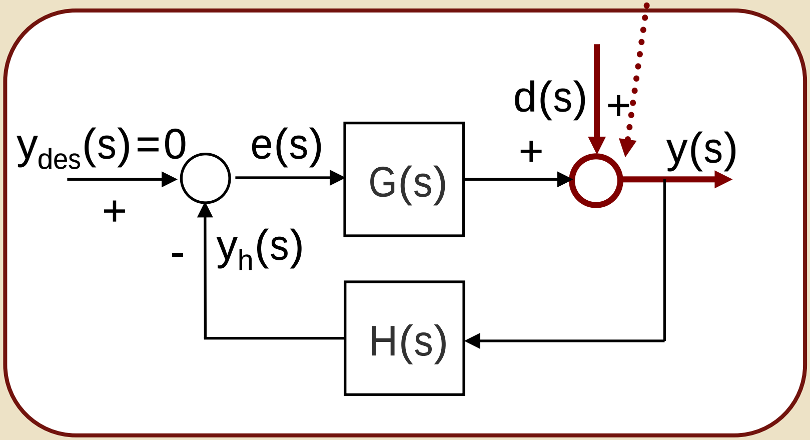
$$\boxed{W_d(s) = \frac{y(s)}{d(s)}}$$



Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

$$\boxed{W_d(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}}$$

Fdt del ramo diretto fra d(s) e y(s)

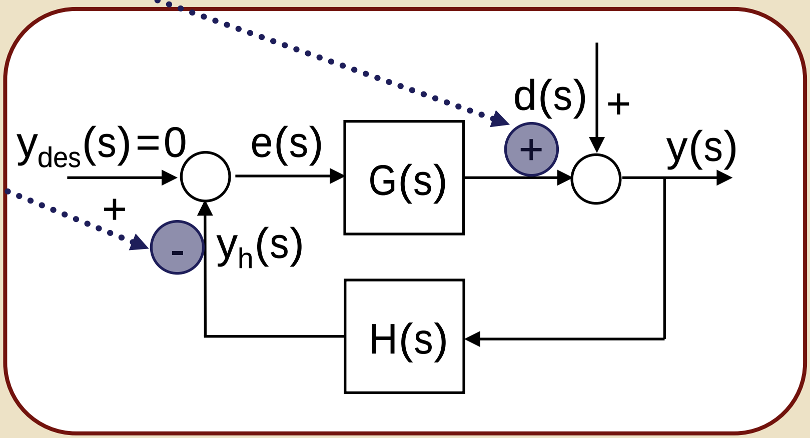


Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

$$\boxed{W_d(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}}$$

Segno opposto a quello della retroazione

Il segno risultante della retroazione è **negativo**



Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

$$\boxed{W_d(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}}$$

Funzione di trasferimento d'anello