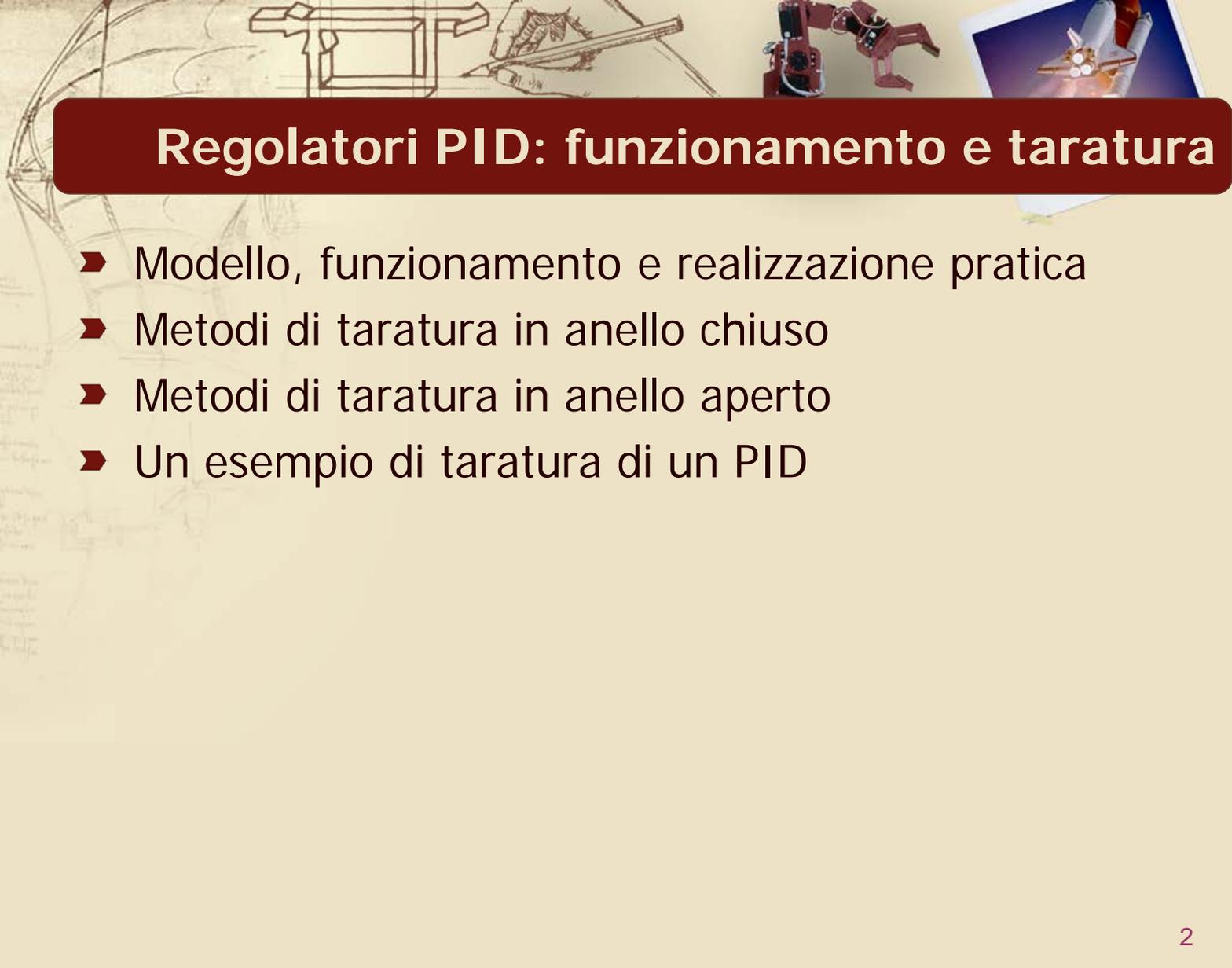


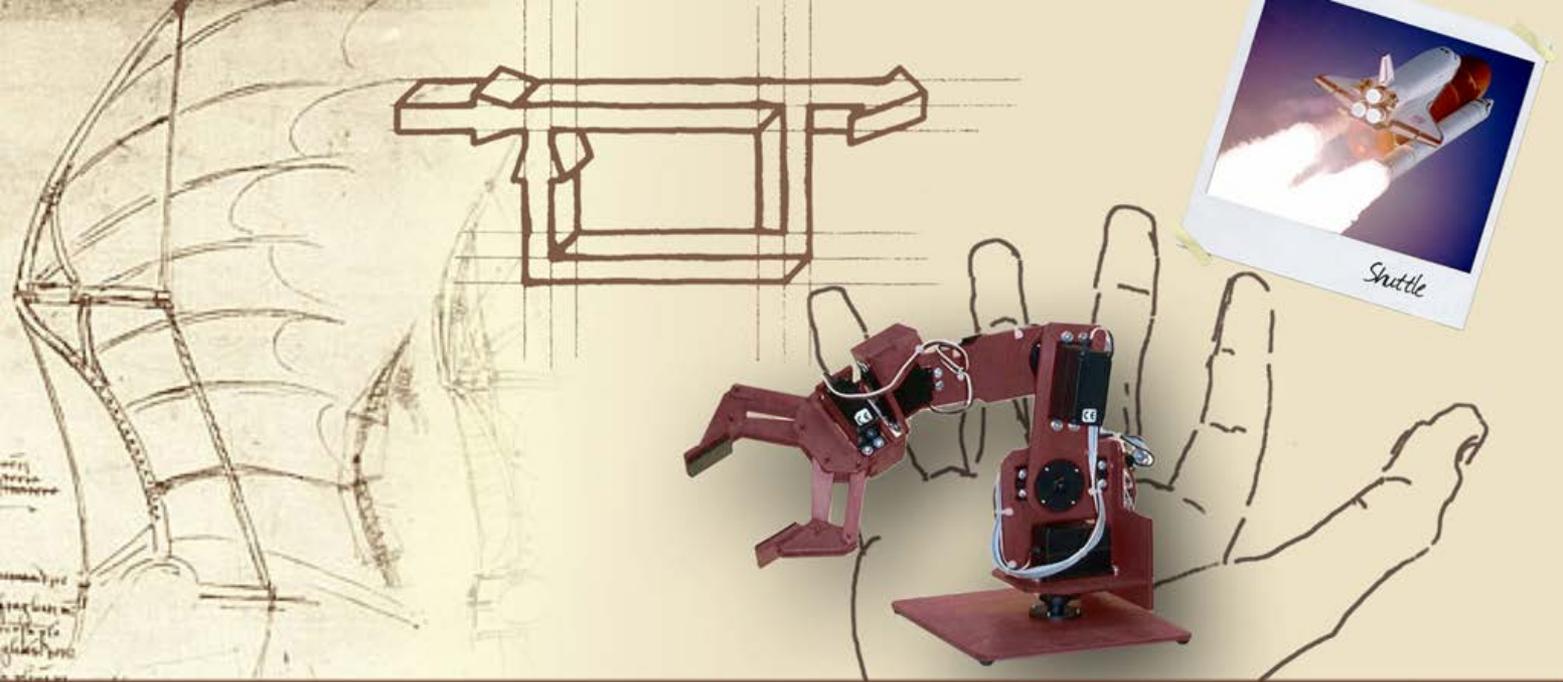
Sistemi di controllo industriali

Regolatori PID: funzionamento e taratura



Regolatori PID: funzionamento e taratura

- Modello, funzionamento e realizzazione pratica
- Metodi di taratura in anello chiuso
- Metodi di taratura in anello aperto
- Un esempio di taratura di un PID



Regolatori PID: funzionamento e taratura

**Modello, funzionamento e
realizzazione pratica**



I PID in ambito industriale (1/3)

- ▶ **I regolatori ad azione Proporzionale, Integrale, Derivativa (PID)** sono di larghissimo impiego in ambito industriale:
 - Possono controllare in modo soddisfacente un'ampia gamma di processi
 - Sono tarabili "automaticamente" anche in mancanza di un modello matematico completo del sistema da controllare
 - Data la loro semplicità, possono essere realizzati con molteplici tecnologie: meccaniche, elettroniche analogiche e digitali, idrauliche, pneumatiche
 - Presentano ridotti costi di progetto e realizzazione



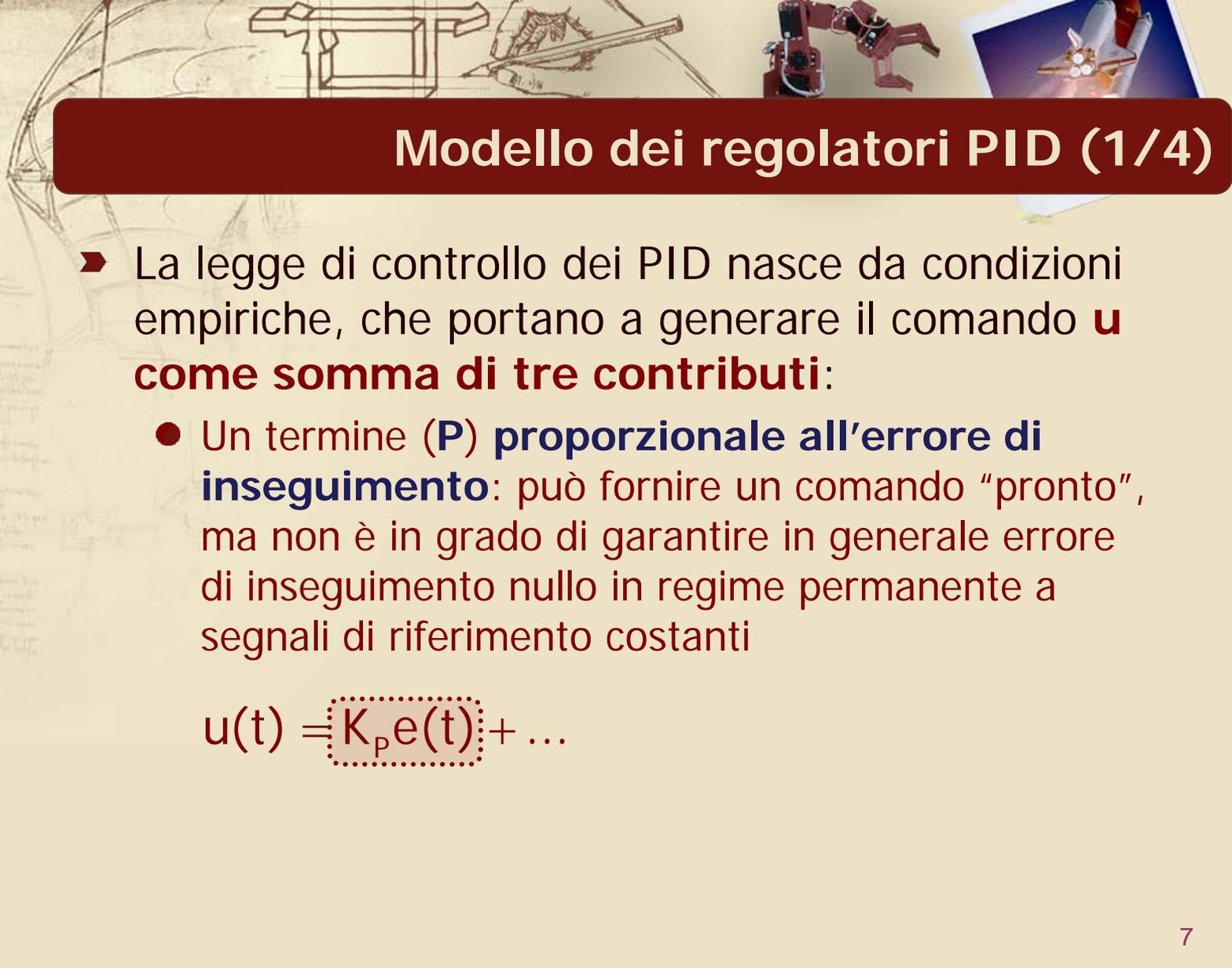
I PID in ambito industriale (2/3)

- I PID non sono però in grado di risolvere qualsiasi problema di controllo:
 - Hanno una **struttura prefissata**, caratterizzata da soli **tre parametri liberi**, che permette di soddisfare soltanto limitate specifiche di progetto
 - Danno generalmente risultati soddisfacenti per sistemi “semplici” (asintoticamente stabili in catena aperta, a guadagno positivo)



I PID in ambito industriale (3/3)

- I PID sono principalmente utilizzati ogni volta in cui il progetto di un impianto è sviluppato unicamente su considerazioni di tipo **statico**
 - In assenza di specifiche sul comportamento transitorio della risposta del sistema, non è necessario sviluppare un modello matematico accurato dell'impianto (come richiesto per la realizzazione di controllori più complessi)
 - La taratura del PID può essere ottenuta in modo soddisfacente sulla base di limitate prove sul campo, atte a determinare soltanto alcuni parametri fondamentali del sistema



Modello dei regolatori PID (1/4)

- La legge di controllo dei PID nasce da condizioni empiriche, che portano a generare il comando **u** come somma di tre contributi:
 - Un termine **(P) proporzionale all'errore di inseguimento**: può fornire un comando "pronto", ma non è in grado di garantire in generale errore di inseguimento nullo in regime permanente a segnali di riferimento costanti

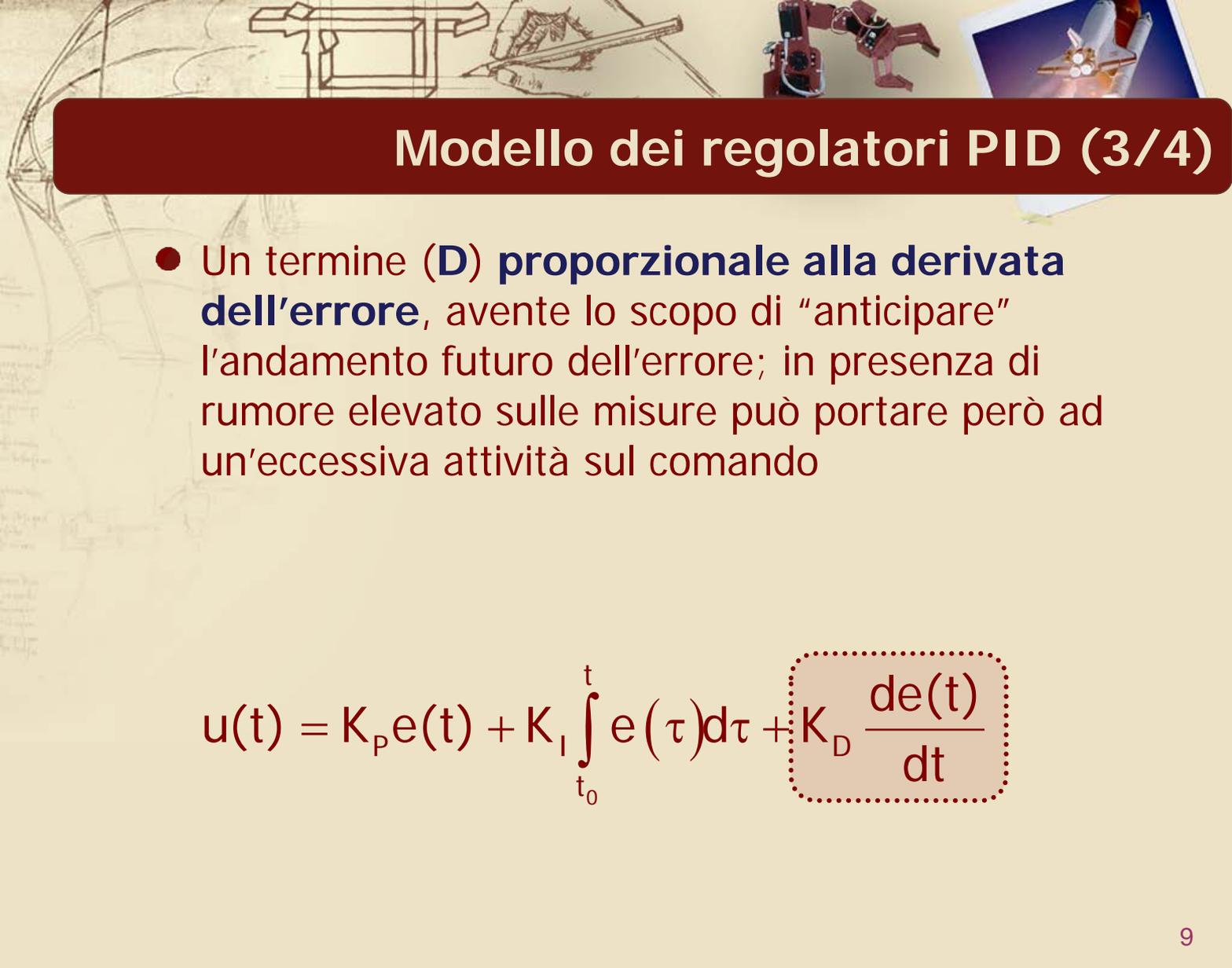
$$u(t) = \boxed{K_p e(t)} + \dots$$



Modello dei regolatori PID (2/4)

- Un termine **(I) proporzionale all'integrale dell'errore**, cioè in pratica al suo valor medio: consente di annullare l'errore in regime permanente a fronte di segnali di riferimento costanti (e disturbi additivi costanti sull'uscita); presenta però l'inconveniente di introdurre un ritardo di fase, che rallenta la risposta del sistema

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + \dots$$



Modello dei regolatori PID (3/4)

- Un termine **(D) proporzionale alla derivata dell'errore**, avente lo scopo di "anticipare" l'andamento futuro dell'errore; in presenza di rumore elevato sulle misure può portare però ad un'eccessiva attività sul comando

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$



Modello dei regolatori PID (4/4)

- I guadagni K_p , K_i e K_D del regolatore assumono valori costanti positivi o nulli, sotto l'ipotesi che il guadagno del processo da controllare sia positivo

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Legge di controllo **ideale** nel dominio del tempo di un regolatore PID

Fdt dei regolatori PID (1/2)

- La corrispondente **funzione di trasferimento ideale** di un regolatore PID è data da

$$R_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

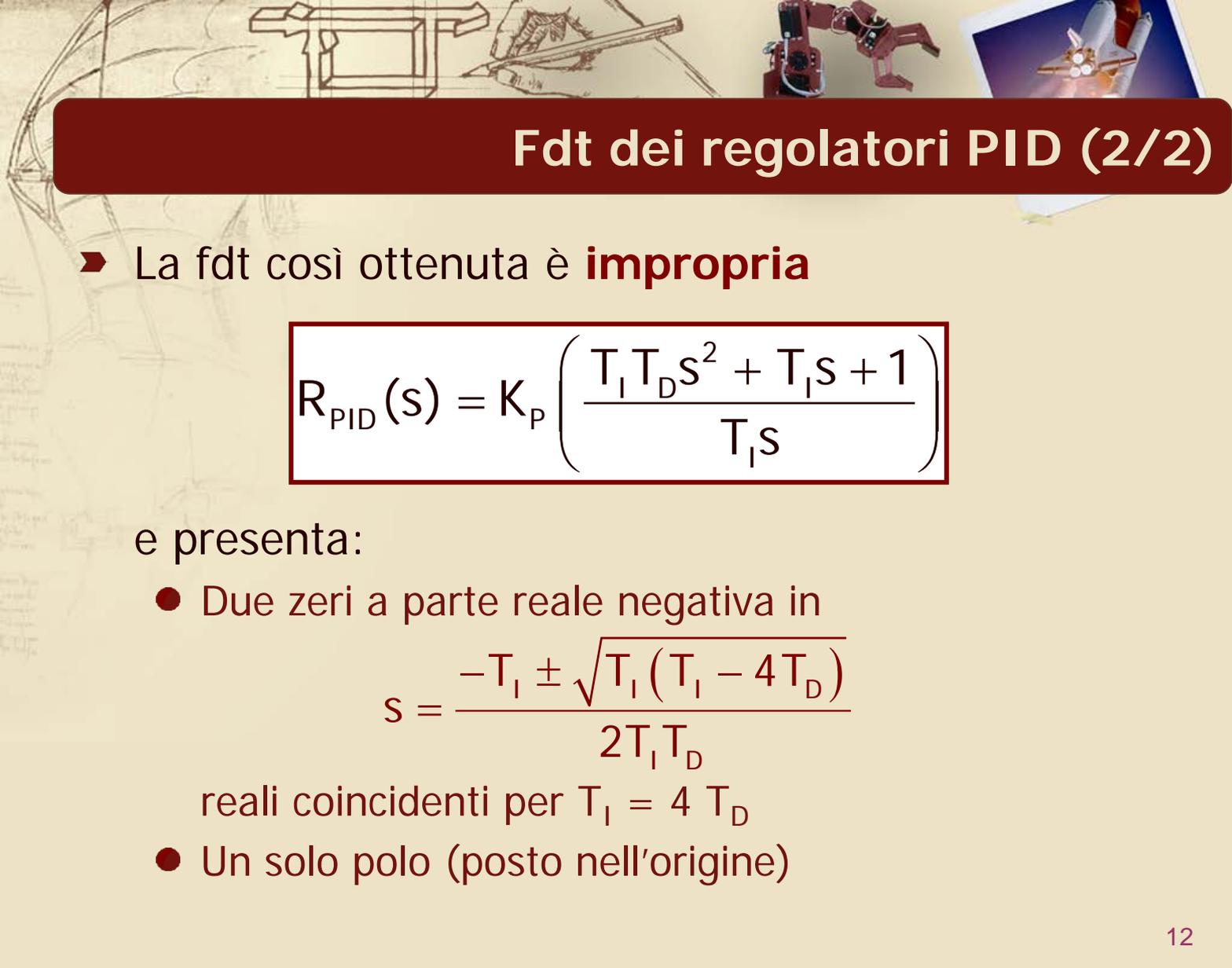
- $R_{PID}(s)$ può essere equivalentemente rappresentata come

$$R_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Tempo
integrale

con $T_I = K_P / K_I$, $T_D = K_D / K_P$

Tempo
derivativo



Fdt dei regolatori PID (2/2)

- La fdt così ottenuta è **impropria**

$$R_{PID}(s) = K_P \left(\frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s} \right)$$

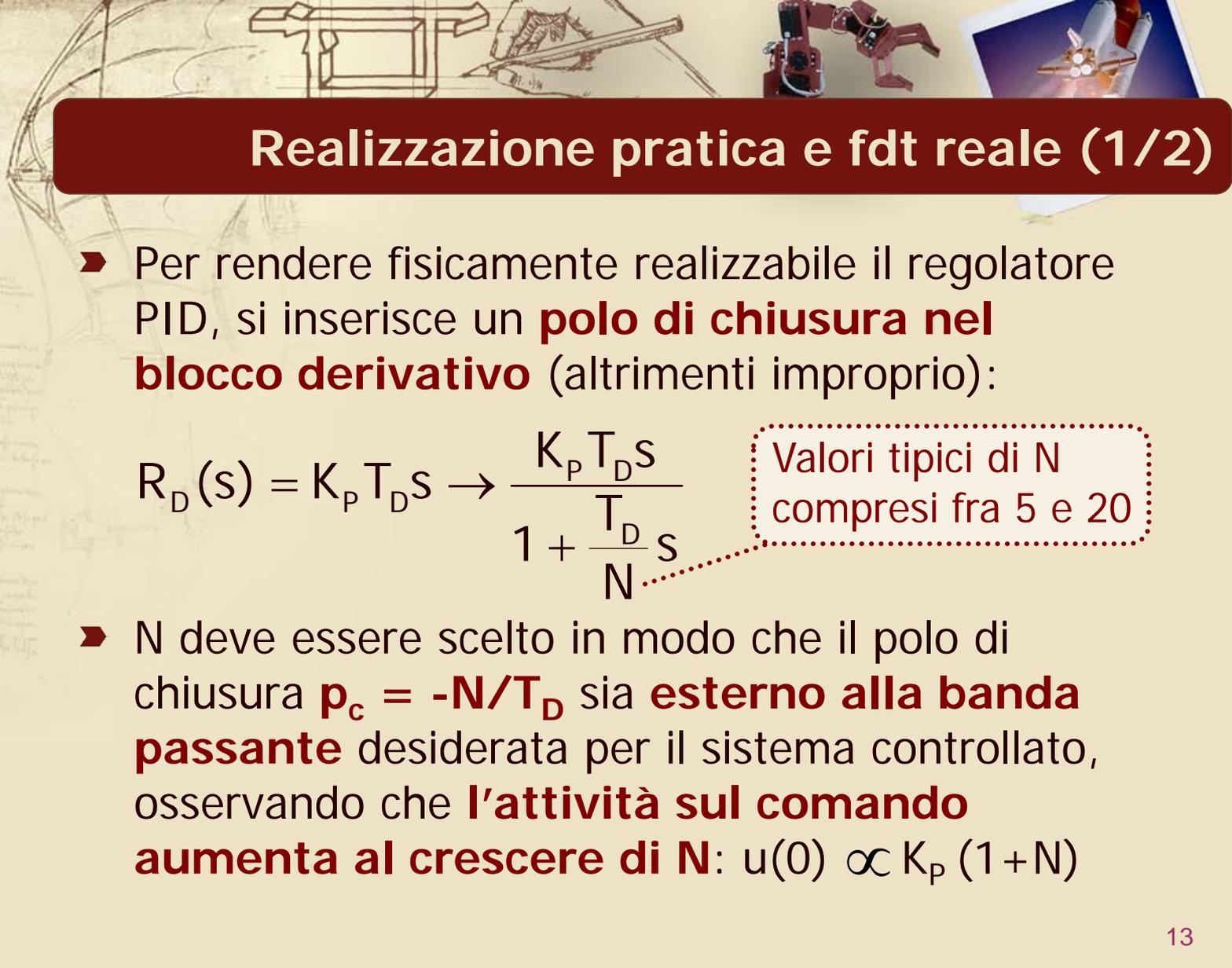
e presenta:

- Due zeri a parte reale negativa in

$$s = \frac{-T_I \pm \sqrt{T_I (T_I - 4T_D)}}{2T_I T_D}$$

reali coincidenti per $T_I = 4 T_D$

- Un solo polo (posto nell'origine)



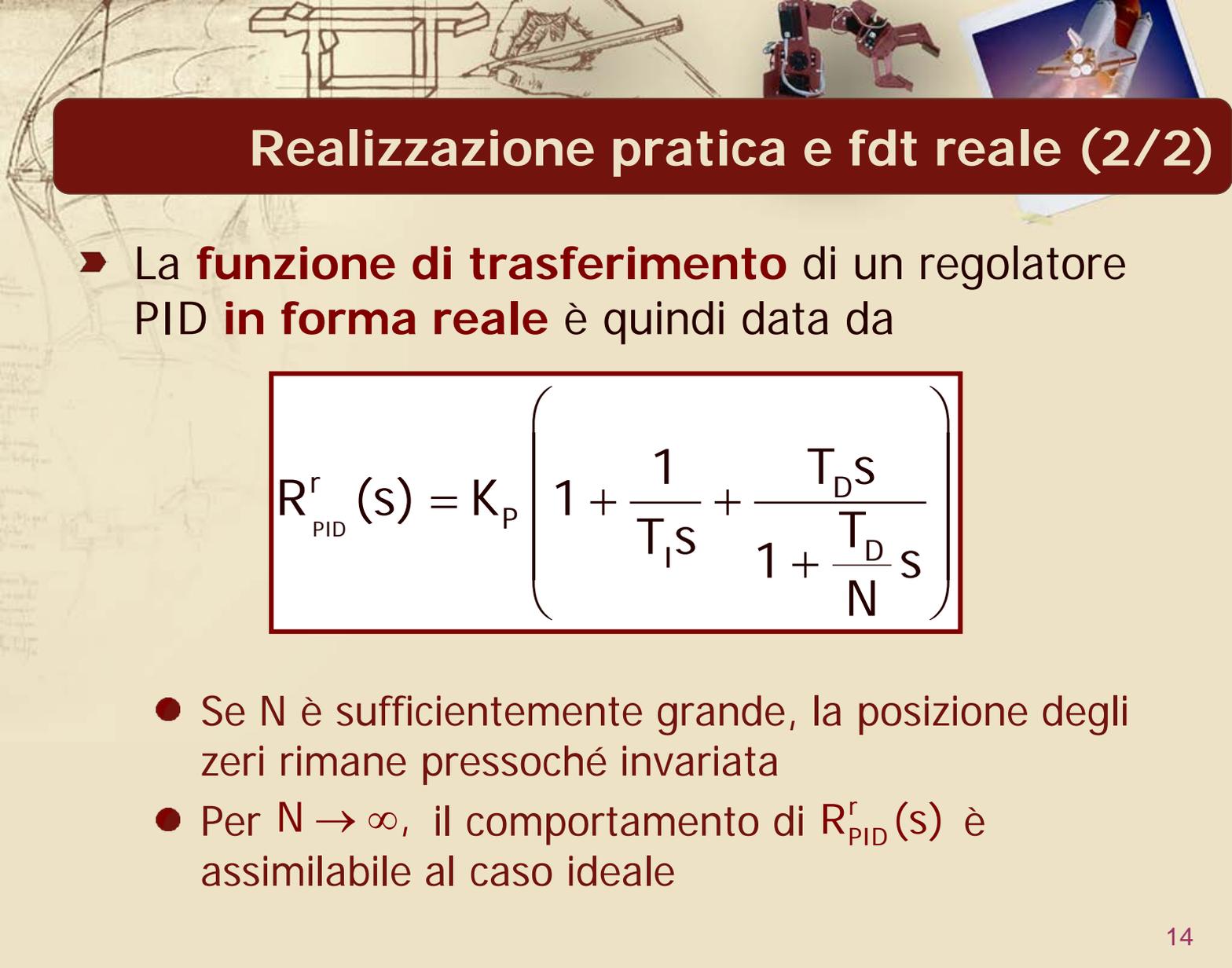
Realizzazione pratica e fdt reale (1/2)

- Per rendere fisicamente realizzabile il regolatore PID, si inserisce un **polo di chiusura nel blocco derivativo** (altrimenti improprio):

$$R_D(s) = K_P T_D s \rightarrow \frac{K_P T_D s}{1 + \frac{T_D s}{N}}$$

Valori tipici di N
compresi fra 5 e 20

- N deve essere scelto in modo che il polo di chiusura $p_c = -N/T_D$ sia **esterno alla banda passante** desiderata per il sistema controllato, osservando che **l'attività sul comando aumenta al crescere di N** : $u(0) \propto K_P (1+N)$



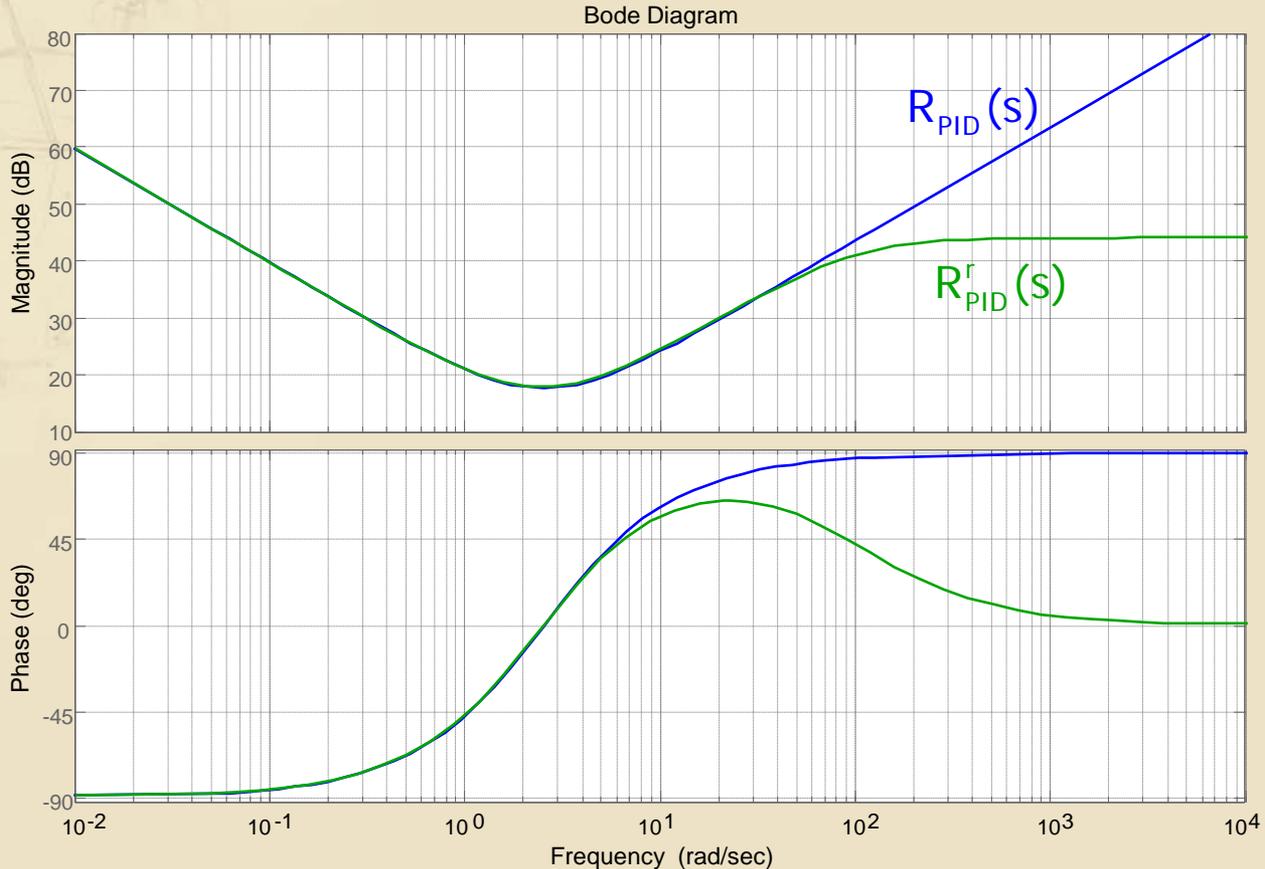
Realizzazione pratica e fdt reale (2/2)

- La **funzione di trasferimento** di un regolatore PID **in forma reale** è quindi data da

$$R_{\text{PID}}^r(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \right)$$

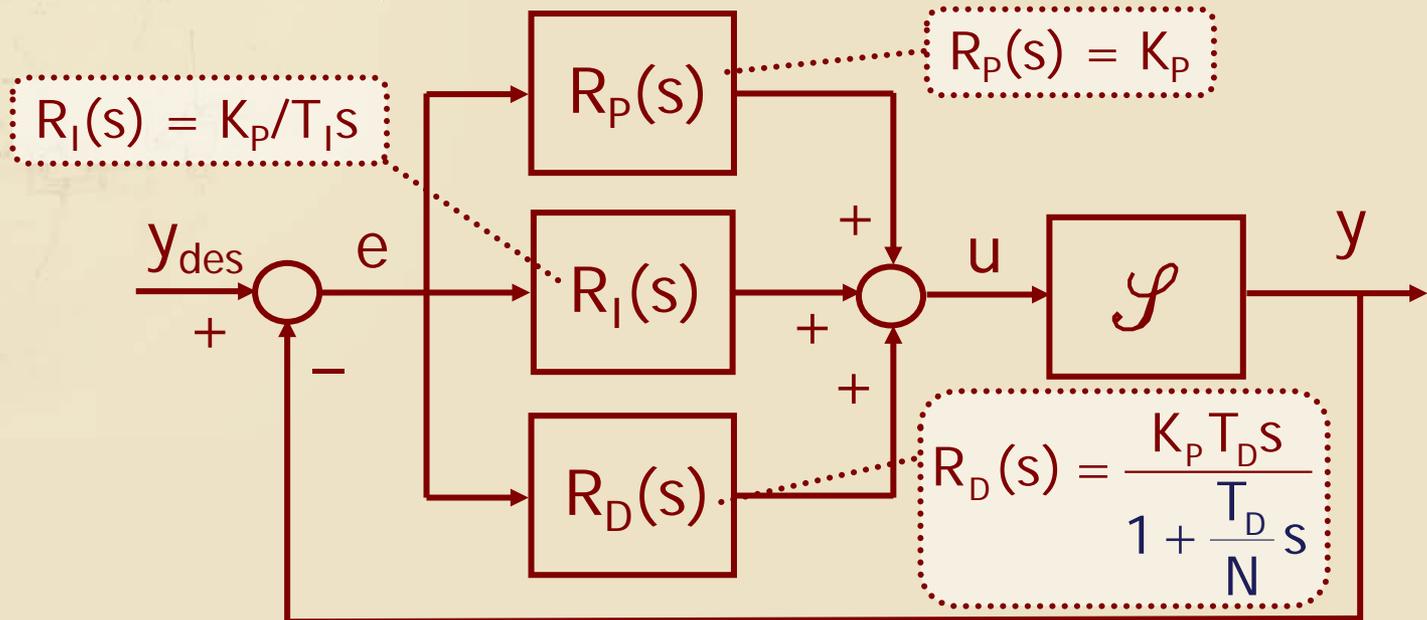
- Se N è sufficientemente grande, la posizione degli zeri rimane pressoché invariata
- Per $N \rightarrow \infty$, il comportamento di $R_{\text{PID}}^r(s)$ è assimilabile al caso ideale

DdB di un PID in forma ideale e reale



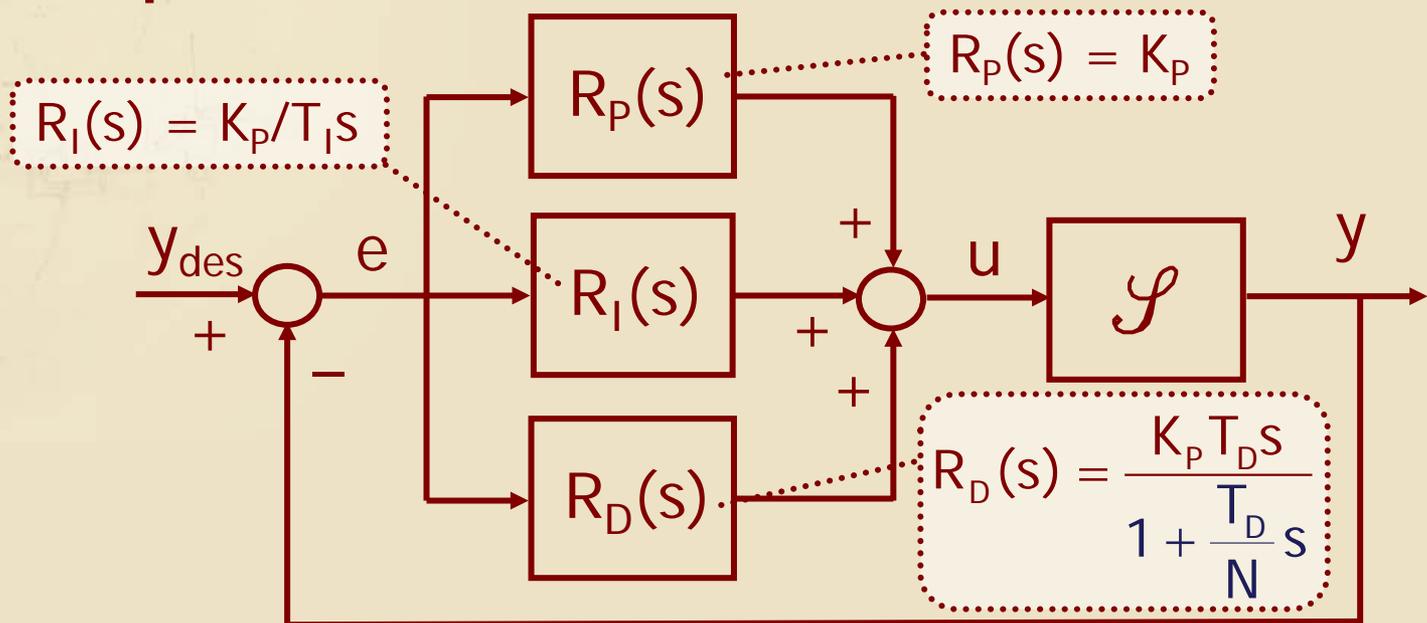
Accorgimenti realizzativi (1/9)

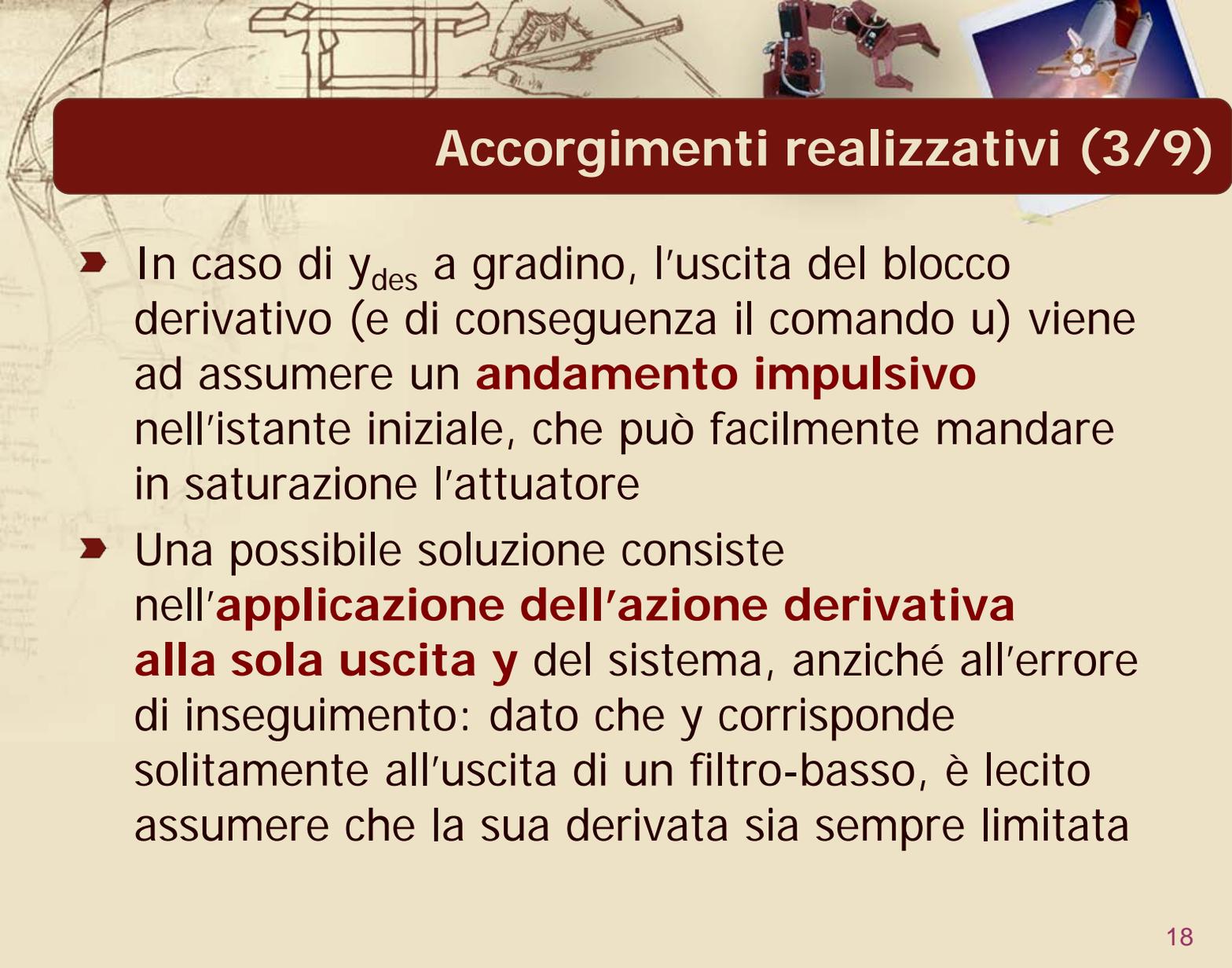
- Nello schema di controllo con regolatore PID tutte e tre le azioni (Proporzionale, Integrale, Derivativa) sono effettuate sull'errore



Accorgimenti realizzativi (2/9)

- Con questo schema, il sistema in catena chiusa presenta come **zeri** quelli **del PID**, oltre a **quelli di \mathcal{S}**



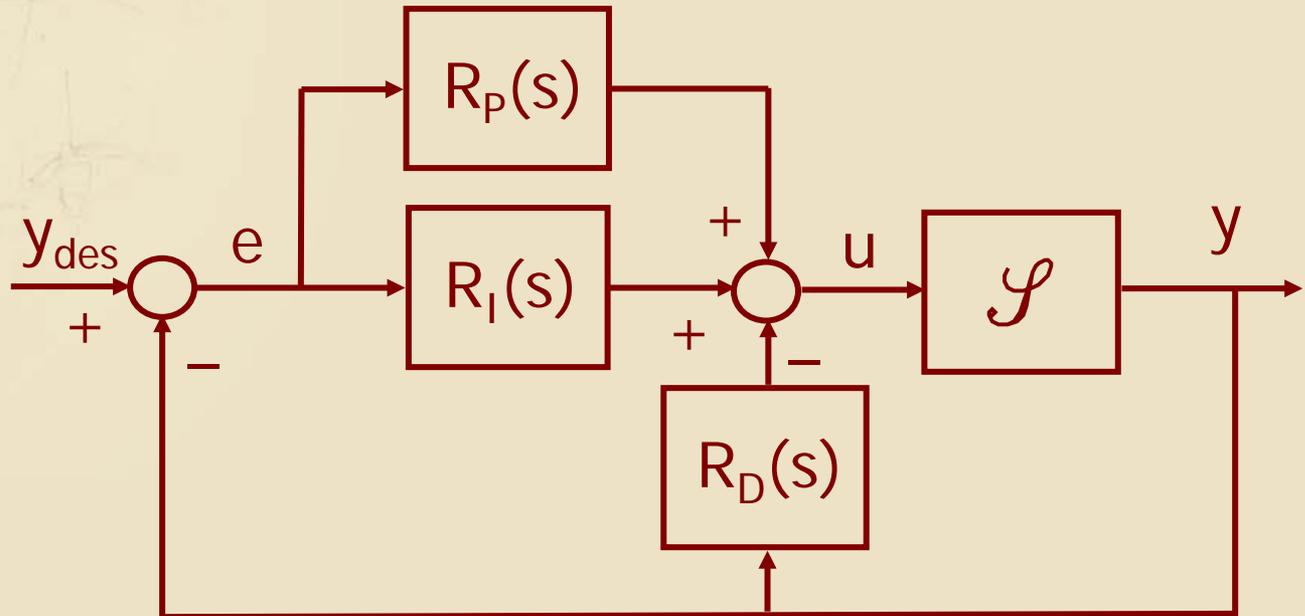


Accorgimenti realizzativi (3/9)

- In caso di y_{des} a gradino, l'uscita del blocco derivativo (e di conseguenza il comando u) viene ad assumere un **andamento impulsivo** nell'istante iniziale, che può facilmente mandare in saturazione l'attuatore
- Una possibile soluzione consiste nell'**applicazione dell'azione derivativa alla sola uscita y** del sistema, anziché all'errore di inseguimento: dato che y corrisponde solitamente all'uscita di un filtro-basso, è lecito assumere che la sua derivata sia sempre limitata

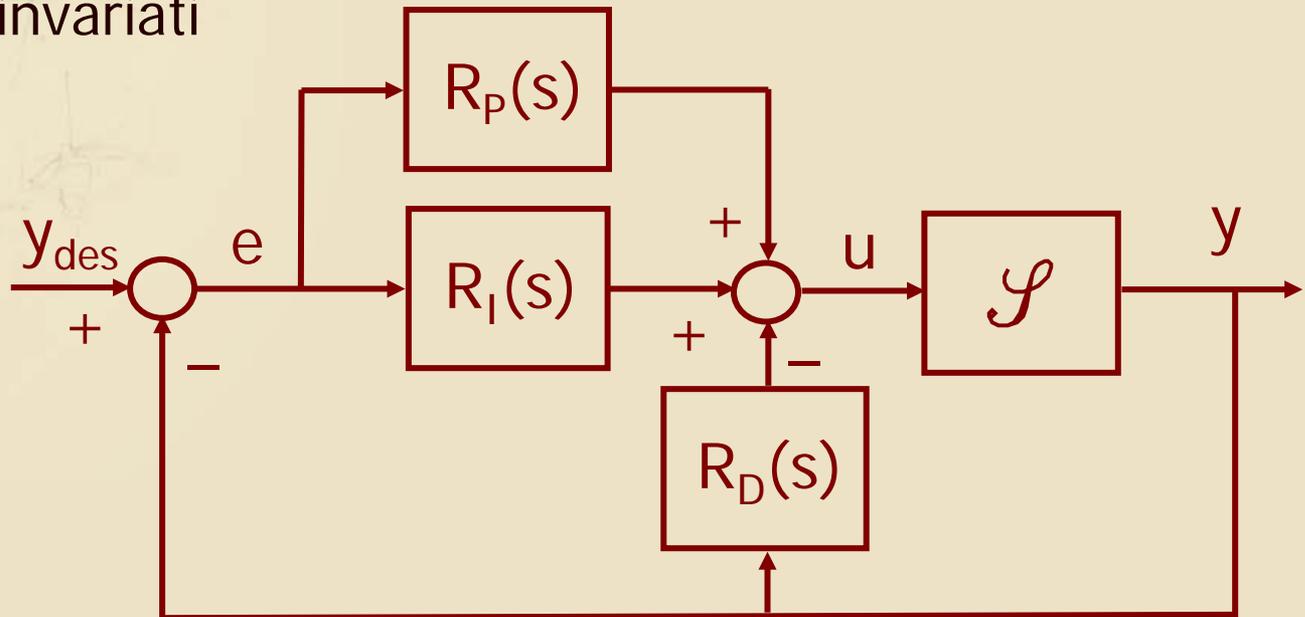
Accorgimenti realizzativi (4/9)

- Si ottiene così il seguente schema con **limitazione dell'azione derivativa**



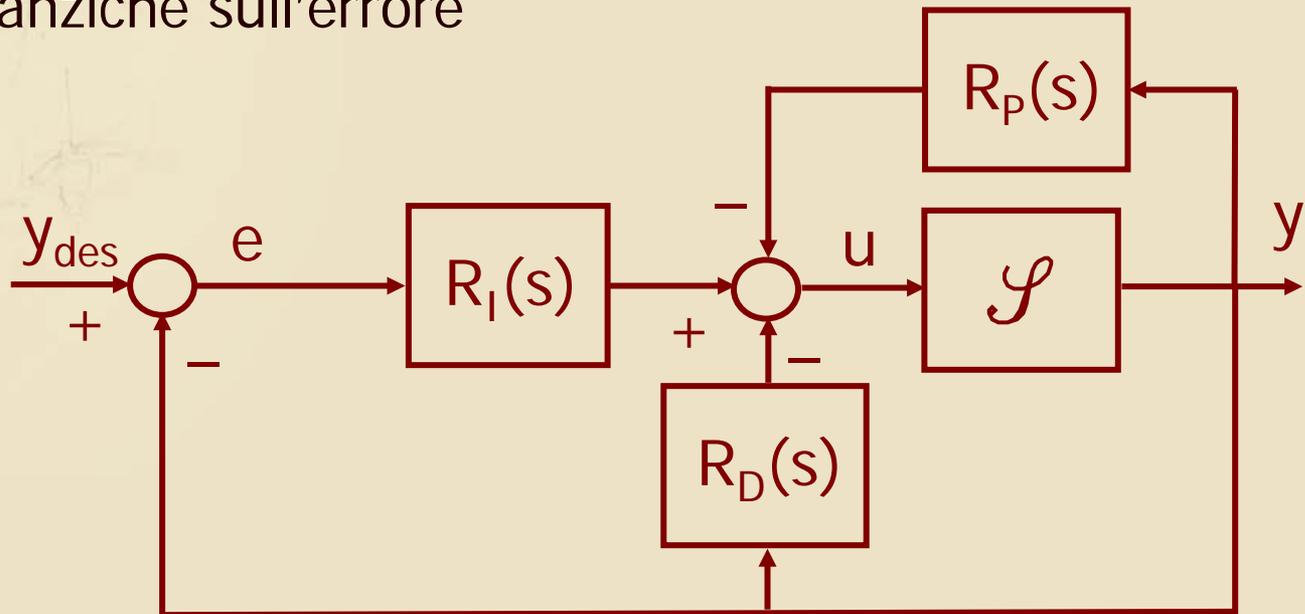
Accorgimenti realizzativi (5/9)

- Il sistema in catena chiusa presenta **un solo zero** in $-1/T_1$ **oltre a quelli di \mathcal{S}** ; i poli restano invariati



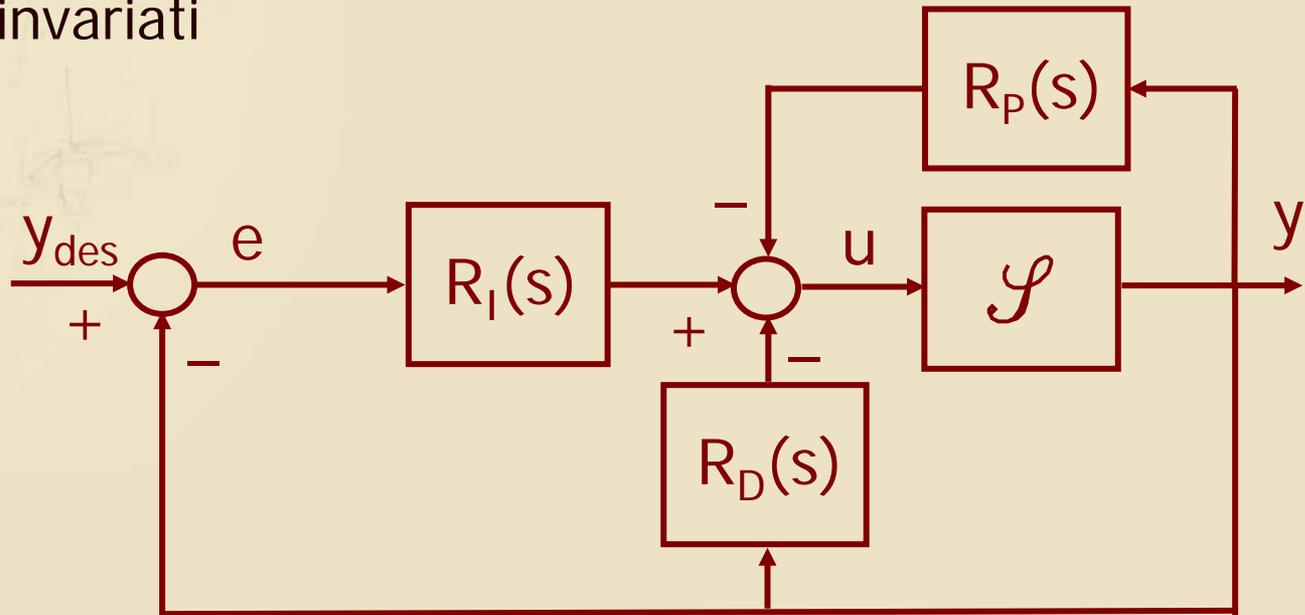
Accorgimenti realizzativi (6/9)

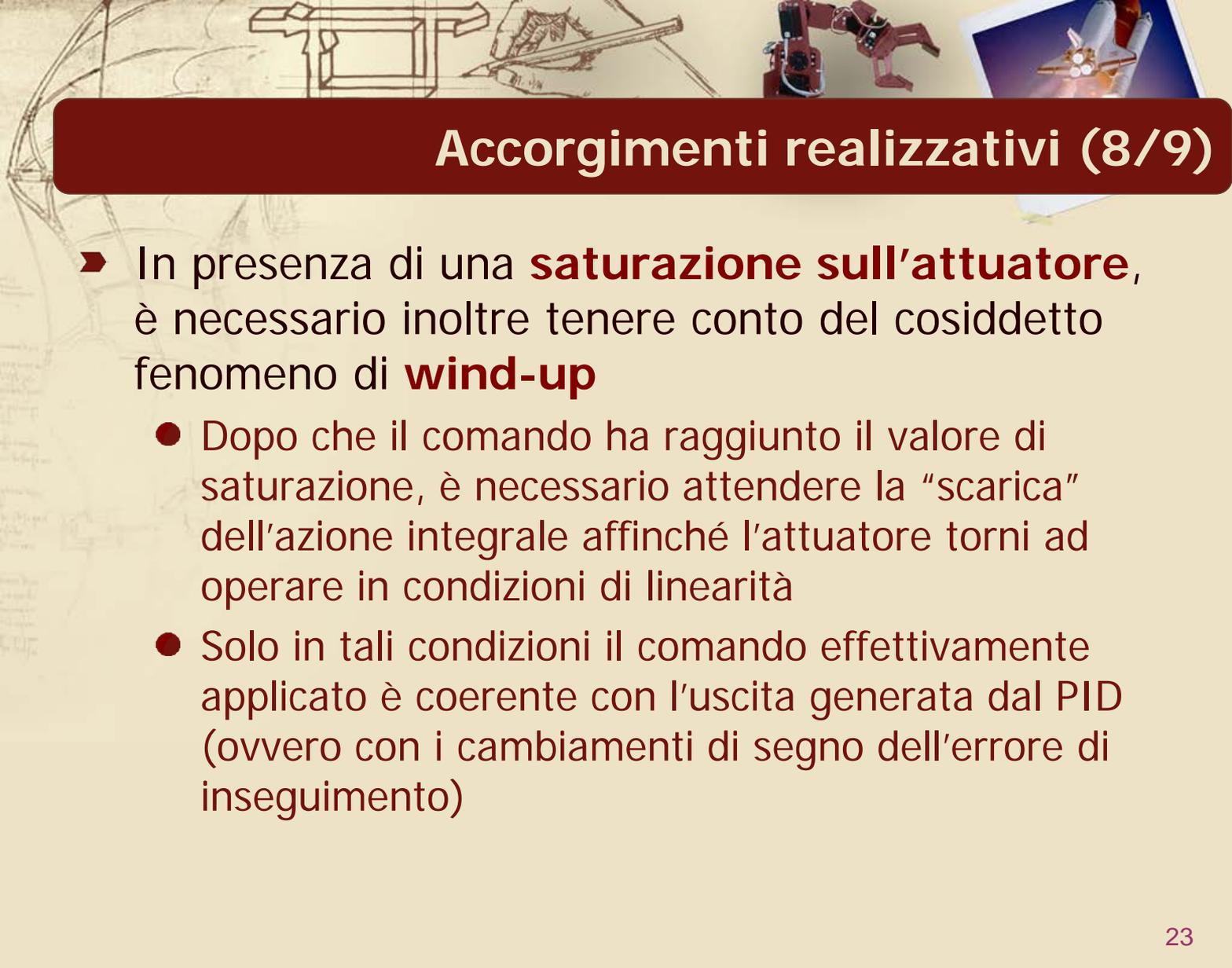
- Anche l'azione proporzionale può essere eventualmente applicata sull'uscita y del sistema, anziché sull'errore



Accorgimenti realizzativi (7/9)

- Con questo schema, il sistema in catena chiusa presenta **solo gli zeri di \mathcal{S}** ; i poli restano invariati





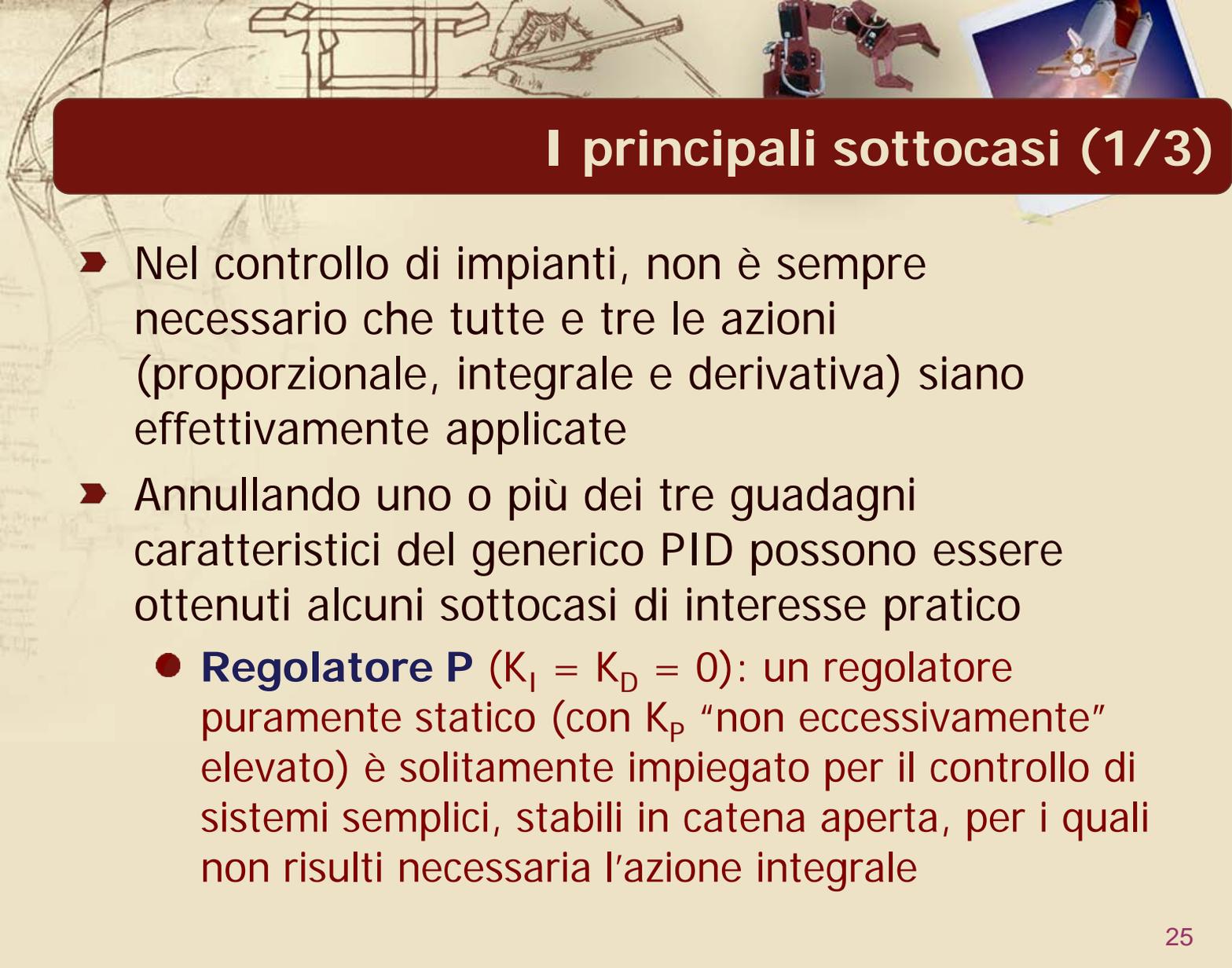
Accorgimenti realizzativi (8/9)

- In presenza di una **saturazione sull'attuatore** , è necessario inoltre tenere conto del cosiddetto fenomeno di **wind-up**
 - Dopo che il comando ha raggiunto il valore di saturazione, è necessario attendere la “scarica” dell'azione integrale affinché l'attuatore torni ad operare in condizioni di linearità
 - Solo in tali condizioni il comando effettivamente applicato è coerente con l'uscita generata dal PID (ovvero con i cambiamenti di segno dell'errore di inseguimento)



Accorgimenti realizzativi (9/9)

- Nei più comuni **schemi di desaturazione**, per garantire la coerenza fra lo stato del regolatore e l'andamento del comando effettivamente applicato al sistema, la parte PI del regolatore viene modificata inserendo al suo interno la caratteristica non lineare dell'attuatore



I principali sottocasi (1/3)

- Nel controllo di impianti, non è sempre necessario che tutte e tre le azioni (proporzionale, integrale e derivativa) siano effettivamente applicate
- Annullando uno o più dei tre guadagni caratteristici del generico PID possono essere ottenuti alcuni sottocasi di interesse pratico
 - **Regolatore P** ($K_I = K_D = 0$): un regolatore puramente statico (con K_p "non eccessivamente" elevato) è solitamente impiegato per il controllo di sistemi semplici, stabili in catena aperta, per i quali non risulti necessaria l'azione integrale

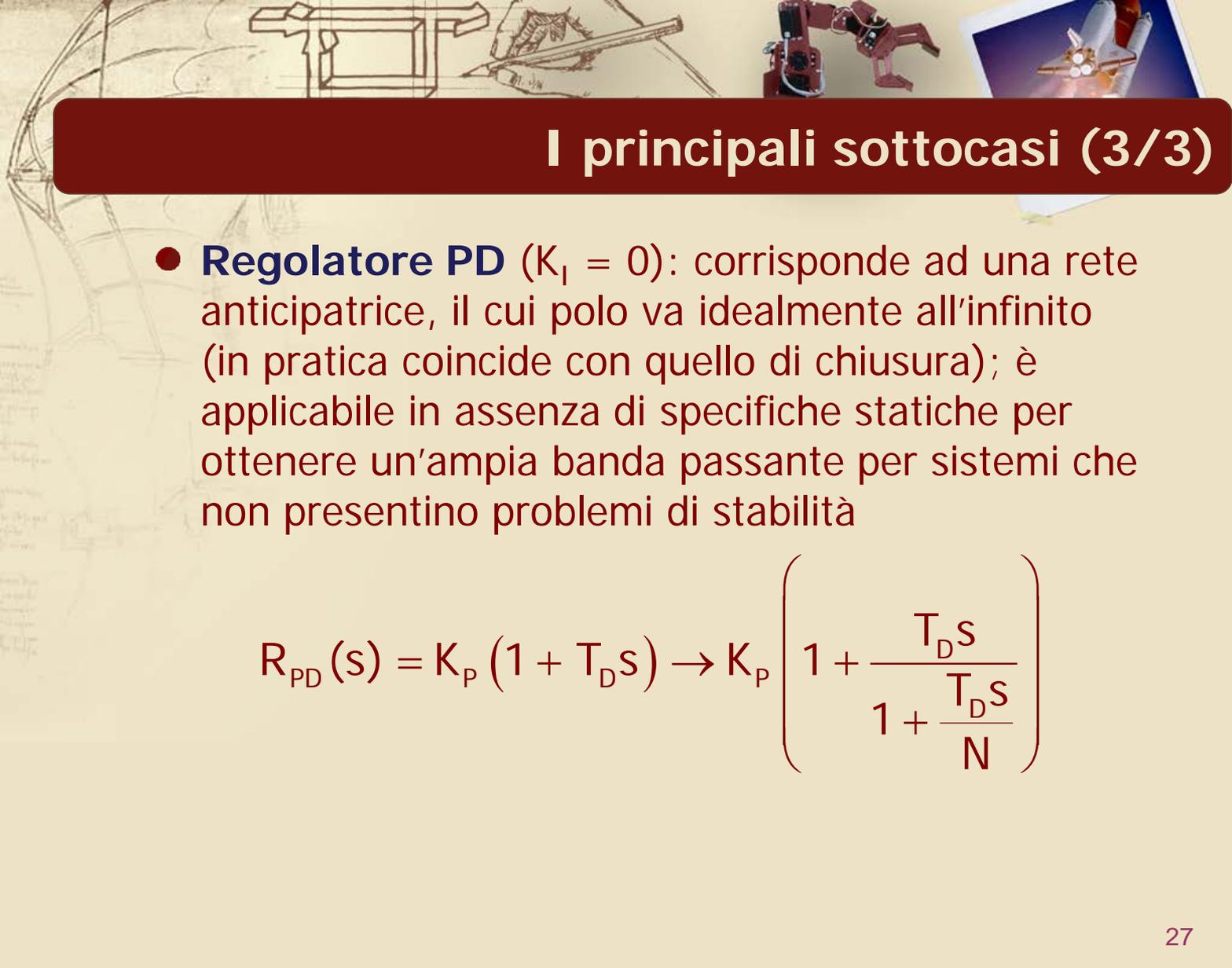


I principali sottocasi (2/3)

- **Regolatore PI** ($K_D = 0$): può essere visto come una rete ritardatrice avente il polo collocato nell'origine; unisce i benefici dell'azione integrale ad una banda passante soddisfacente, grazie alla presenza dello zero

$$R_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = K_P \left(\frac{1 + T_I s}{T_I s} \right)$$

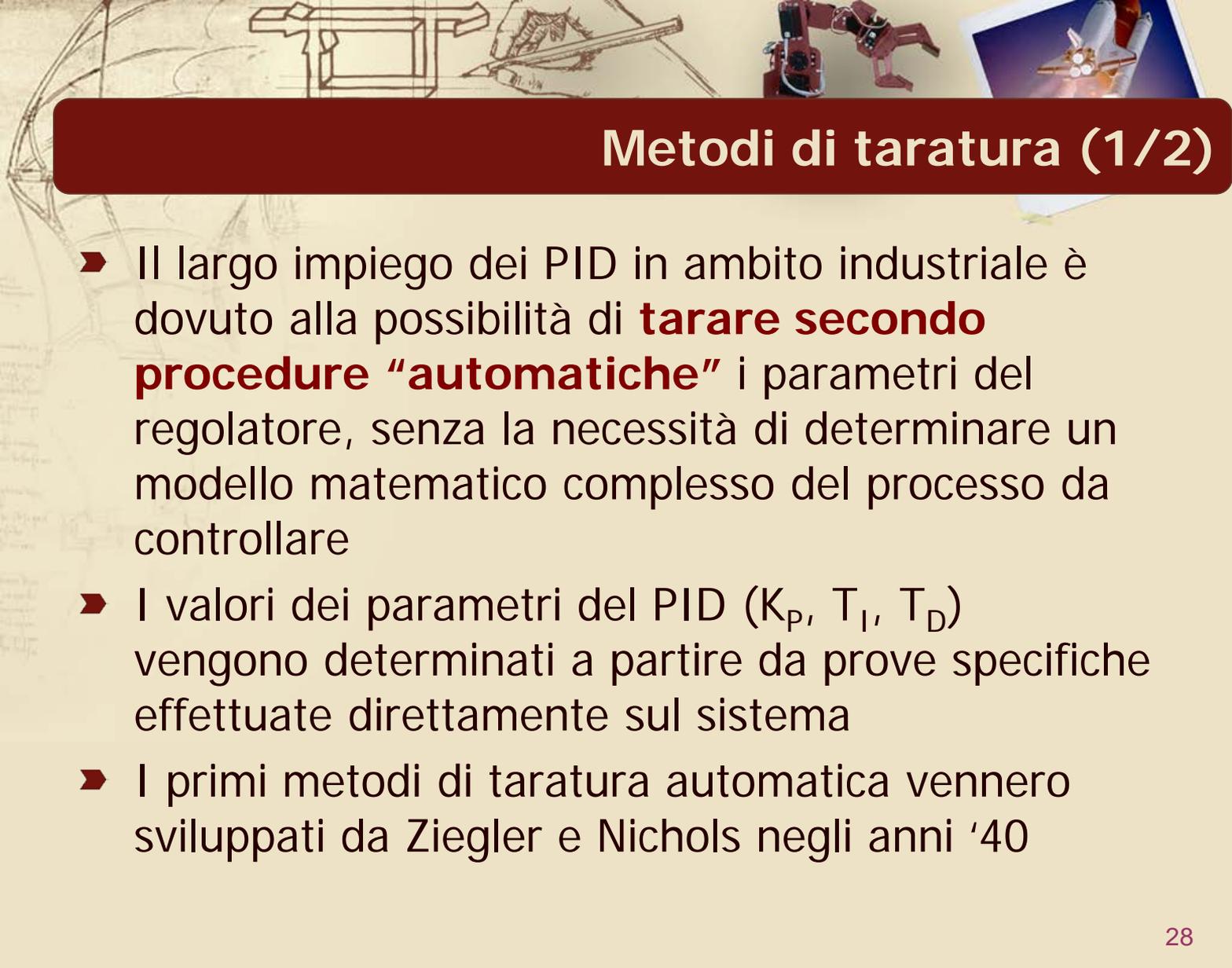
È molto usato in ambito industriale, anche in virtù della facile taratura



I principali sottocasi (3/3)

- **Regolatore PD** ($K_I = 0$): corrisponde ad una rete anticipatrice, il cui polo va idealmente all'infinito (in pratica coincide con quello di chiusura); è applicabile in assenza di specifiche statiche per ottenere un'ampia banda passante per sistemi che non presentino problemi di stabilità

$$R_{PD}(s) = K_P (1 + T_D s) \rightarrow K_P \left(1 + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D s}{N}} \right)$$



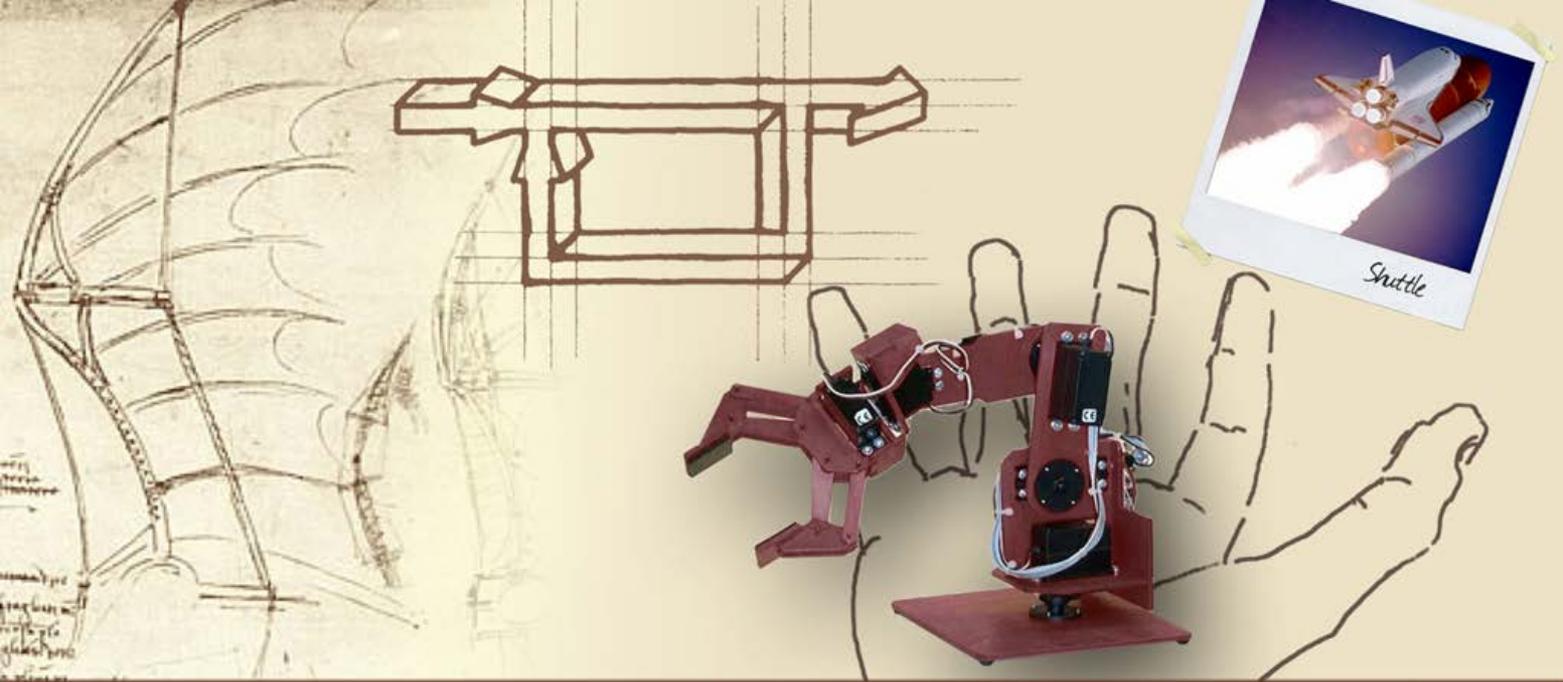
Metodi di taratura (1/2)

- Il largo impiego dei PID in ambito industriale è dovuto alla possibilità di **tarare secondo procedure "automatiche"** i parametri del regolatore, senza la necessità di determinare un modello matematico complesso del processo da controllare
- I valori dei parametri del PID (K_P , T_I , T_D) vengono determinati a partire da prove specifiche effettuate direttamente sul sistema
- I primi metodi di taratura automatica vennero sviluppati da Ziegler e Nichols negli anni '40



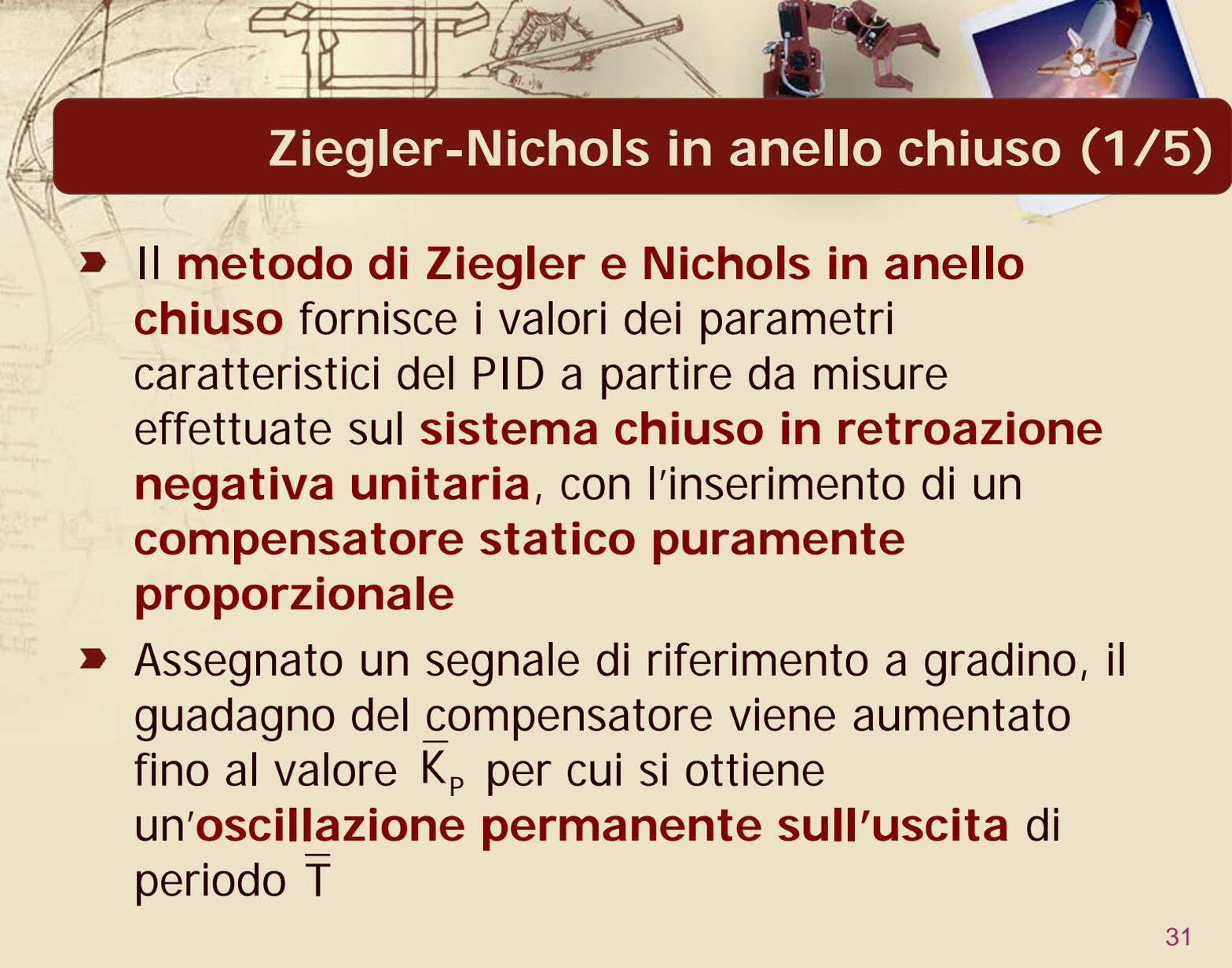
Metodi di taratura (2/2)

- Nei decenni successivi furono sviluppate diverse tecniche, attualmente implementate in controllori industriali di comune impiego
- A seconda delle condizioni in cui vengono effettuate le prove sul sistema, necessarie per la taratura del PID, si parla di:
 - **Metodi di taratura in anello chiuso**
 - Le prove sono effettuate retroazionando il sistema con un semplice compensatore statico
 - **Metodi di taratura in anello aperto**
 - Le prove sono effettuate direttamente sul sistema senza alcun tipo di controllo



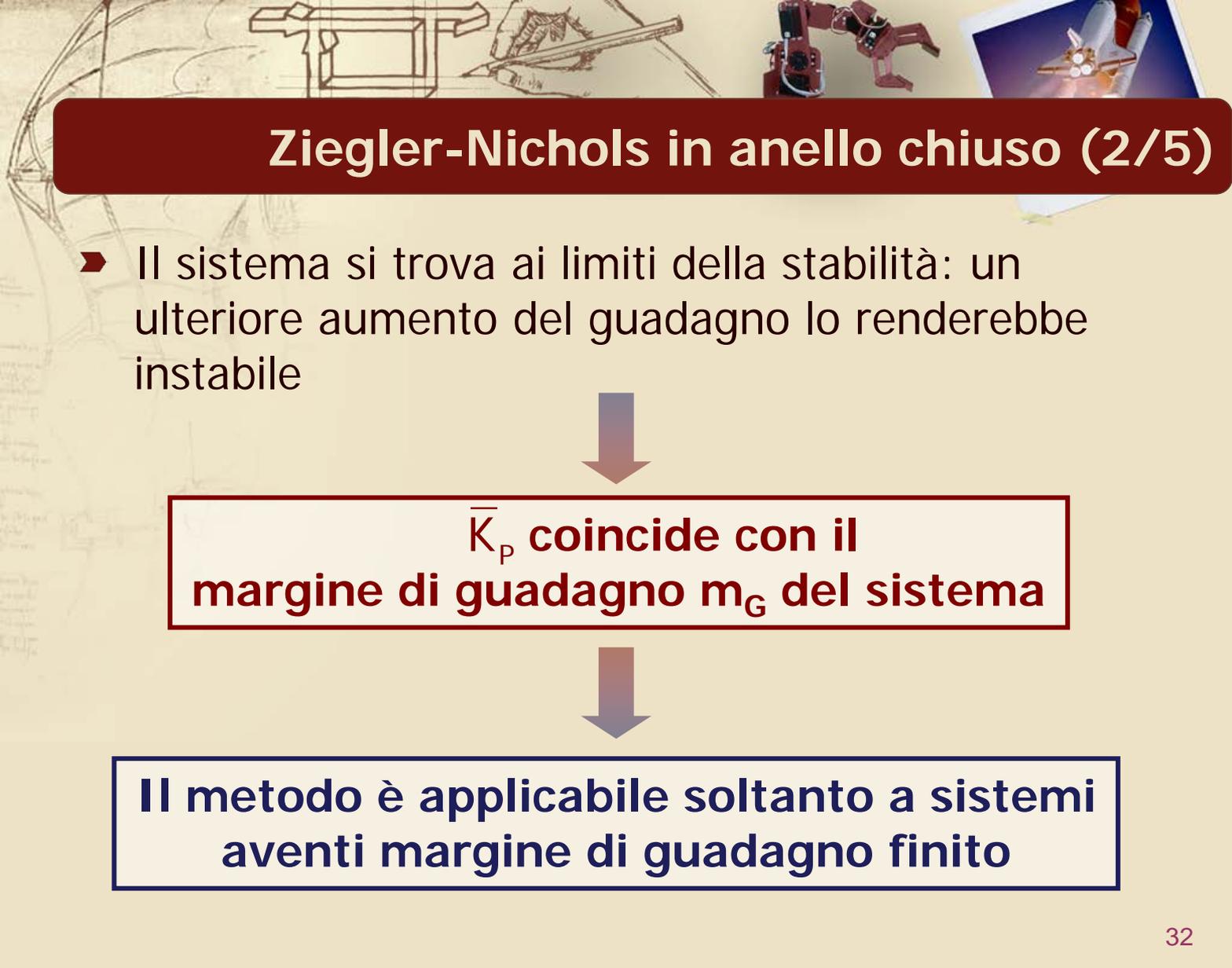
Regolatori PID: funzionamento e taratura

Metodi di taratura in anello chiuso



Ziegler-Nichols in anello chiuso (1/5)

- Il **metodo di Ziegler e Nichols in anello chiuso** fornisce i valori dei parametri caratteristici del PID a partire da misure effettuate sul **sistema chiuso in retroazione negativa unitaria**, con l'inserimento di un **compensatore statico puramente proporzionale**
- Assegnato un segnale di riferimento a gradino, il guadagno del compensatore viene aumentato fino al valore \bar{K}_p per cui si ottiene un'**oscillazione permanente sull'uscita** di periodo \bar{T}

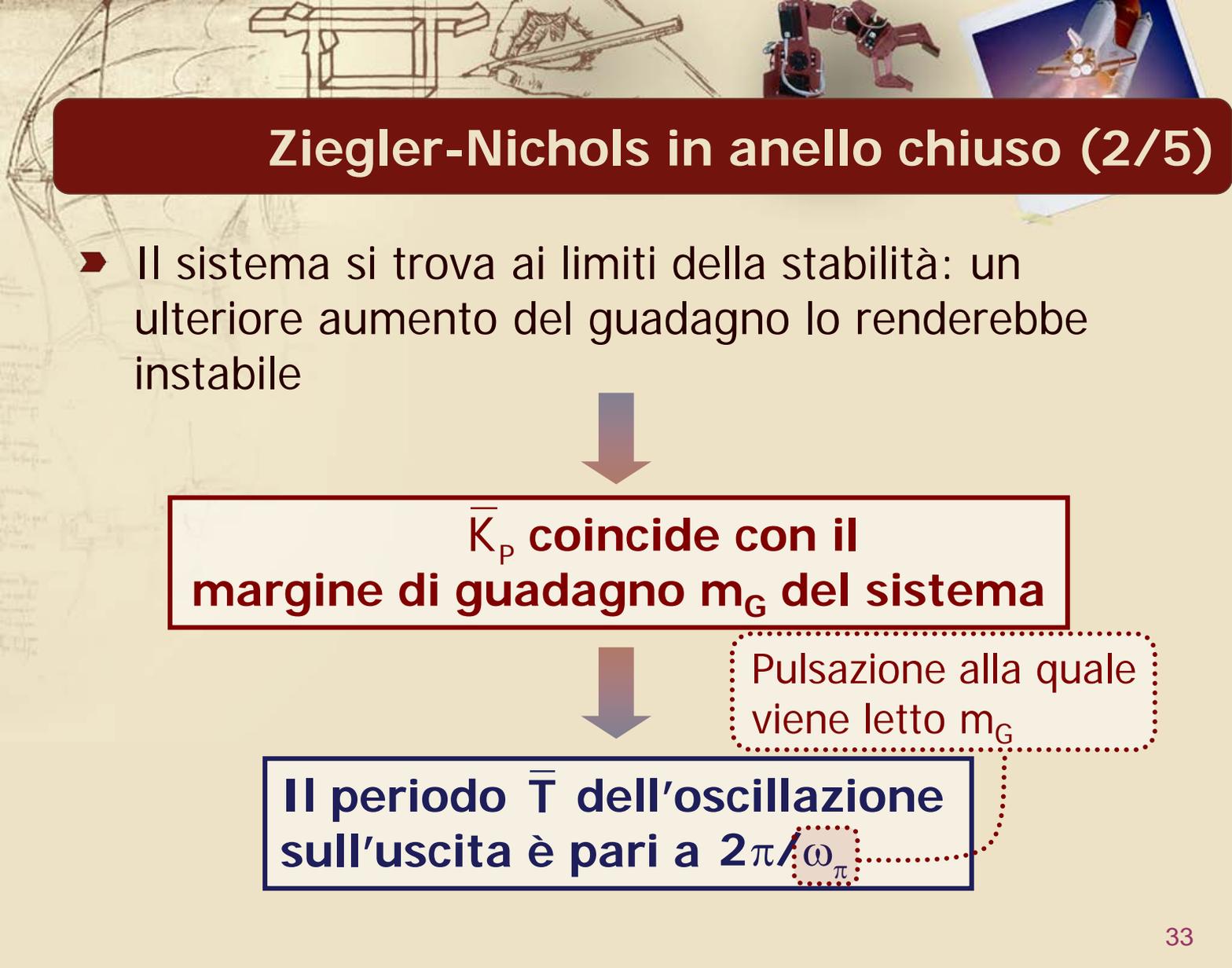


Ziegler-Nichols in anello chiuso (2/5)

- Il sistema si trova ai limiti della stabilità: un ulteriore aumento del guadagno lo renderebbe instabile

\bar{K}_p coincide con il margine di guadagno m_G del sistema

Il metodo è applicabile soltanto a sistemi aventi margine di guadagno finito



Ziegler-Nichols in anello chiuso (2/5)

- Il sistema si trova ai limiti della stabilità: un ulteriore aumento del guadagno lo renderebbe instabile

\bar{K}_p coincide con il margine di guadagno m_G del sistema

Pulsazione alla quale viene letto m_G

Il periodo \bar{T} dell'oscillazione sull'uscita è pari a $2\pi/\omega_\pi$

Ziegler-Nichols in anello chiuso (3/5)

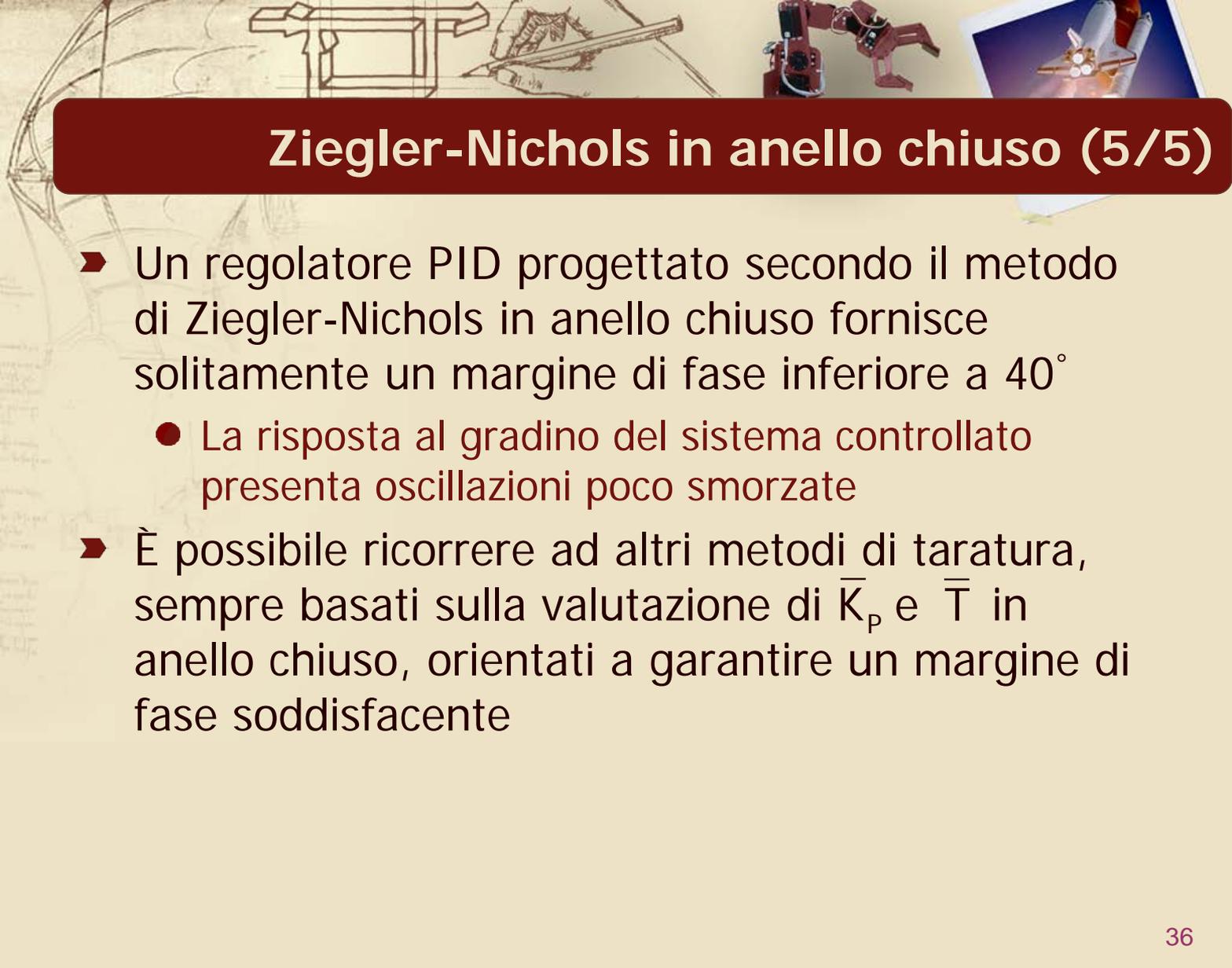
- Una volta determinati \bar{K}_p e \bar{T} , si calcolano i parametri del regolatore PID (o P o PI) secondo la seguente tabella:

	K_p	T_I	T_D
P	$0.5 \bar{K}_p$	$T_I = 4 T_D \Rightarrow$ zeri idealmente coincidenti	
PI	$0.45 \bar{K}_p$	$0.8 \bar{T}$	
PID	$0.6 \bar{K}_p$	$0.5 \bar{T}$	$0.125 \bar{T}$



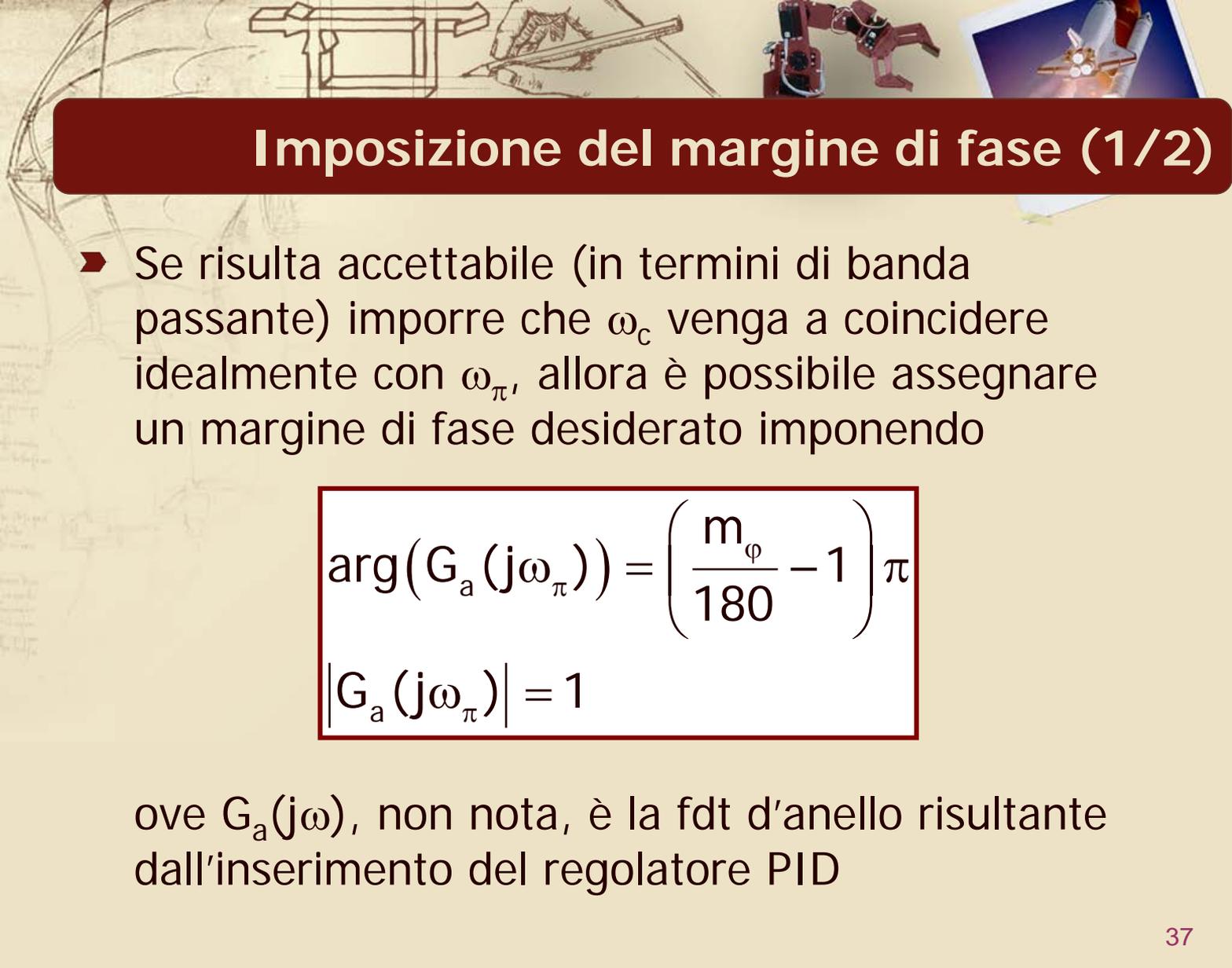
Ziegler-Nichols in anello chiuso (4/5)

- ▶ Nella pratica può risultare problematico portare il sistema al limite della stabilità per valutare \bar{K}_p e \bar{T} , dato il rischio di giungere facilmente all'instabilità e l'impredicibilità dell'ampiezza dell'oscillazione sull'uscita
- ▶ Una possibile soluzione (utilizzata in molti PID ad autosintonia) è data dall'impiego di un **relè senza isteresi** inserito al posto del controllore statico
 - Scegliendo opportunamente i parametri caratteristici del relè è possibile limitare a piacimento l'ampiezza dell'oscillazione sull'uscita



Ziegler-Nichols in anello chiuso (5/5)

- Un regolatore PID progettato secondo il metodo di Ziegler-Nichols in anello chiuso fornisce solitamente un margine di fase inferiore a 40°
 - La risposta al gradino del sistema controllato presenta oscillazioni poco smorzate
- È possibile ricorrere ad altri metodi di taratura, sempre basati sulla valutazione di \bar{K}_p e \bar{T} in anello chiuso, orientati a garantire un margine di fase soddisfacente



Imposizione del margine di fase (1/2)

- Se risulta accettabile (in termini di banda passante) imporre che ω_c venga a coincidere idealmente con ω_π , allora è possibile assegnare un margine di fase desiderato imponendo

$$\arg(G_a(j\omega_\pi)) = \left(\frac{m_\phi}{180} - 1 \right) \pi$$
$$|G_a(j\omega_\pi)| = 1$$

ove $G_a(j\omega)$, non nota, è la fdt d'anello risultante dall'inserimento del regolatore PID



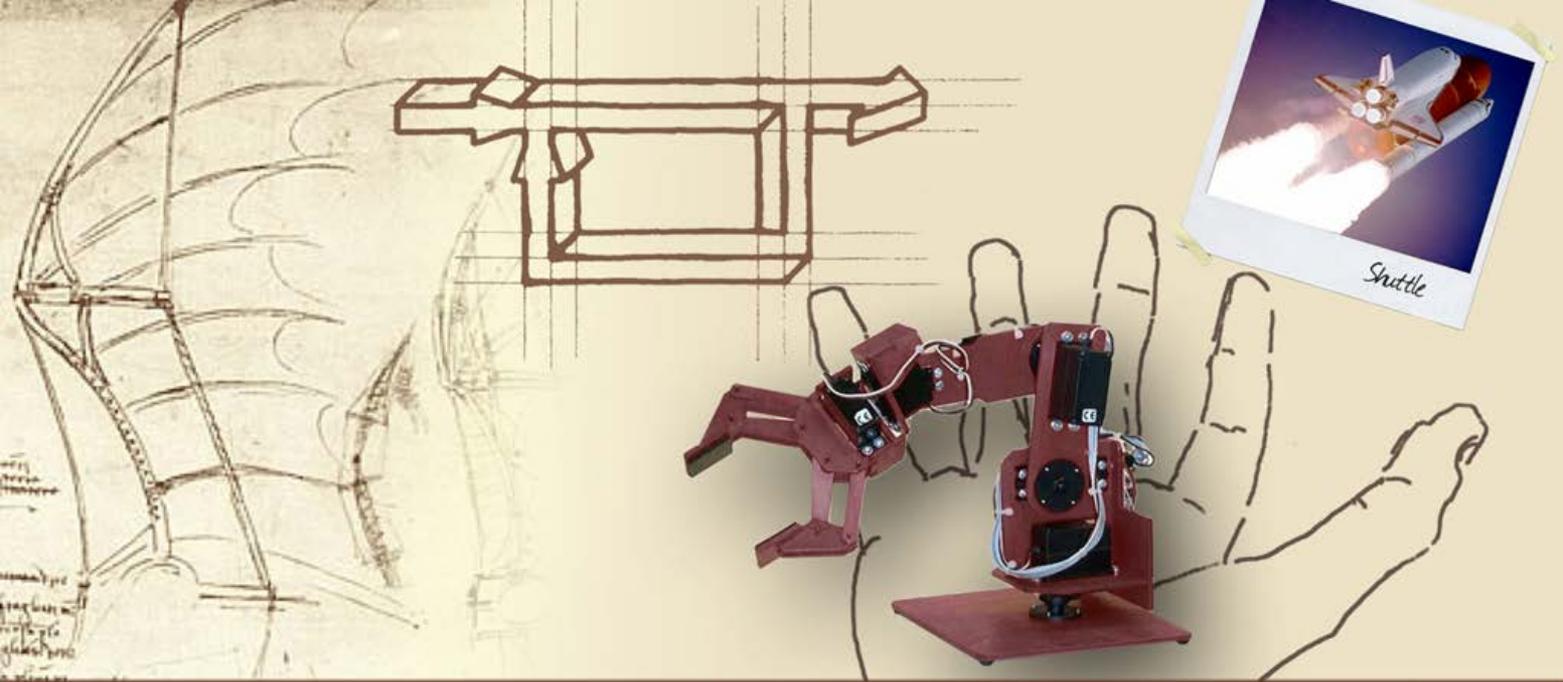
Imposizione del margine di fase (2/2)

- Osservando che in ω_π la fase del sistema vale -180° e che il suo modulo è pari a $1/\bar{K}_p$, si ottengono le seguenti relazioni:

$$\omega_\pi T_D - \frac{1}{\omega_\pi T_I} = \tan(m_\varphi); \quad K_p = \bar{K}_p \cos(m_\varphi)$$

- Imponendo $T_I = 4 T_D$ (zeri idealmente coincidenti), si ricavano univocamente T_I e T_D :

$$T_I = \frac{\bar{T}}{\pi} \cdot \frac{1 + \sin(m_\varphi)}{\cos(m_\varphi)}; \quad T_D = \frac{\bar{T}}{4\pi} \cdot \frac{1 + \sin(m_\varphi)}{\cos(m_\varphi)}$$



Regolatori PID: funzionamento e taratura

Metodi di taratura in anello aperto

Approssimazione del sistema al I ordine

- I **metodi di taratura in anello aperto** sono basati sulla determinazione di un **modello approssimato** del processo da controllare, a partire dalla risposta del sistema ad un riferimento noto (gradino)
- Nei metodi più tradizionali, come quello di Ziegler-Nichols in anello aperto, si utilizza una **fdt** approssimata **del I ordine con ritardo**

Costante di tempo del polo dominante

$$F(s) = \frac{K_F}{1 + \tau_F s} \cdot e^{-\theta_F s}$$

Ritardo



Applicabilità dei metodi in anello aperto

- Questi metodi sono applicabili a sistemi effettivamente ben rappresentabili da una fdt di tale forma

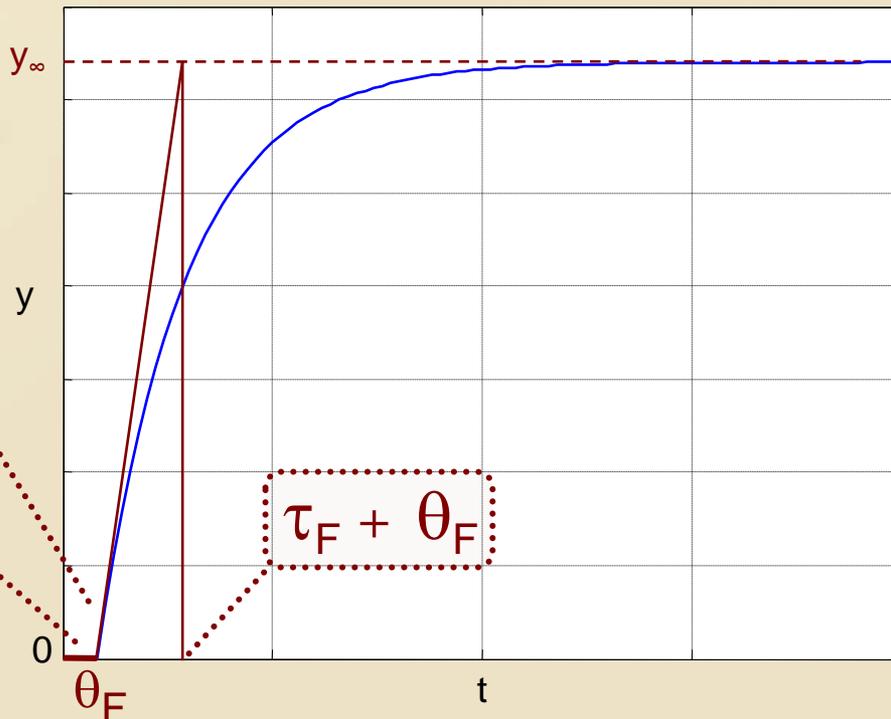
Il sistema in catena aperta deve essere asintoticamente stabile

La sua risposta al gradino deve essere monotona

Metodo della tangente (1/2)

- Il cosiddetto **metodo della tangente** è fra i più applicati per la determinazione di K_F , τ_F e θ_F

Risposta al gradino di un sistema con fdt della forma $F(s)$



Tangente
nel punto
di max
pendenza

Ritardo

$\tau_F + \theta_F$

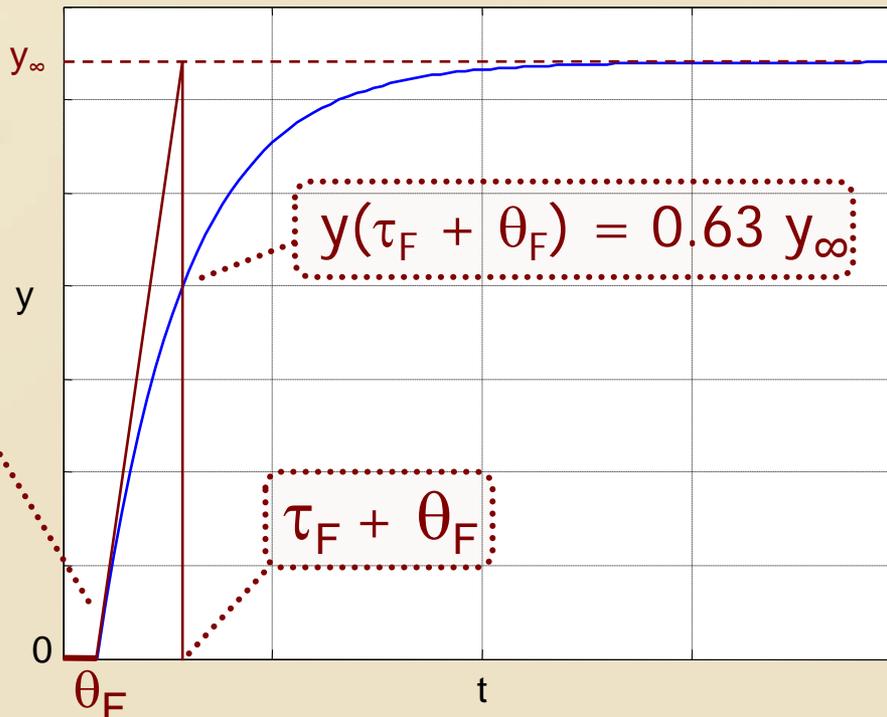
$$K_F = \frac{y_\infty}{\bar{u}}$$

Ampiezza
gradino

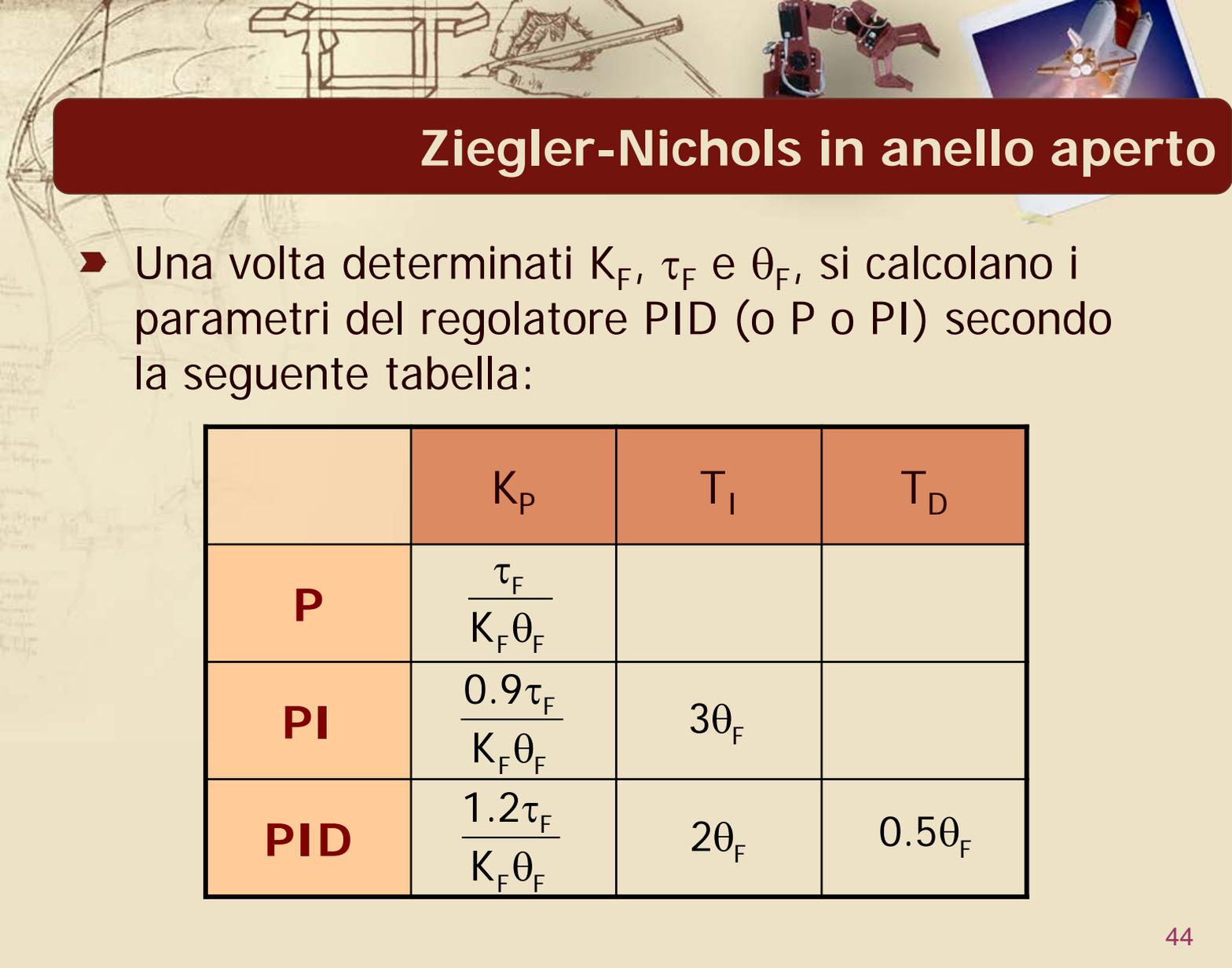
Metodo della tangente (2/2)

- È possibile individuare il punto di ascissa $\tau_F + \theta_F$ anche osservando che $y(\tau_F + \theta_F) = 0.63 y_\infty$

Risposta al gradino di un sistema con fdt della forma $F(s)$



Tangente
nel punto
di max
pendenza



Ziegler-Nichols in anello aperto

- Una volta determinati K_F , τ_F e θ_F , si calcolano i parametri del regolatore PID (o P o PI) secondo la seguente tabella:

	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{\tau_F}{K_F \theta_F}$		
PI	$\frac{0.9\tau_F}{K_F \theta_F}$	$3\theta_F$	
PID	$\frac{1.2\tau_F}{K_F \theta_F}$	$2\theta_F$	$0.5\theta_F$

Ziegler-Nichols in anello aperto

- Una volta determinati K_F , τ_F e θ_F , si calcolano i parametri del regolatore PID (o P o PI) secondo la seguente tabella:

	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{\tau_F}{K_F \theta_F}$	$T_I = 4 T_D \Rightarrow$ zeri idealmente coincidenti	
PI	$\frac{0.9 \tau_F}{K_F \theta_F}$	$3 \theta_F$	
PID	$\frac{1.2 \tau_F}{K_F \theta_F}$	$2 \theta_F$	$0.5 \theta_F$



Altri metodi di taratura in anello aperto

- ▶ Anche nel caso di un regolatore PID progettato secondo il metodo di Ziegler-Nichols in anello aperto si ottengono spesso margini di stabilità non molto elevati
- ▶ Negli anni sono stati sviluppati altri metodi per cercare di ovviare a tale problema, fra cui il **metodo di Cohen e Coon** ed il **metodo dell'Internal Model Control (IMC)**, entrambi riferiti al modello approssimato del I ordine con ritardo utilizzato da Ziegler e Nichols

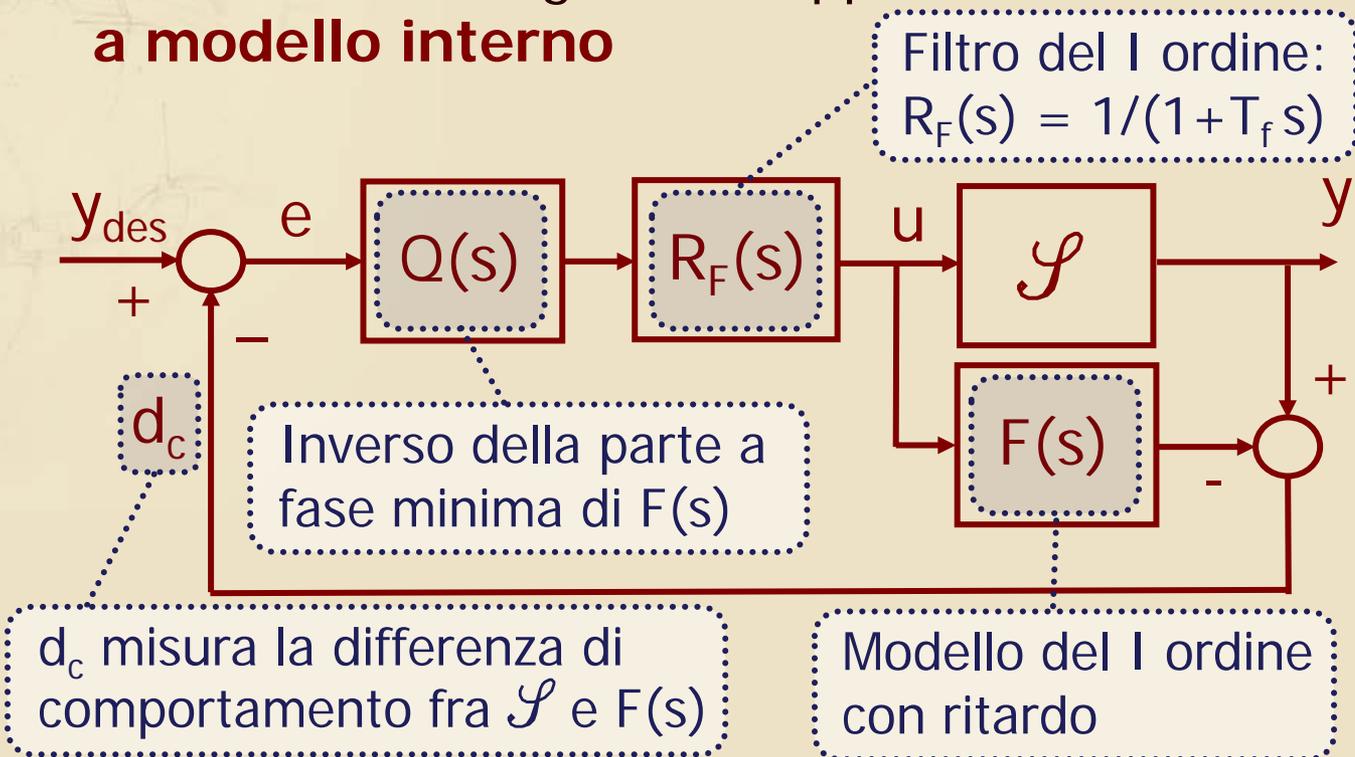
Metodo di Cohen e Coon

- È imposto un rapporto di smorzamento pari a 0.25 fra due picchi consecutivi della risposta del sistema ad un gradino sul comando u

	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{3\tau_F + \theta_F}{3 K_F \theta_F}$		
PI	$\frac{10.8\tau_F + \theta_F}{12 K_F \theta_F}$	$\theta_F \cdot \frac{30\tau_F + 3\theta_F}{9\tau_F + 20\theta_F}$	
PID	$\frac{16\tau_F + 3\theta_F}{12 K_F \theta_F}$	$\theta_F \cdot \frac{32\tau_F + 6\theta_F}{13\tau_F + 8\theta_F}$	$\frac{4\tau_F \theta_F}{11\tau_F + 2\theta_F}$

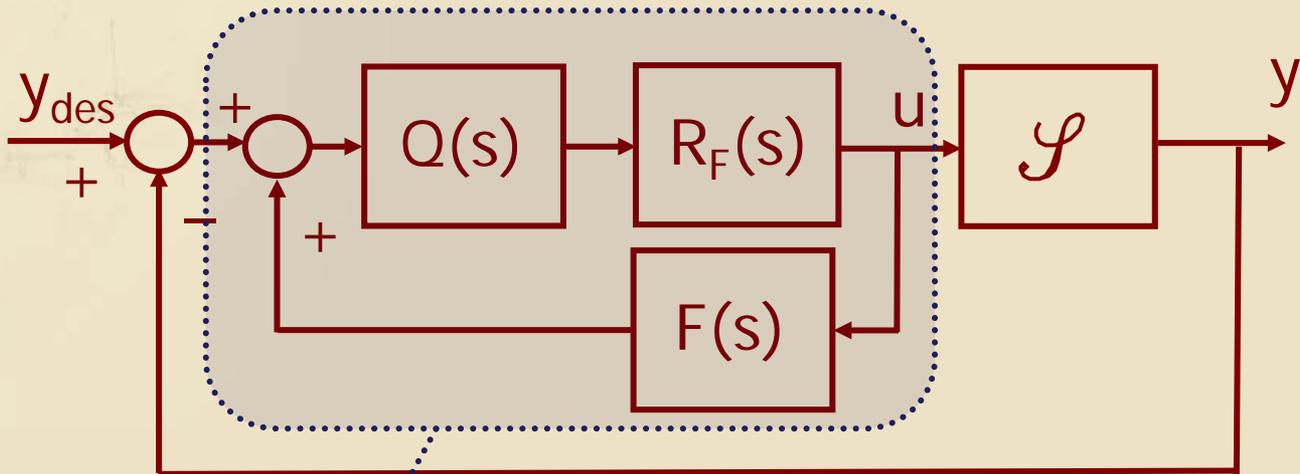
Metodo di Internal Model Control (1/4)

- I parametri del regolatore PI o PID possono essere ricavati seguendo l'approccio di **controllo a modello interno**

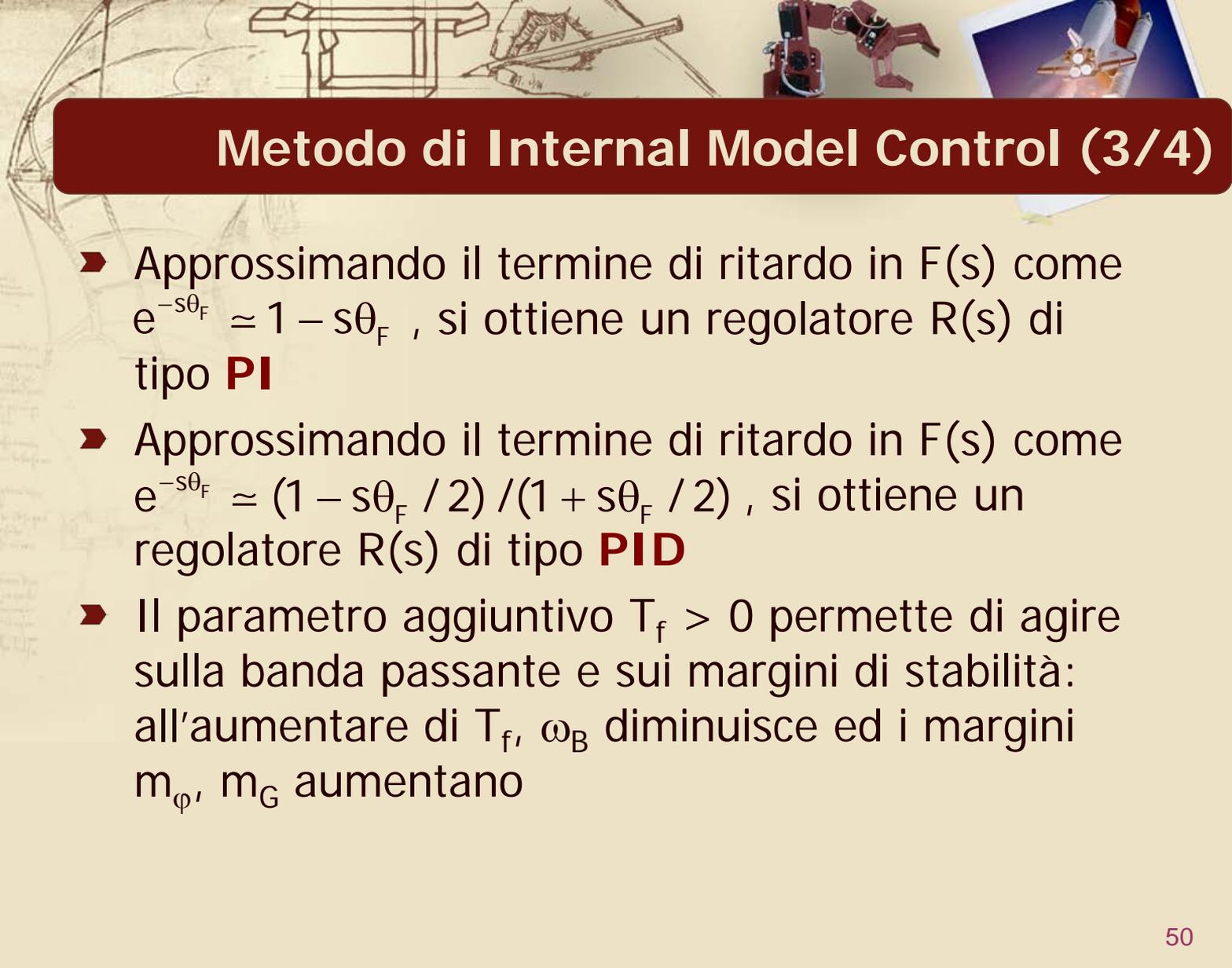


Metodo di Internal Model Control (2/4)

- Lo schema di controllo può essere manipolato in modo da ottenere una struttura di controllo in retroazione di tipo tradizionale



Regolatore equivalente:
$$R(s) = \frac{Q(s)R_F(s)}{1 - Q(s)R_F(s)F(s)}$$



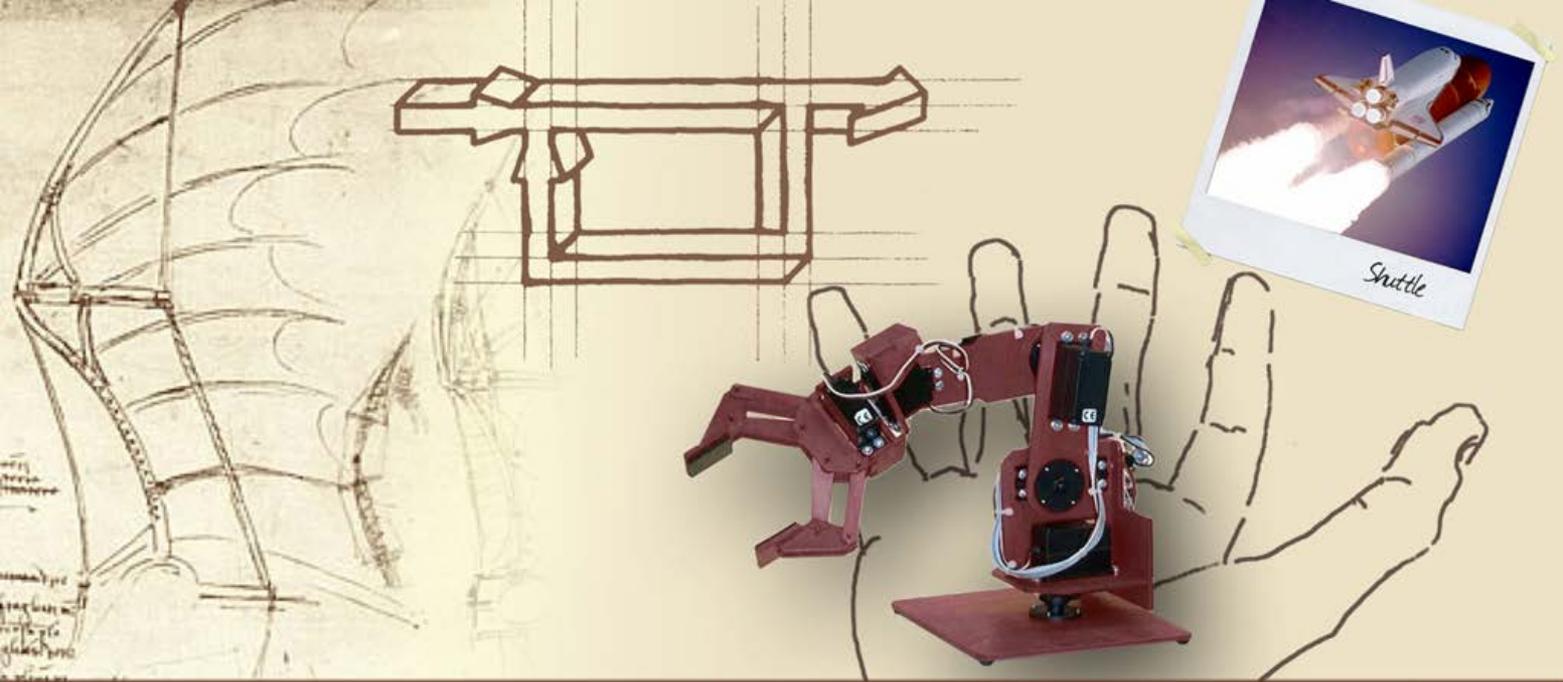
Metodo di Internal Model Control (3/4)

- ▶ Approssimando il termine di ritardo in $F(s)$ come $e^{-s\theta_F} \approx 1 - s\theta_F$, si ottiene un regolatore $R(s)$ di tipo **PI**
- ▶ Approssimando il termine di ritardo in $F(s)$ come $e^{-s\theta_F} \approx (1 - s\theta_F / 2) / (1 + s\theta_F / 2)$, si ottiene un regolatore $R(s)$ di tipo **PID**
- ▶ Il parametro aggiuntivo $T_f > 0$ permette di agire sulla banda passante e sui margini di stabilità: all'aumentare di T_f , ω_B diminuisce ed i margini m_φ , m_G aumentano

Metodo di Internal Model Control (4/4)

- I parametri risultanti nei due casi sono riportati nella seguente tabella:

	K_P	T_I	T_D
PI	$\frac{\tau_F}{K_F (\theta_F + T_f)}$	τ_F	
PID	$\frac{\tau_F + 0.5\theta_F}{K_F (0.5\theta_F + T_f)}$	$\tau_F + 0.5\theta_F$	$\frac{0.5\theta_F \tau_F}{0.5\theta_F + \tau_F}$

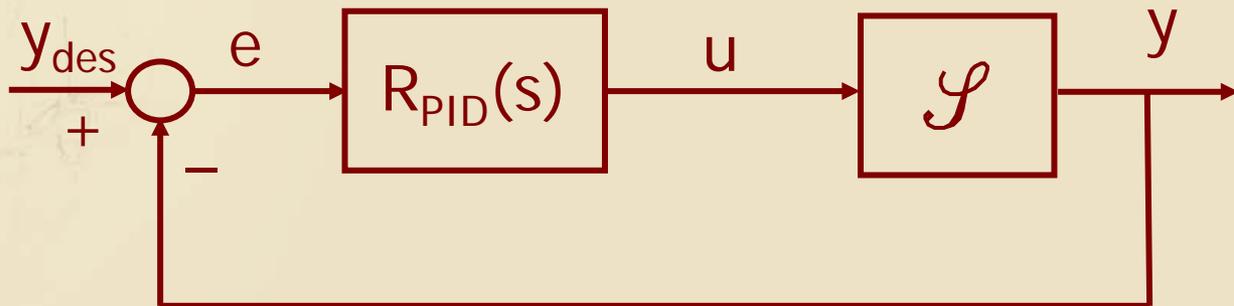


Regolatori PID: funzionamento e taratura

Un esempio di taratura di un PID

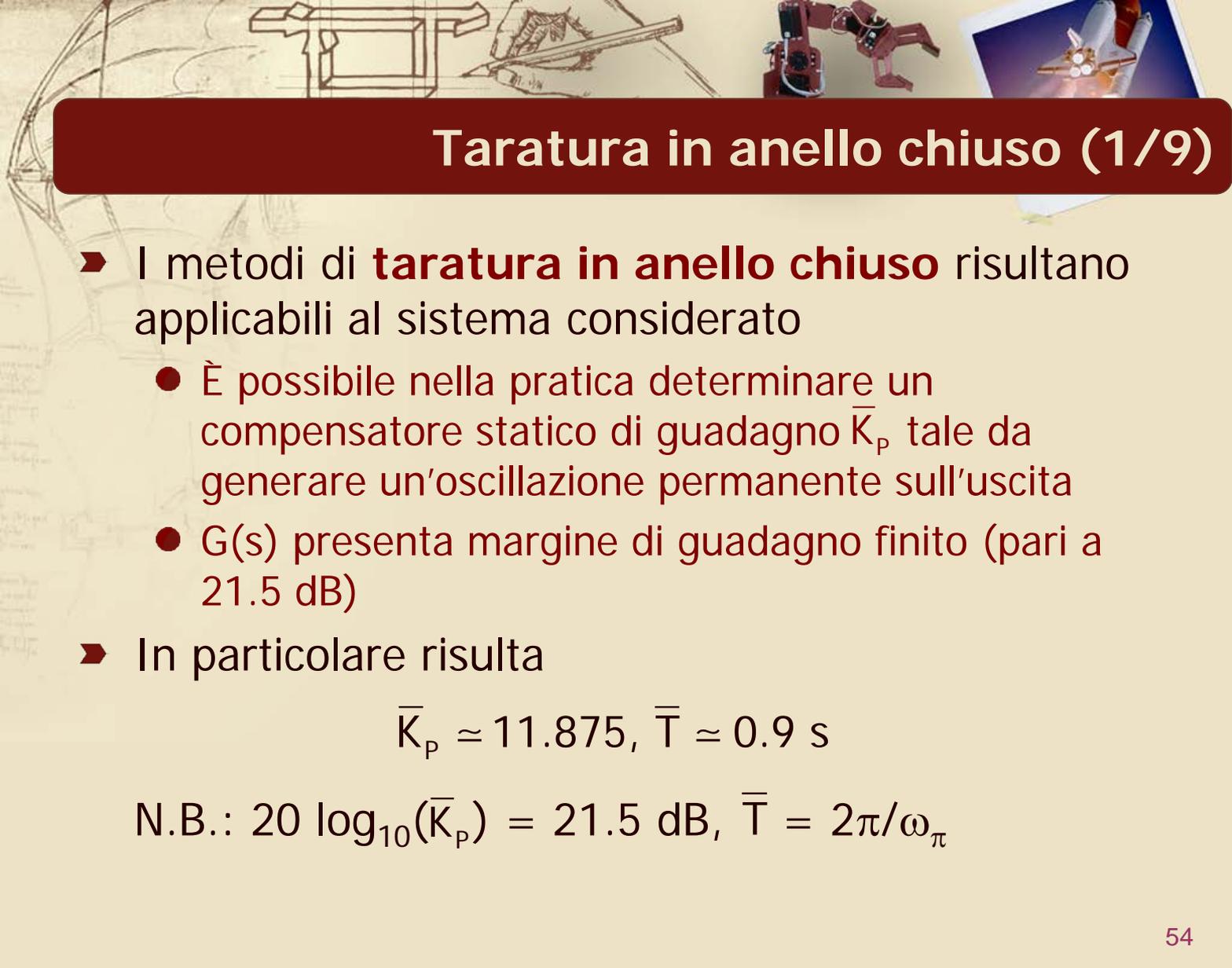
Definizione del problema di controllo

- Progettare un regolatore PID per un sistema \mathcal{S} , confrontando i risultati ottenibili con i diversi metodi di taratura sviluppati



- Nello svolgimento dell'esercizio, si considererà \mathcal{S} descritto dalla fdt (non nota nella realtà):

$$G(s) = \frac{8(1 + 0.5s)}{(1 + 2s)^2(1 + 0.125s)^2}$$

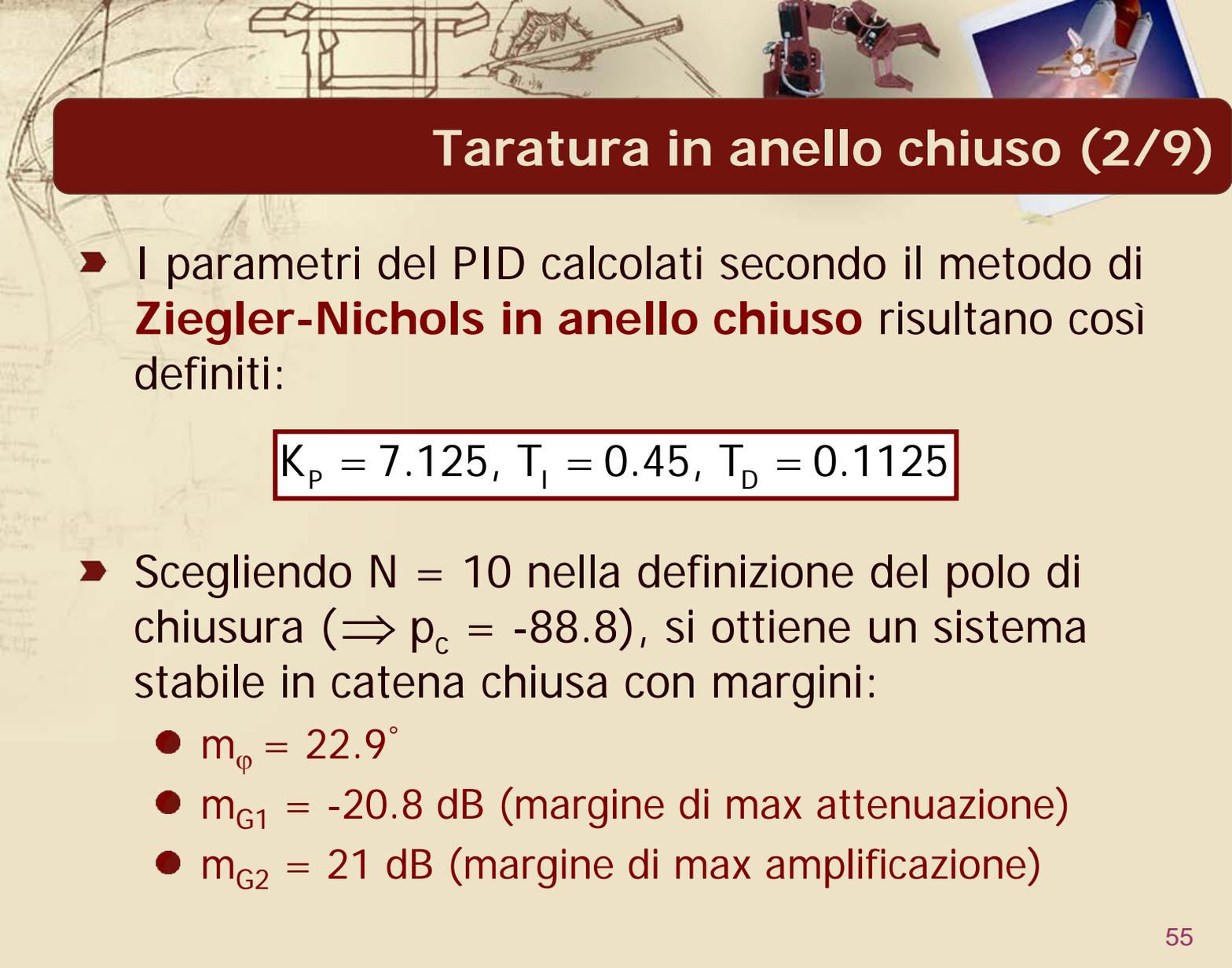


Taratura in anello chiuso (1/9)

- ▶ I metodi di **taratura in anello chiuso** risultano applicabili al sistema considerato
 - È possibile nella pratica determinare un compensatore statico di guadagno \bar{K}_p tale da generare un'oscillazione permanente sull'uscita
 - $G(s)$ presenta margine di guadagno finito (pari a 21.5 dB)
- ▶ In particolare risulta

$$\bar{K}_p \approx 11.875, \bar{T} \approx 0.9 \text{ s}$$

$$\text{N.B.: } 20 \log_{10}(\bar{K}_p) = 21.5 \text{ dB}, \bar{T} = 2\pi/\omega_\pi$$



Taratura in anello chiuso (2/9)

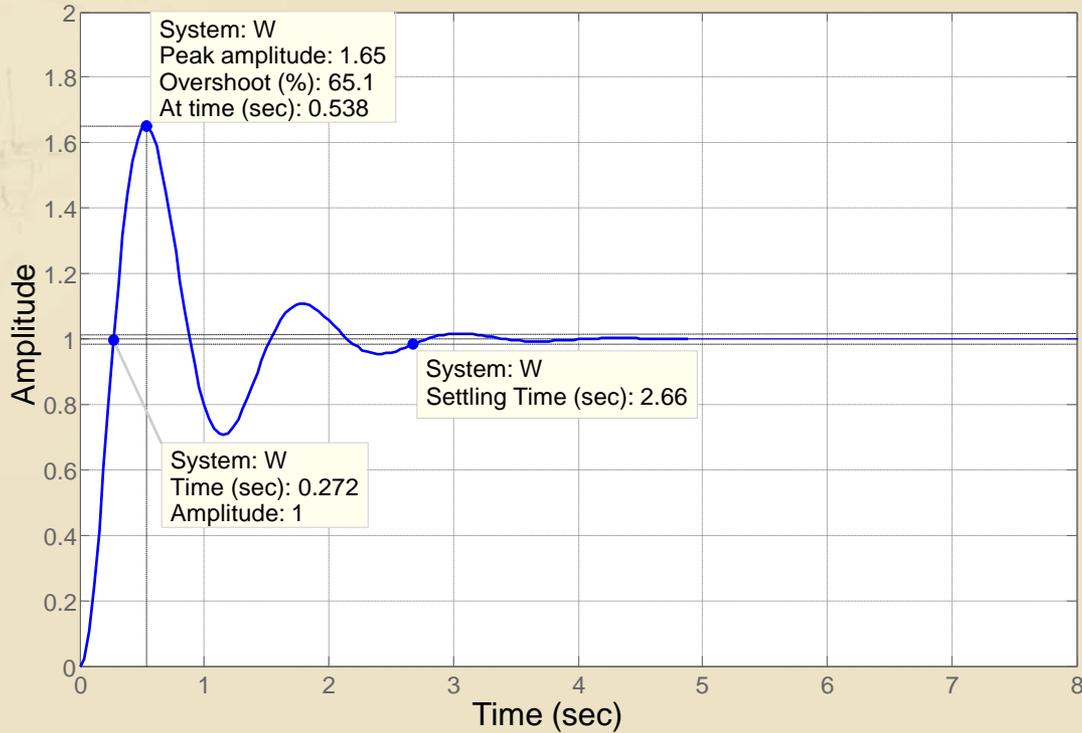
- I parametri del PID calcolati secondo il metodo di **Ziegler-Nichols in anello chiuso** risultano così definiti:

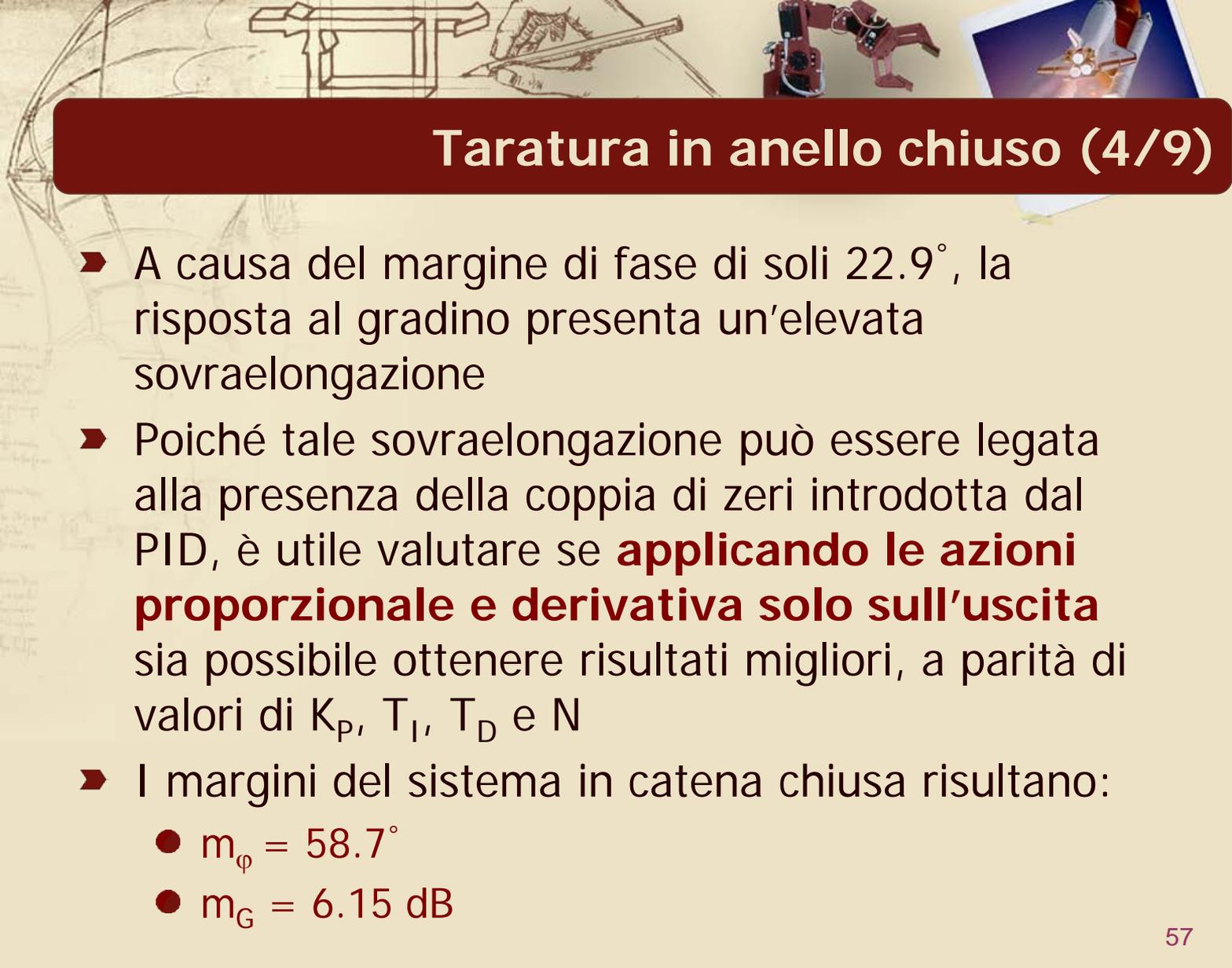
$$K_p = 7.125, T_i = 0.45, T_D = 0.1125$$

- Scegliendo $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura ($\Rightarrow p_c = -88.8$), si ottiene un sistema stabile in catena chiusa con margini:
 - $m_\varphi = 22.9^\circ$
 - $m_{G1} = -20.8$ dB (margine di max attenuazione)
 - $m_{G2} = 21$ dB (margine di max amplificazione)

Taratura in anello chiuso (3/9)

- Risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa





Taratura in anello chiuso (4/9)

- A causa del margine di fase di soli 22.9° , la risposta al gradino presenta un'elevata sovraelongazione
- Poiché tale sovraelongazione può essere legata alla presenza della coppia di zeri introdotta dal PID, è utile valutare se **applicando le azioni proporzionale e derivativa solo sull'uscita** sia possibile ottenere risultati migliori, a parità di valori di K_P , T_I , T_D e N
- I margini del sistema in catena chiusa risultano:
 - $m_\varphi = 58.7^\circ$
 - $m_G = 6.15 \text{ dB}$

Taratura in anello chiuso (5/9)

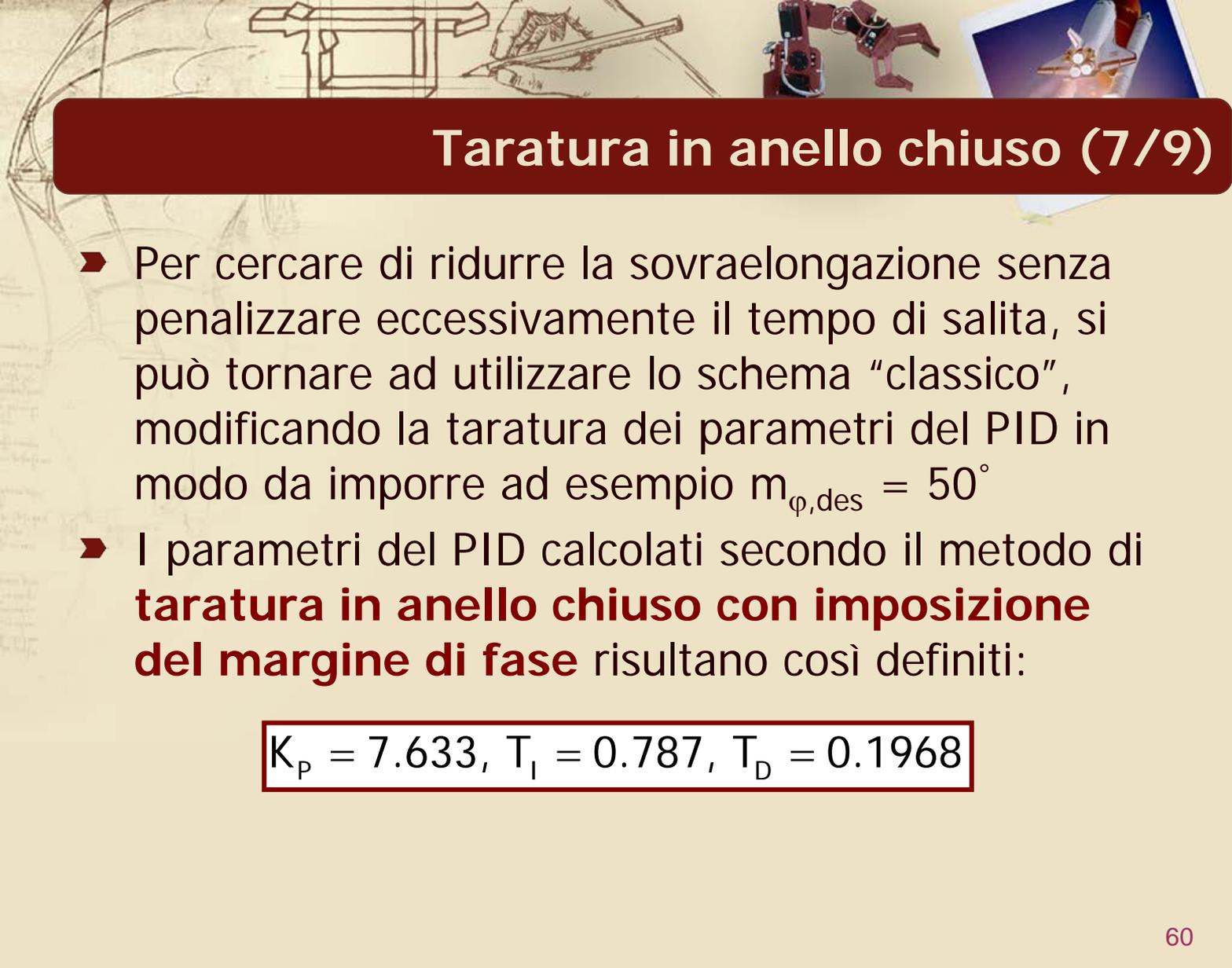
- Risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa con lo schema modificato



Taratura in anello chiuso (6/9)

- Confronto della risposta al gradino unitario ottenuta secondo i due schemi di controllo

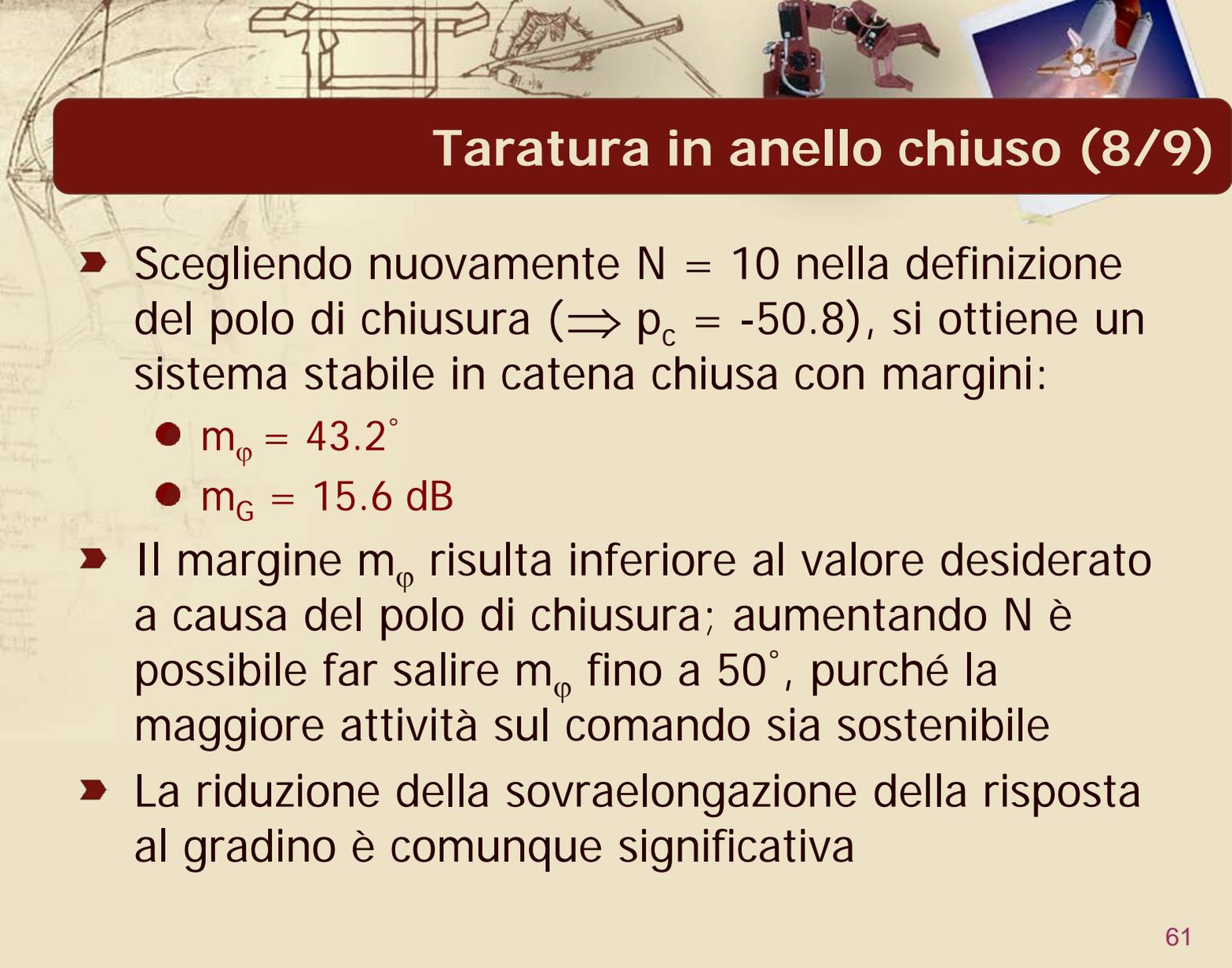




Taratura in anello chiuso (7/9)

- Per cercare di ridurre la sovraelongazione senza penalizzare eccessivamente il tempo di salita, si può tornare ad utilizzare lo schema “classico”, modificando la taratura dei parametri del PID in modo da imporre ad esempio $m_{\varphi,des} = 50^\circ$
- I parametri del PID calcolati secondo il metodo di **taratura in anello chiuso con imposizione del margine di fase** risultano così definiti:

$$K_p = 7.633, T_i = 0.787, T_D = 0.1968$$

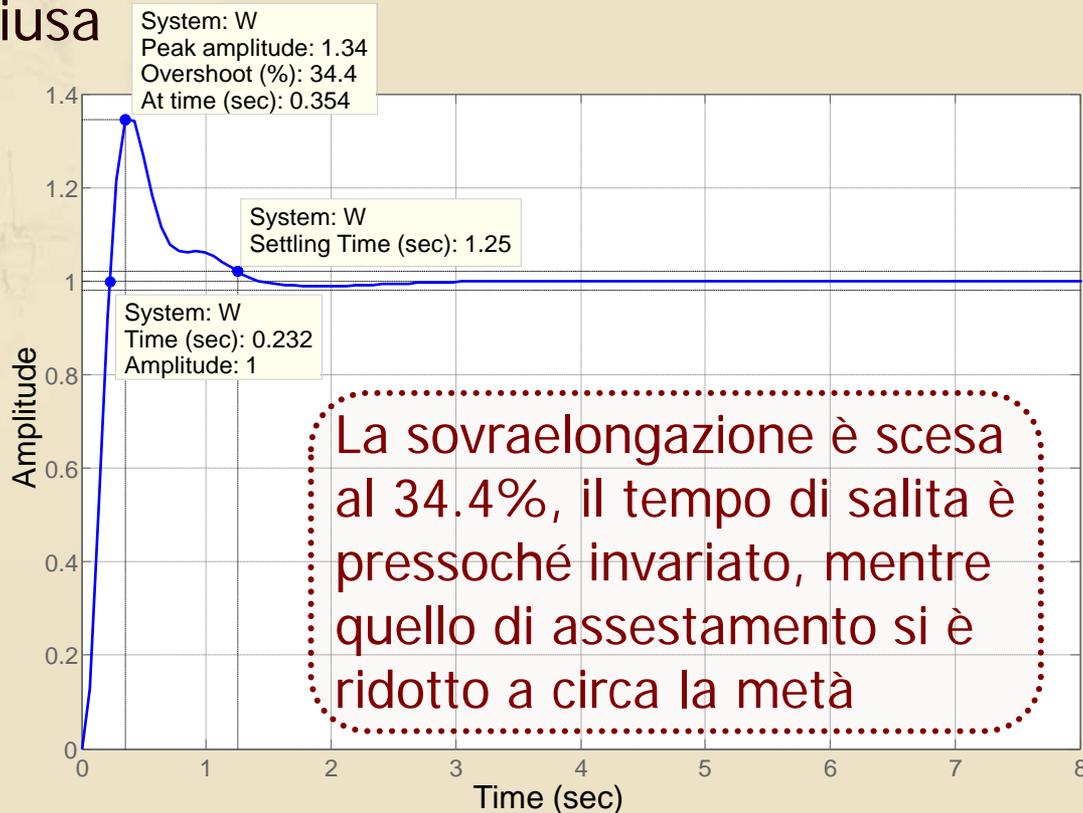


Taratura in anello chiuso (8/9)

- Scegliendo nuovamente $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura ($\Rightarrow p_c = -50.8$), si ottiene un sistema stabile in catena chiusa con margini:
 - $m_\varphi = 43.2^\circ$
 - $m_G = 15.6 \text{ dB}$
- Il margine m_φ risulta inferiore al valore desiderato a causa del polo di chiusura; aumentando N è possibile far salire m_φ fino a 50° , purché la maggiore attività sul comando sia sostenibile
- La riduzione della sovraelongazione della risposta al gradino è comunque significativa

Taratura in anello chiuso (9/9)

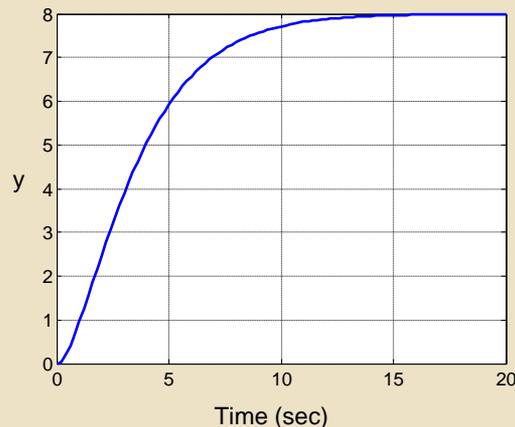
- Risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa

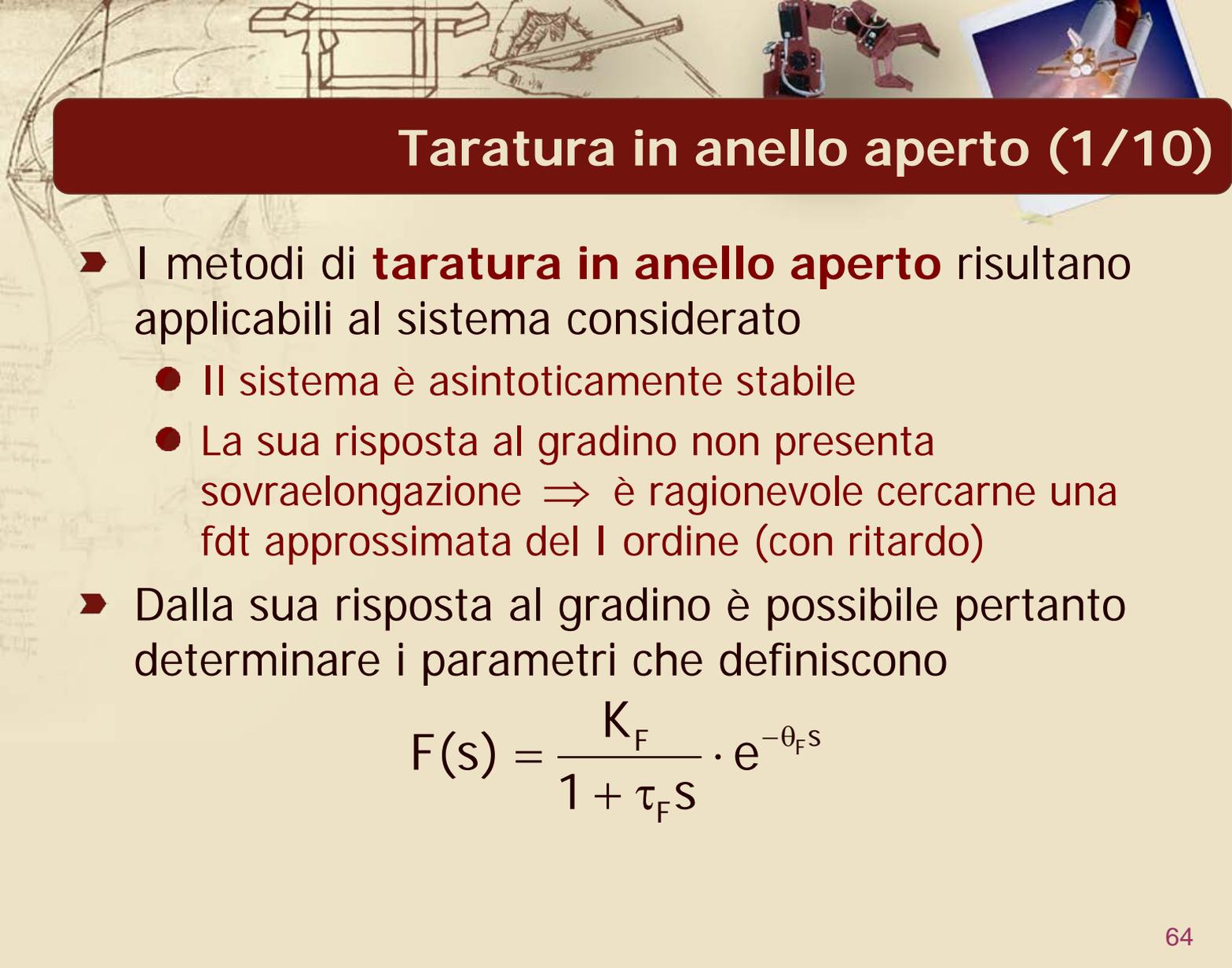


La sovraelongazione è scesa al 34.4%, il tempo di salita è pressoché invariato, mentre quello di assestamento si è ridotto a circa la metà

Taratura in anello aperto (1/10)

- I metodi di **taratura in anello aperto** risultano applicabili al sistema considerato
 - Il sistema è asintoticamente stabile
 - La sua risposta al gradino non presenta sovraelongazione \Rightarrow è ragionevole cercarne una fdt approssimata del I ordine (con ritardo)





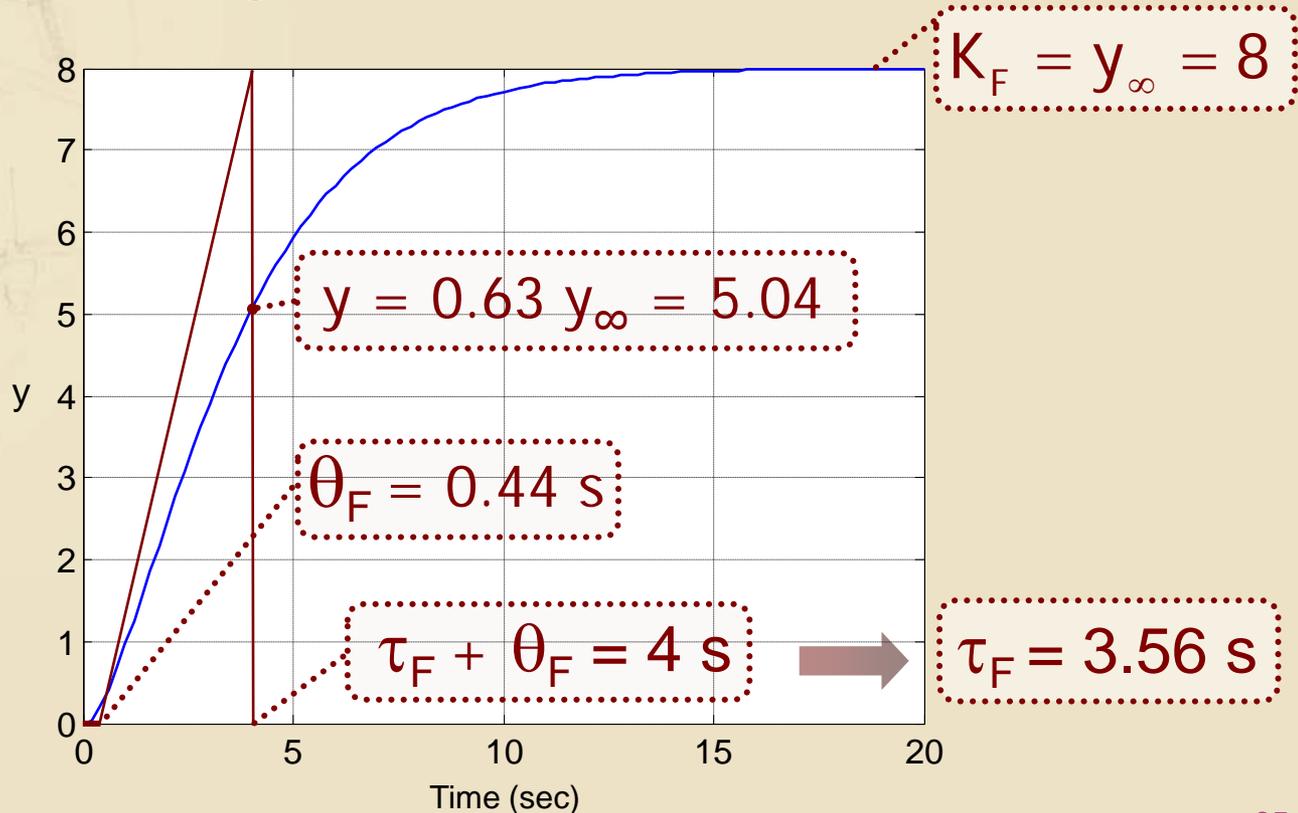
Taratura in anello aperto (1/10)

- ▶ I metodi di **taratura in anello aperto** risultano applicabili al sistema considerato
 - Il sistema è asintoticamente stabile
 - La sua risposta al gradino non presenta sovraelongazione \Rightarrow è ragionevole cercarne una fdt approssimata del I ordine (con ritardo)
- ▶ Dalla sua risposta al gradino è possibile pertanto determinare i parametri che definiscono

$$F(s) = \frac{K_F}{1 + \tau_F s} \cdot e^{-\theta_F s}$$

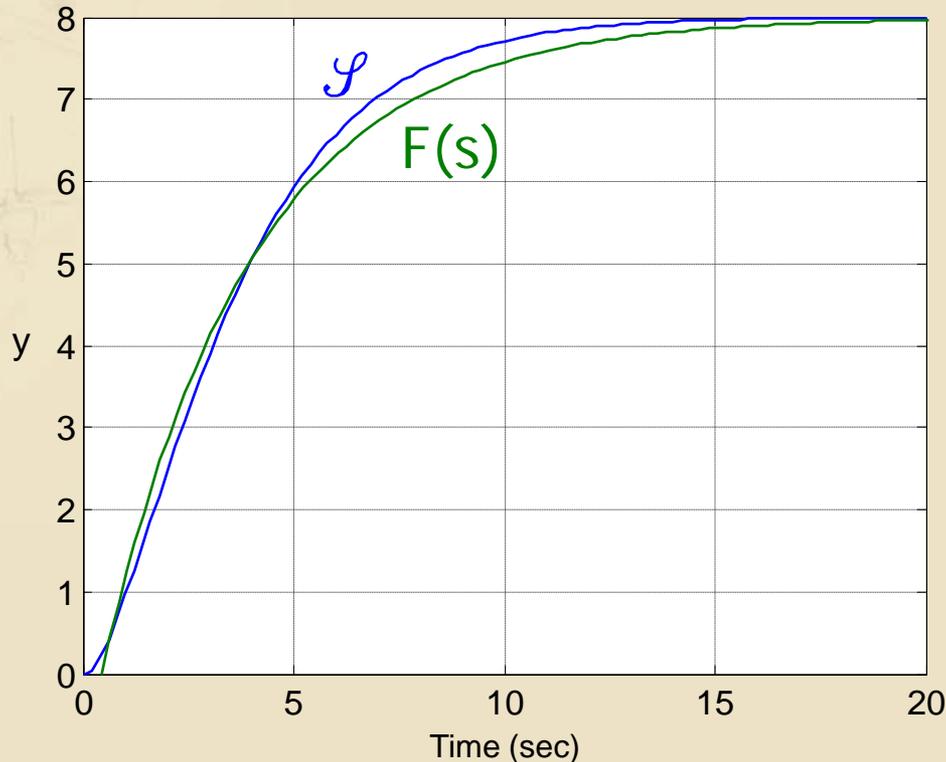
Taratura in anello aperto (2/10)

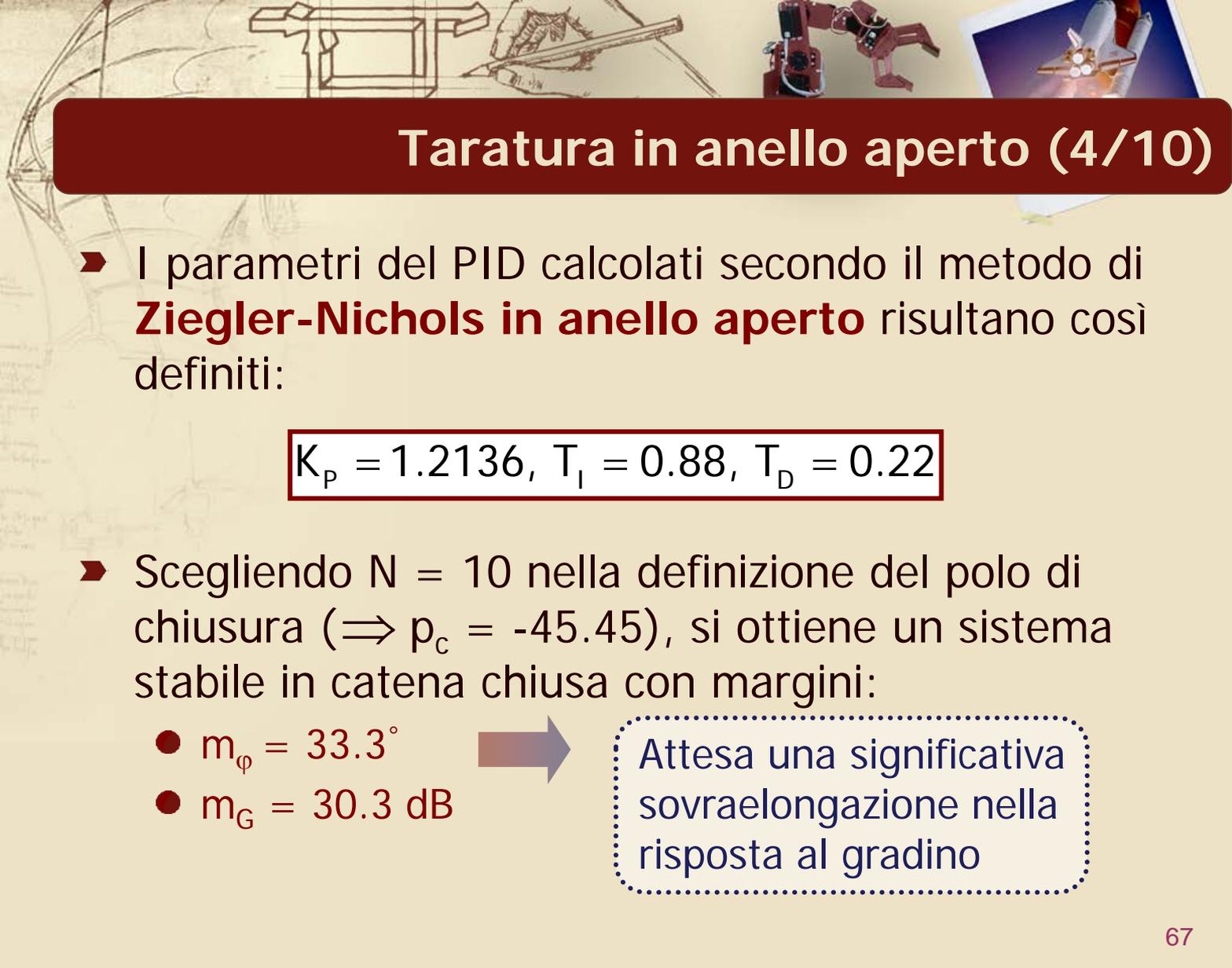
- Risposta al gradino unitario del sistema dato



Taratura in anello aperto (3/10)

- Confronto della risposta al gradino di \mathcal{L} e di $F(s)$





Taratura in anello aperto (4/10)

- I parametri del PID calcolati secondo il metodo di **Ziegler-Nichols in anello aperto** risultano così definiti:

$$K_p = 1.2136, T_i = 0.88, T_D = 0.22$$

- Scegliendo $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura ($\Rightarrow p_c = -45.45$), si ottiene un sistema stabile in catena chiusa con margini:

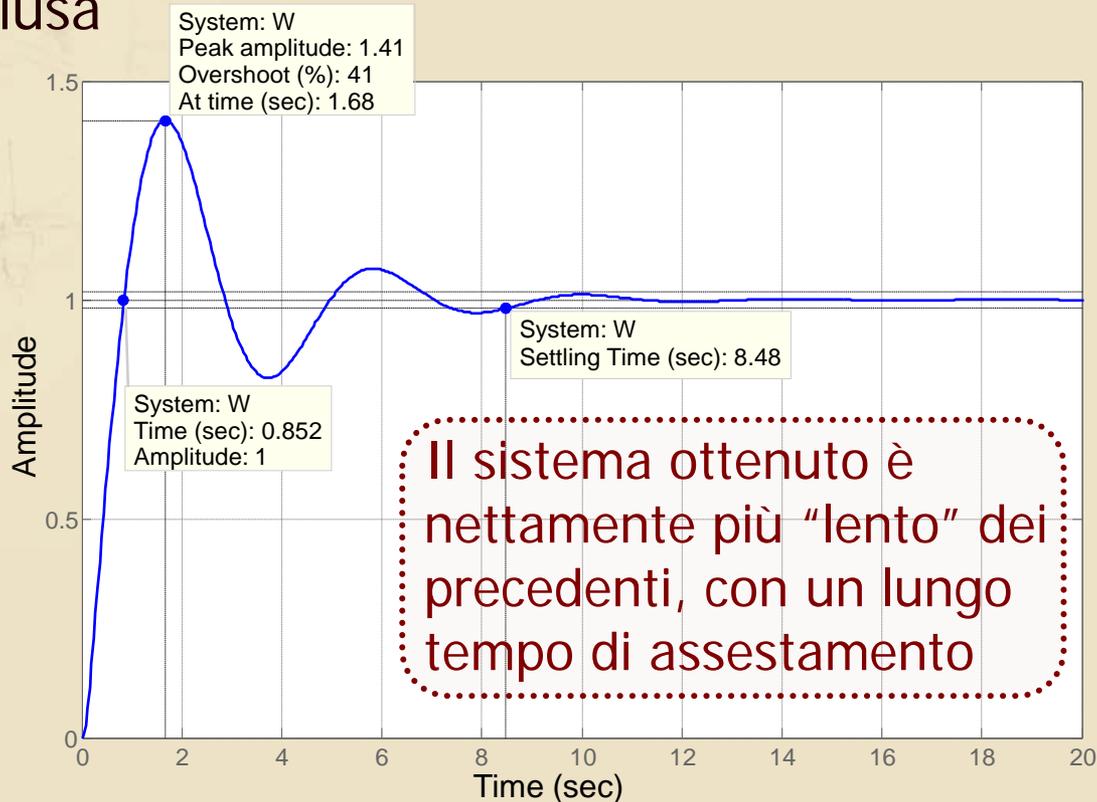
- $m_\varphi = 33.3^\circ$
- $m_G = 30.3 \text{ dB}$

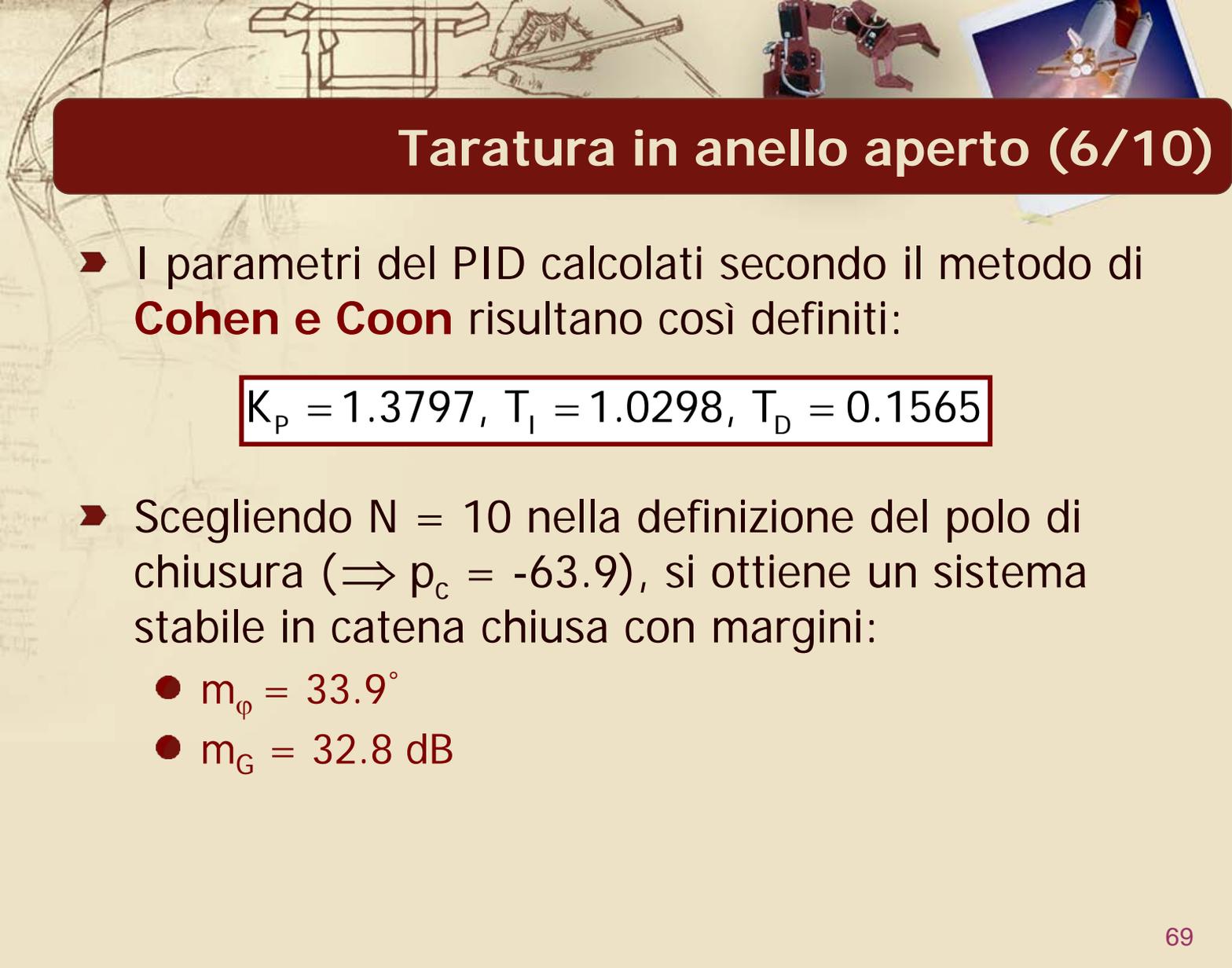


Attesa una significativa sovraelongazione nella risposta al gradino

Taratura in anello aperto (5/10)

- Risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa





Taratura in anello aperto (6/10)

- I parametri del PID calcolati secondo il metodo di **Cohen e Coon** risultano così definiti:

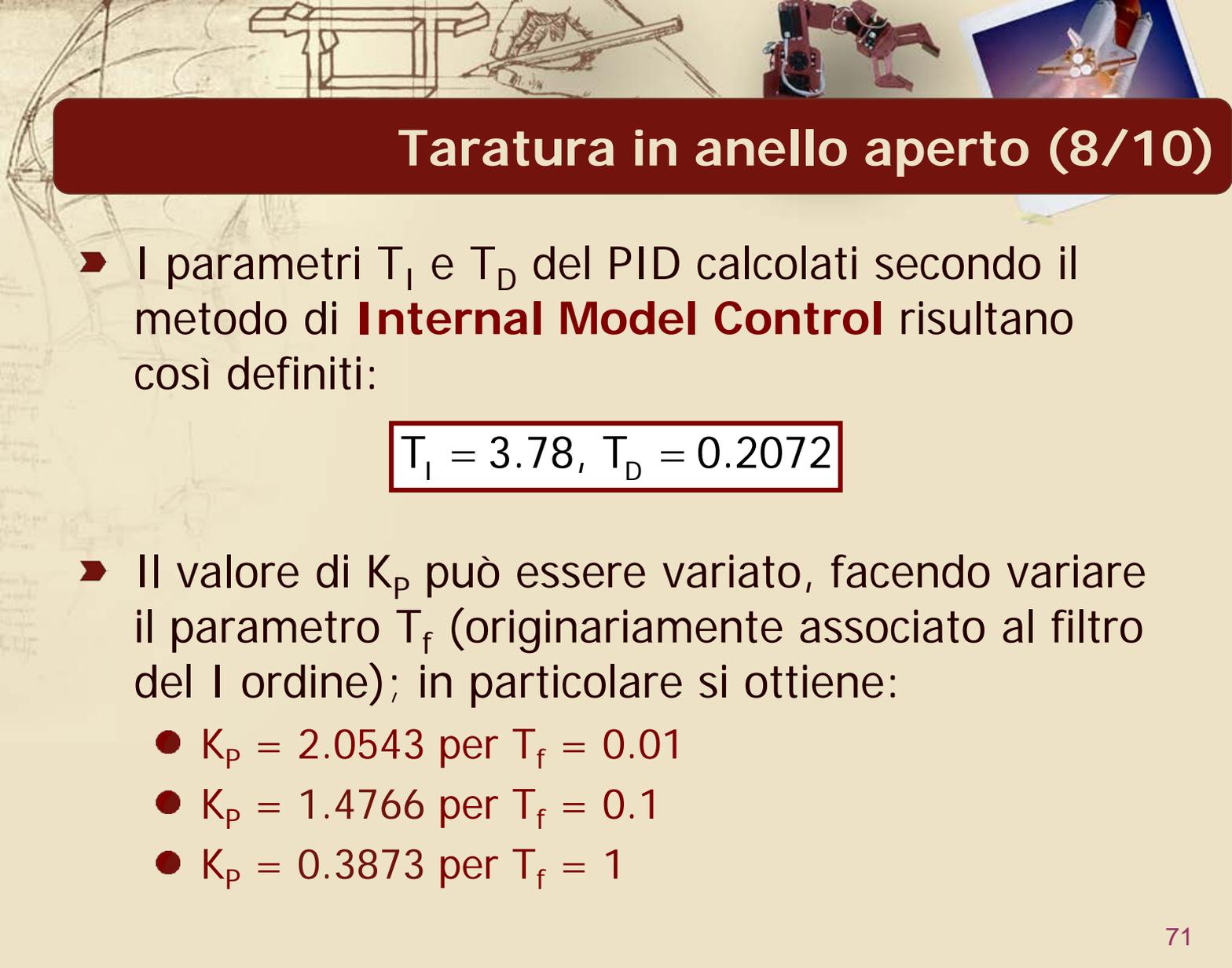
$$K_p = 1.3797, T_i = 1.0298, T_D = 0.1565$$

- Scegliendo $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura ($\Rightarrow p_c = -63.9$), si ottiene un sistema stabile in catena chiusa con margini:
 - $m_\varphi = 33.9^\circ$
 - $m_G = 32.8 \text{ dB}$

Taratura in anello aperto (7/10)

- Risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa



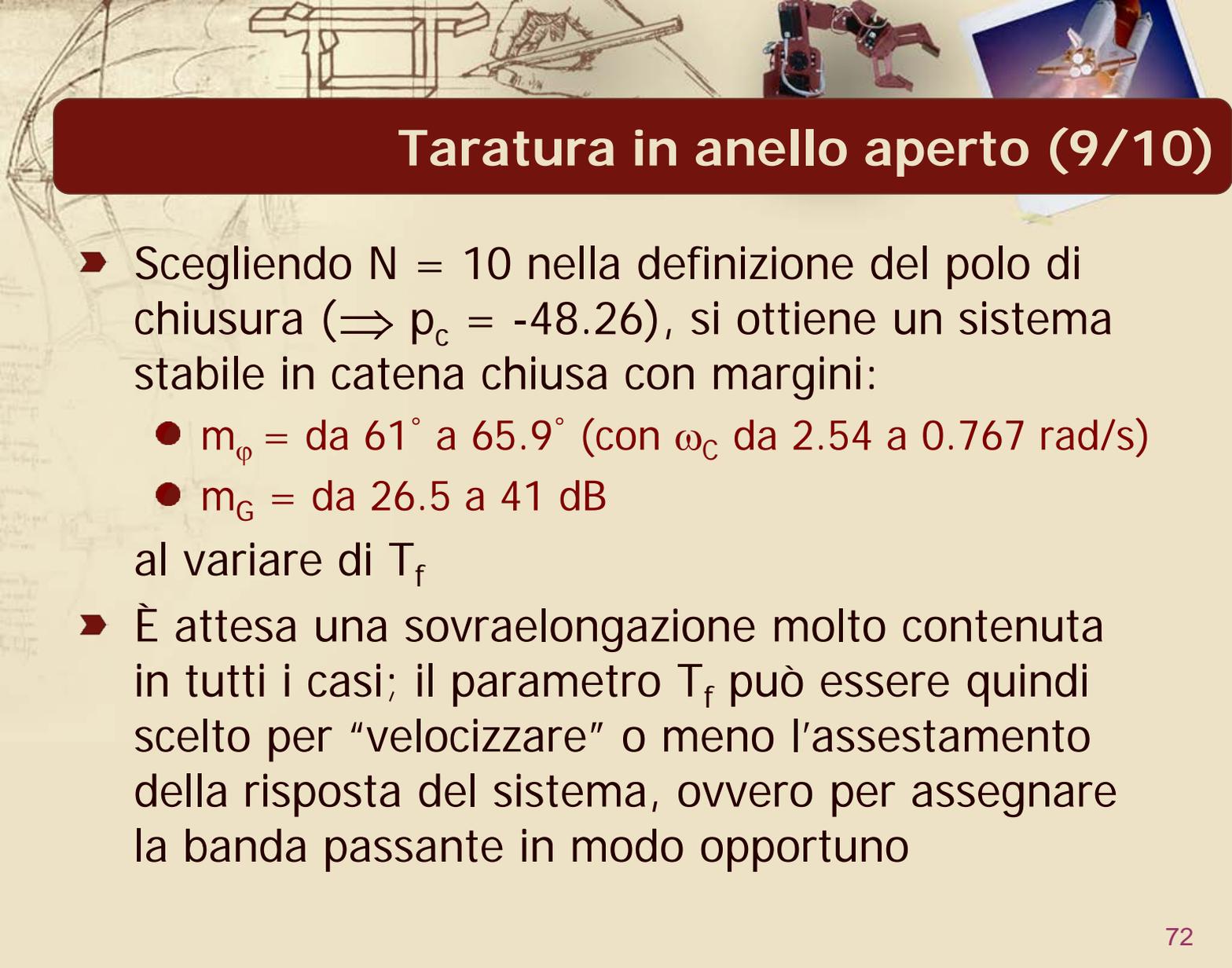


Taratura in anello aperto (8/10)

- I parametri T_I e T_D del PID calcolati secondo il metodo di **Internal Model Control** risultano così definiti:

$$T_I = 3.78, T_D = 0.2072$$

- Il valore di K_p può essere variato, facendo variare il parametro T_f (originariamente associato al filtro del I ordine); in particolare si ottiene:
 - $K_p = 2.0543$ per $T_f = 0.01$
 - $K_p = 1.4766$ per $T_f = 0.1$
 - $K_p = 0.3873$ per $T_f = 1$



Taratura in anello aperto (9/10)

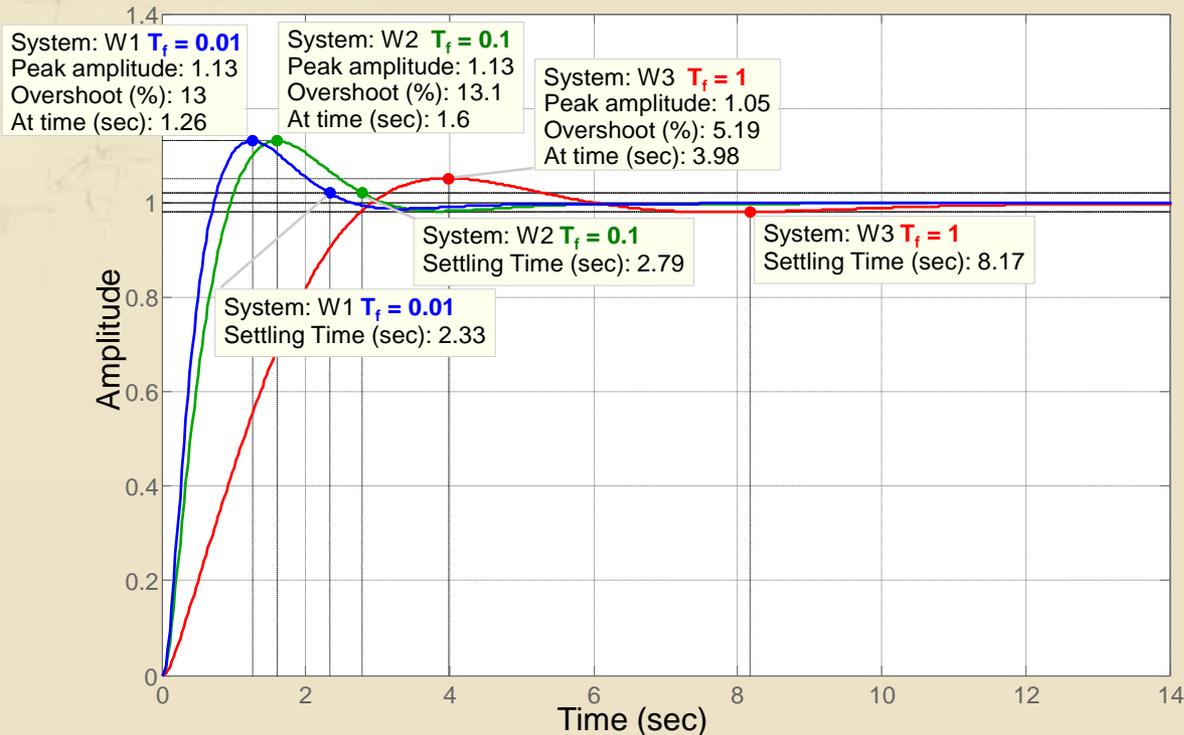
- Scegliendo $N = 10$ nella definizione del polo di chiusura ($\Rightarrow p_c = -48.26$), si ottiene un sistema stabile in catena chiusa con margini:
 - $m_\varphi =$ da 61° a 65.9° (con ω_c da 2.54 a 0.767 rad/s)
 - $m_G =$ da 26.5 a 41 dB

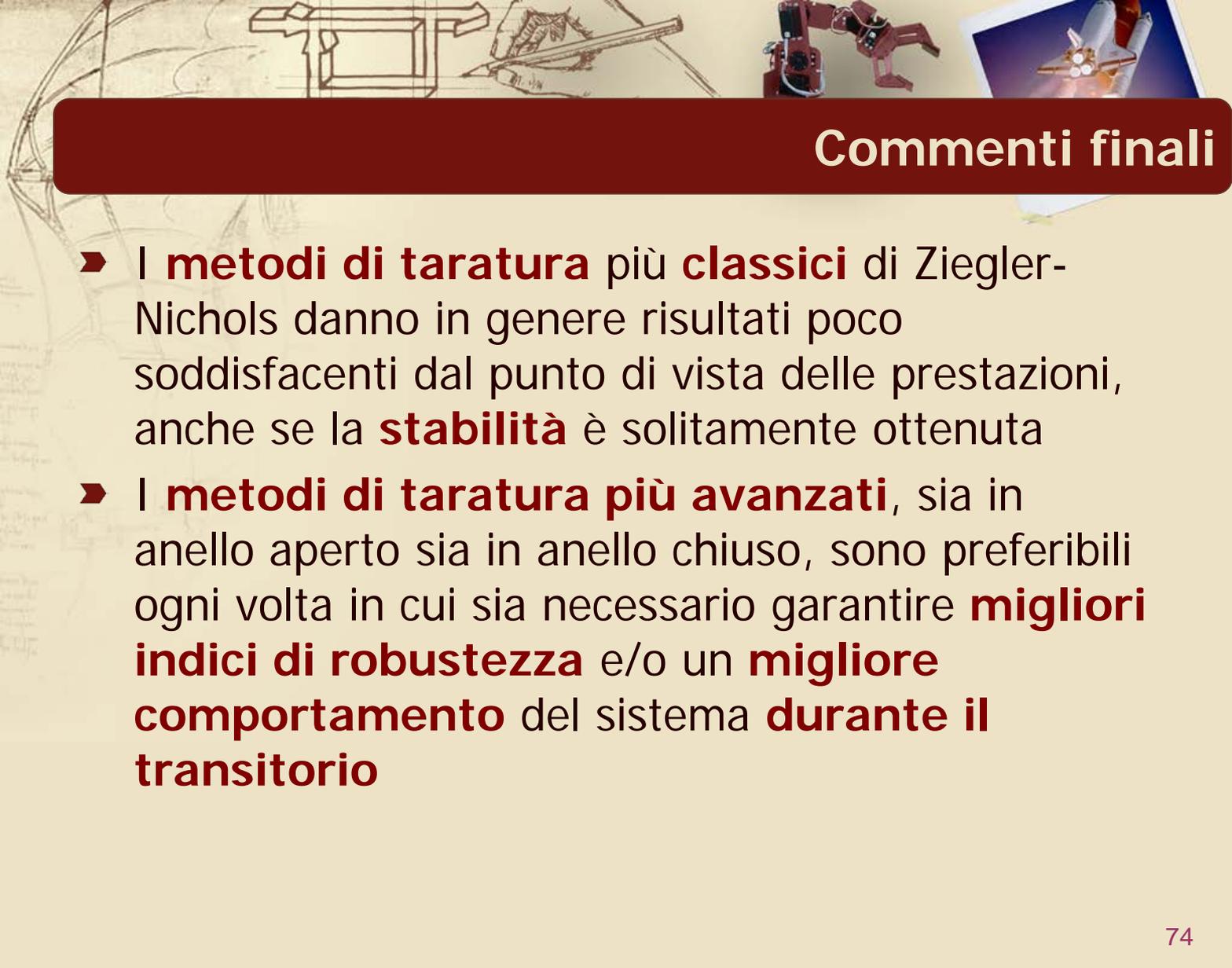
al variare di T_f

- È attesa una sovraelongazione molto contenuta in tutti i casi; il parametro T_f può essere quindi scelto per “velocizzare” o meno l’assestamento della risposta del sistema, ovvero per assegnare la banda passante in modo opportuno

Taratura in anello aperto (10/10)

- Risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa





Commenti finali

- ▶ I **metodi di taratura** più **classici** di Ziegler-Nichols danno in genere risultati poco soddisfacenti dal punto di vista delle prestazioni, anche se la **stabilità** è solitamente ottenuta
- ▶ I **metodi di taratura più avanzati**, sia in anello aperto sia in anello chiuso, sono preferibili ogni volta in cui sia necessario garantire **migliori indici di robustezza** e/o un **migliore comportamento** del sistema **durante il transitorio**