

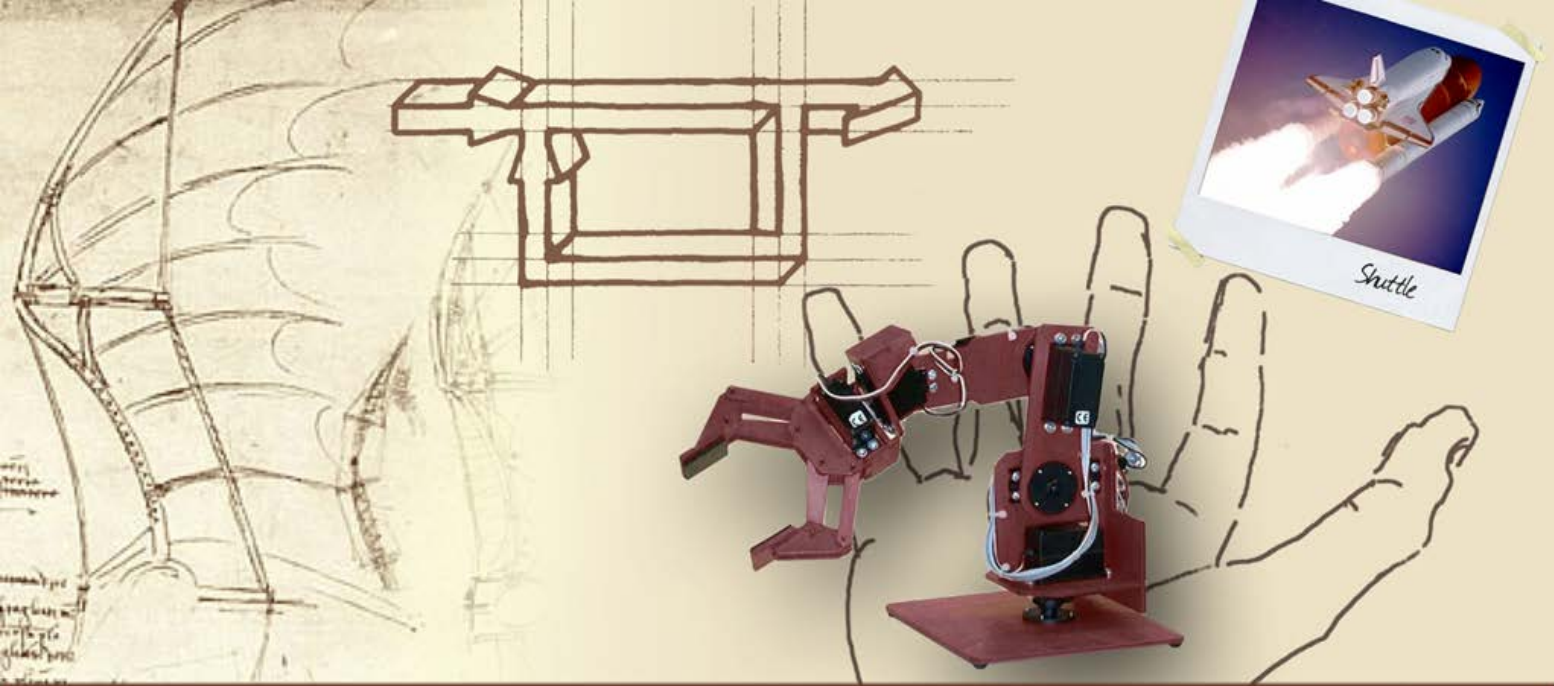
Progetto del controllore

**Esempio completo di progetto
di un controllore**



Esempio completo di progetto di un controllore

- Definizione del problema ed analisi delle specifiche
- Progetto del controllore e verifica delle specifiche
- Valutazione delle prestazioni del controllore

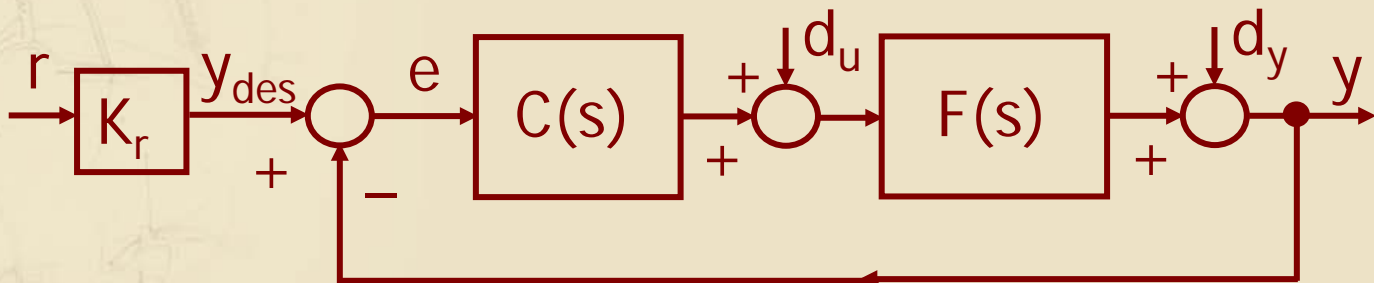


Esempio completo di progetto di un controllore

**Definizione del problema ed analisi
delle specifiche**

Definizione del problema di controllo (1/2)

- Si consideri il seguente schema di controllo:



con $F(s) = \frac{2(s+1)}{(0.1s-1)}$ $K_r = 1$

Sistema di **tipo zero**,
con $K_f = -2$, avente
un polo instabile

- Si supponga che siano presenti i disturbi:

$$d_u(t) = 0.2, \quad d_y(t) = 0.1t$$



Definizione del problema di controllo (2/2)

- Progettare $C(s)$ in modo che il sistema in catena chiusa soddisfi le seguenti specifiche
- $\left| e_{r,\infty} \right| \leq 0.05$ per $r(t) = t$, in assenza di disturbi
 - $\left| y_{du,\infty} \right| \leq 0.01$
 - $\left| y_{dy,\infty} \right| \leq 0.01$
 - Banda passante pari a circa 50 rad/s (con tolleranza di $\pm 10\%$)
 - Picco di risonanza non superiore a 3 dB

Nota: Il controllore viene ipotizzato della consueta generica forma :

$$C(s) = \frac{K_c}{s^h} \cdot C'(s)$$

Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero \Rightarrow errore illimitato!



Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero \Rightarrow errore illimitato!

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y



Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero \Rightarrow errore illimitato!

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

A monte del disturbo a rampa non ci sono poli in $s = 0$
 \Rightarrow l'effetto su y è illimitato!



Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

La prima e la terza specifica richiedono l'inserimento di un polo in $s = 0$

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero \Rightarrow errore illimitato!

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

A monte del disturbo a rampa non ci sono poli in $s = 0$
 \Rightarrow l'effetto su y è illimitato!

Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h



$h = 1$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$,
con $h = 1$

Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

$$|e_{r,\infty}| = \left| \frac{K_r}{K_c K_F} \right| \leq 0.05 \Rightarrow |K_c| \geq 10$$

Passo 1:

Valutazione di h



$h = 1$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$,
con $h = 1$

Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

$$|e_{r,\infty}| = \left| \frac{K_r}{K_c K_F} \right| \leq 0.05 \Rightarrow |K_c| \geq 10$$

$$C(s) \text{ è ora di tipo } 1 \Rightarrow |y_{du,\infty}| = 0$$

Passo 1:

Valutazione di h



$h = 1$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$,
con $h = 1$

Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

$$|e_{r,\infty}| = \left| \frac{K_r}{K_c K_F} \right| \leq 0.05 \Rightarrow |K_c| \geq 10$$

Passo 1:

Valutazione di h

$C(s)$ è ora di tipo 1 $\Rightarrow |y_{du,\infty}| = 0$

$$h = 1$$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$,
con $h = 1$

$$|y_{dy,\infty}| = \left| \frac{\alpha_{dy}}{K_c K_F} \right| \leq 0.01 \Rightarrow |K_c| \geq 5$$

Analisi delle specifiche statiche

► Specifiche **statiche**:

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
- $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
- $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy}t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h



$$h = 1$$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$,
con $h = 1$



$$|K_c| \geq 10$$



Stabilizzabilità del sistema

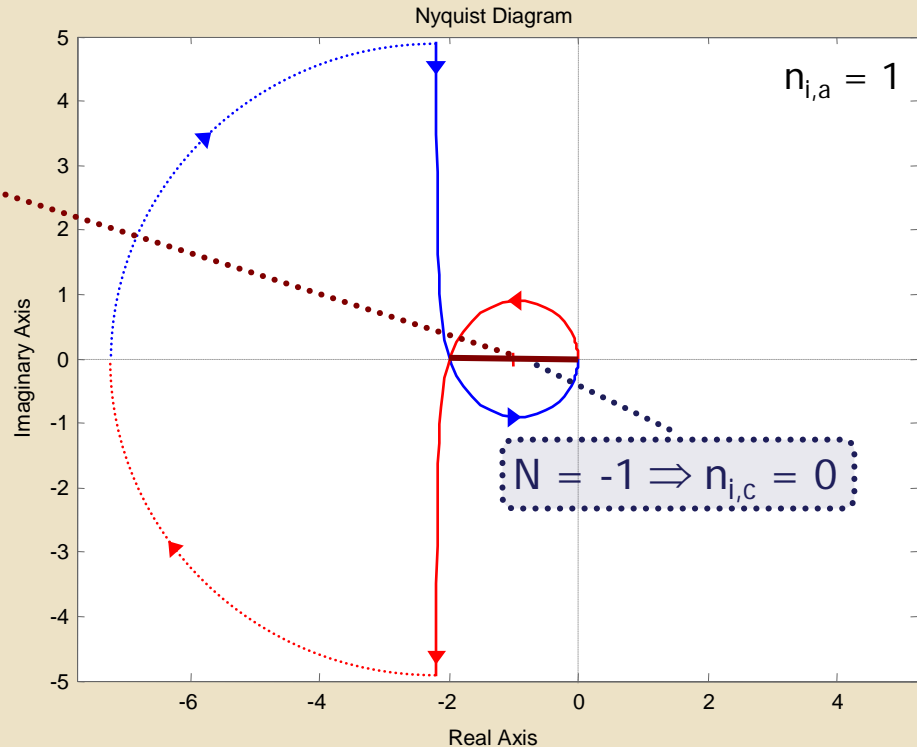
- Per completare la definizione della parte statica del controllore è necessario scegliere opportunamente il **segno di K_c** , applicando il criterio di Nyquist con guadagno variabile a **$F(s)/s$ assunta come funzione d'anello**
- Si osserva inoltre che il sistema soddisfa la condizione p.i.p. (essendo privo di zeri "instabili") e potrà quindi essere stabilizzato per mezzo di un controllore stabile $\Rightarrow C'(s)$ sarà progettata seguendo il metodo classico di sintesi per tentativi

Scelta del segno di K_c

► Diagramma di Nyquist di $F(s)/s$

Esiste la possibilità di stabilizzare il sistema in catena chiusa solo per valori **positivi** di K_c

$$K_c > 0$$



Analisi delle specifiche dinamiche

► Specifiche **dinamiche**:

- Banda passante pari a circa 50 rad/s (con tolleranza di $\pm 10\%$)

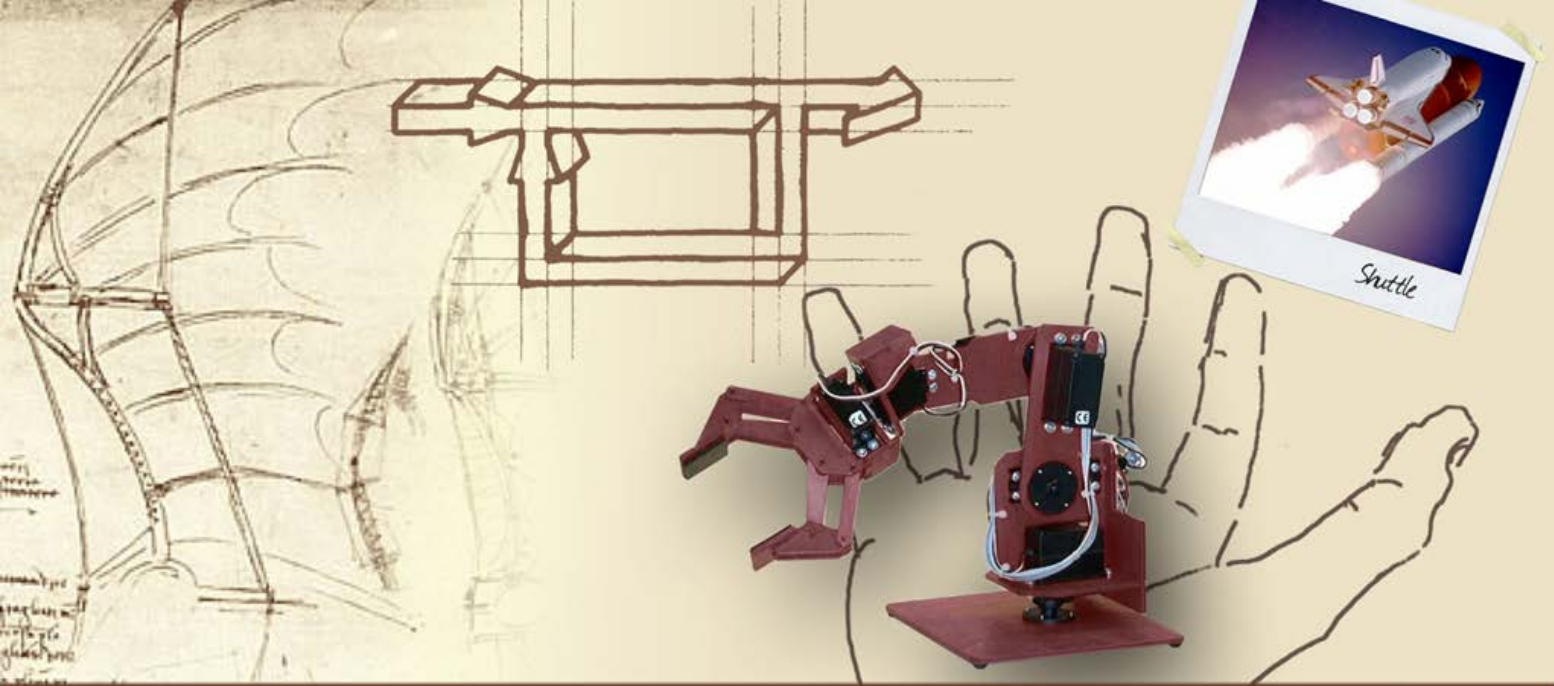
$$45 \leq \omega_B \leq 55 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega_{c,des} \cong 0.63 \cdot \omega_{B,des} \cong 31.5 \text{ rad/s}$$

- Picco di risonanza non superiore a 3 dB

$$\Rightarrow m_{\varphi,min} \cong 45^\circ$$

$$60^\circ - 5 \cdot (M_{r,max})_{dB}$$



Esempio completo di progetto di un controllore

**Progetto del controllore e verifica
delle specifiche**



Parte statica del controllore

- Sulla base dei risultati dell'analisi delle specifiche statiche, $C(s)$ è assunto della forma

$$C(s) = \frac{K_c}{s} C'(s)$$

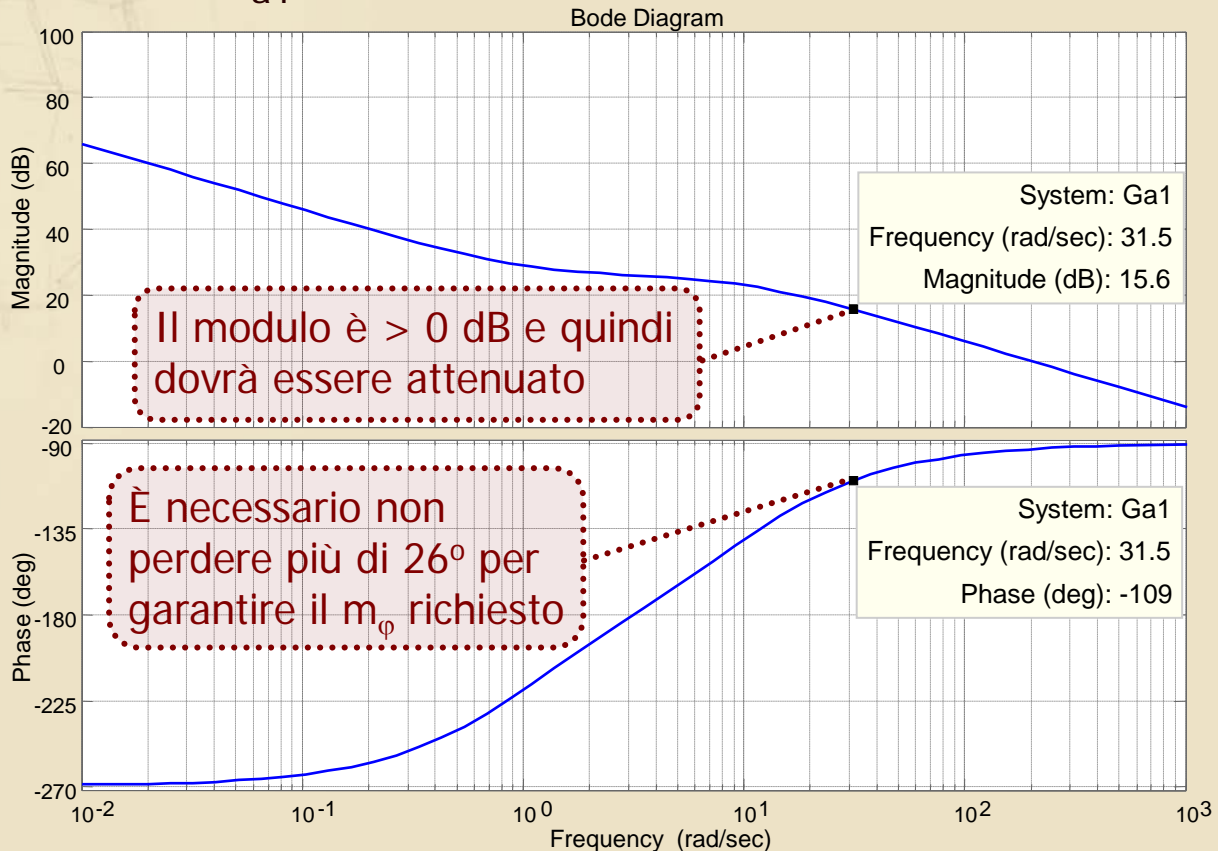
con $K_c = 10$ (minimo valore ammissibile, eventualmente incrementabile successivamente)

- Si definisce conseguentemente la funzione d'anello di partenza

$$G_{a1}(s) = \frac{K_c}{s} \cdot F(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{2(s+1)}{(0.1s-1)}$$

Funzione d'anello iniziale

► DdB di $G_{a1}(s)$





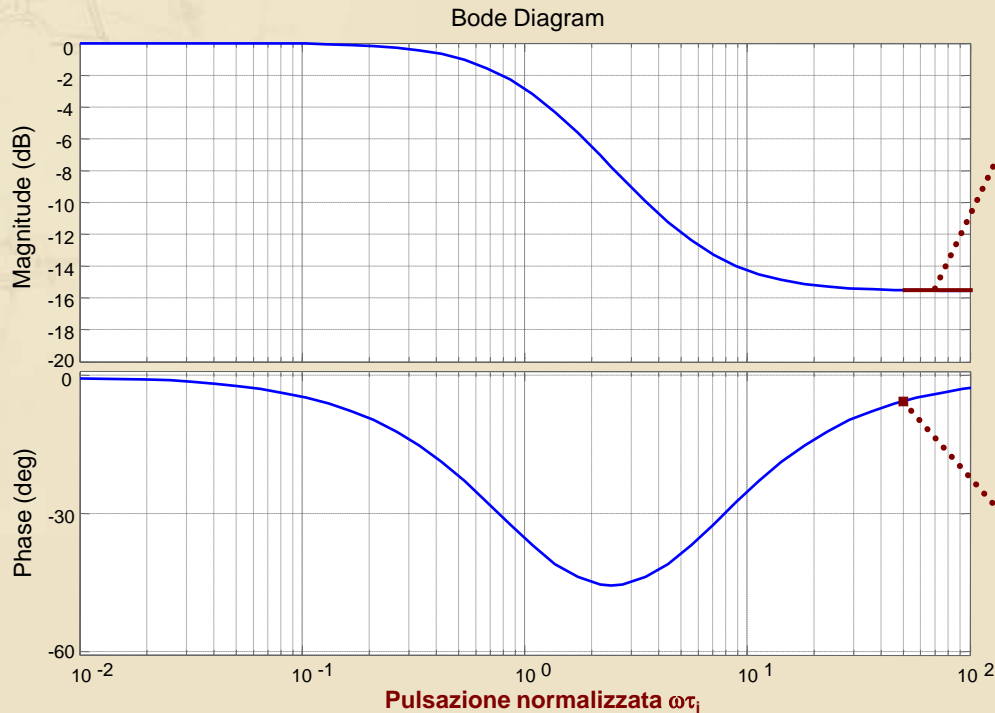
Progetto del controllore (1/4)

- Per portare la pulsazione di taglio nel valore desiderato $\omega_{c,des} = 31.5 \text{ rad/s}$ è necessario
 - Attenuare il modulo della fdt d'anello in tale pulsazione di 15.6 dB
 - Contenere la perdita di fase entro 26° per ottenere un margine di fase di almeno 45°

Il problema di controllo può essere risolto introducendo una **rete attenuatrice** con $m_i = 6$ (essendo $15.6 \text{ dB} = 6 u_{nat}$)

Progetto del controllore (2/4)

- DdB di una rete attenuatrice con $m_i = 6$



Per $\omega\tau_i > 50$ si ha l'attenuazione richiesta

In $\omega\tau_i = 50$ si ha una perdita di fase **accettabile** (5.7°)



Progetto del controllore (3/4)

- ▶ La rete attenuatrice è pertanto così definita
 - $R_i(s)$ con $m_i = 6$, $\omega_{c,des}\tau_i = 50 \Rightarrow \tau_i = 1.59$

$$R_i(s) = \frac{1 + 0.265s}{1 + 1.59s}$$

- ▶ Il controllore risulta quindi dato da

$$C(s) = \frac{K_c}{s} \cdot R_i(s)$$

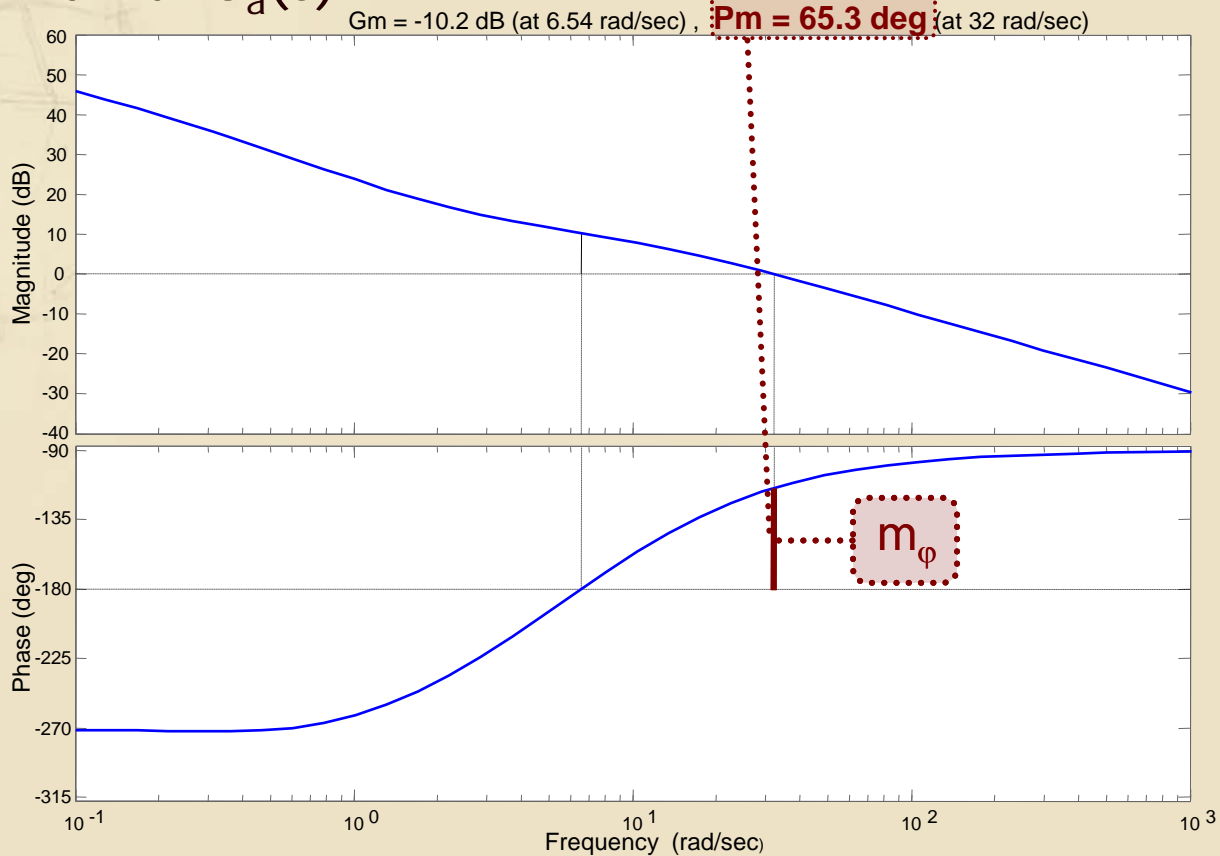
K_c pari al valore iniziale ($K_c = 10$)

- ▶ Si verifica il rispetto dei **“requisiti operativi”** su $G_a(s) = C(s)F(s)$, prima di **verificare le specifiche** sul sistema in catena chiusa $W(s)$

Progetto del controllore (4/4)

► DdB di $G_a(s)$

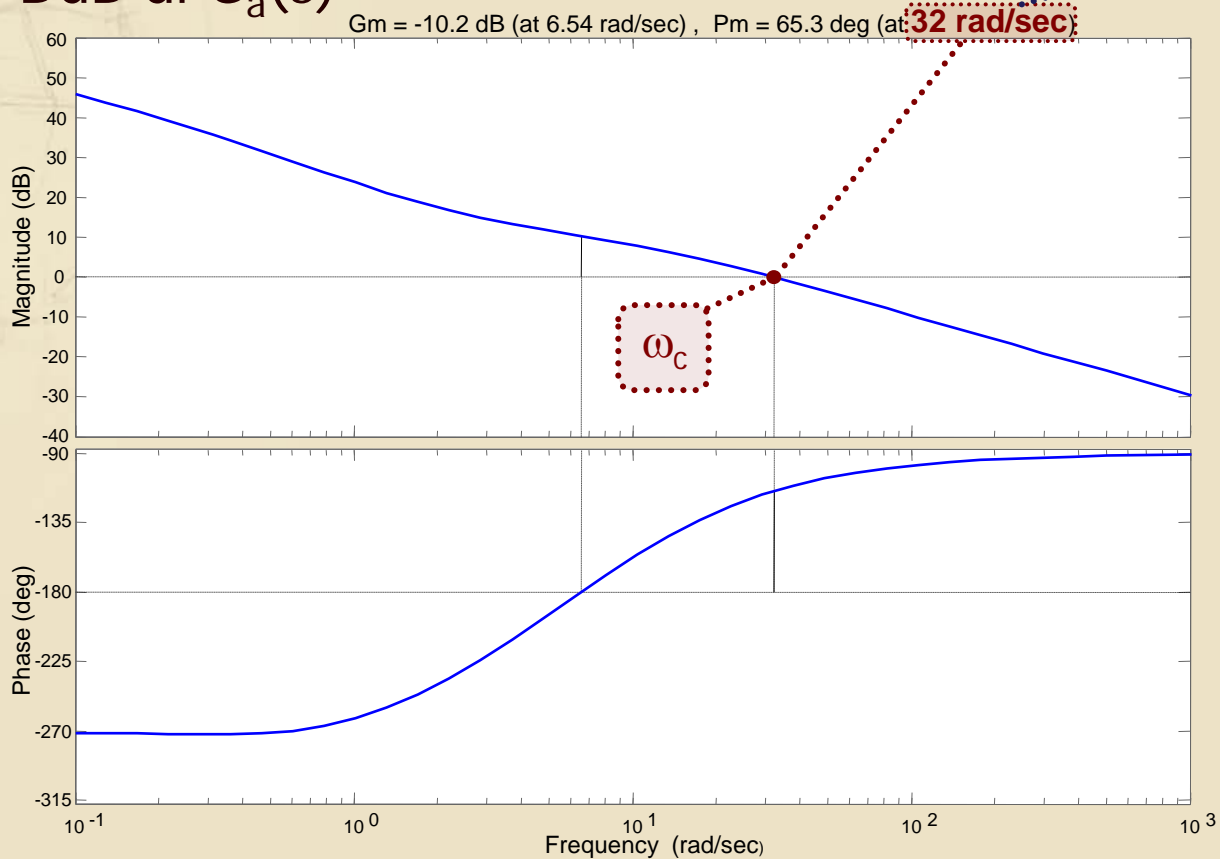
Maggiore del minimo richiesto



Progetto del controllore (4/4)

► DdB di $G_a(s)$

Soddisfa il requisito imposto

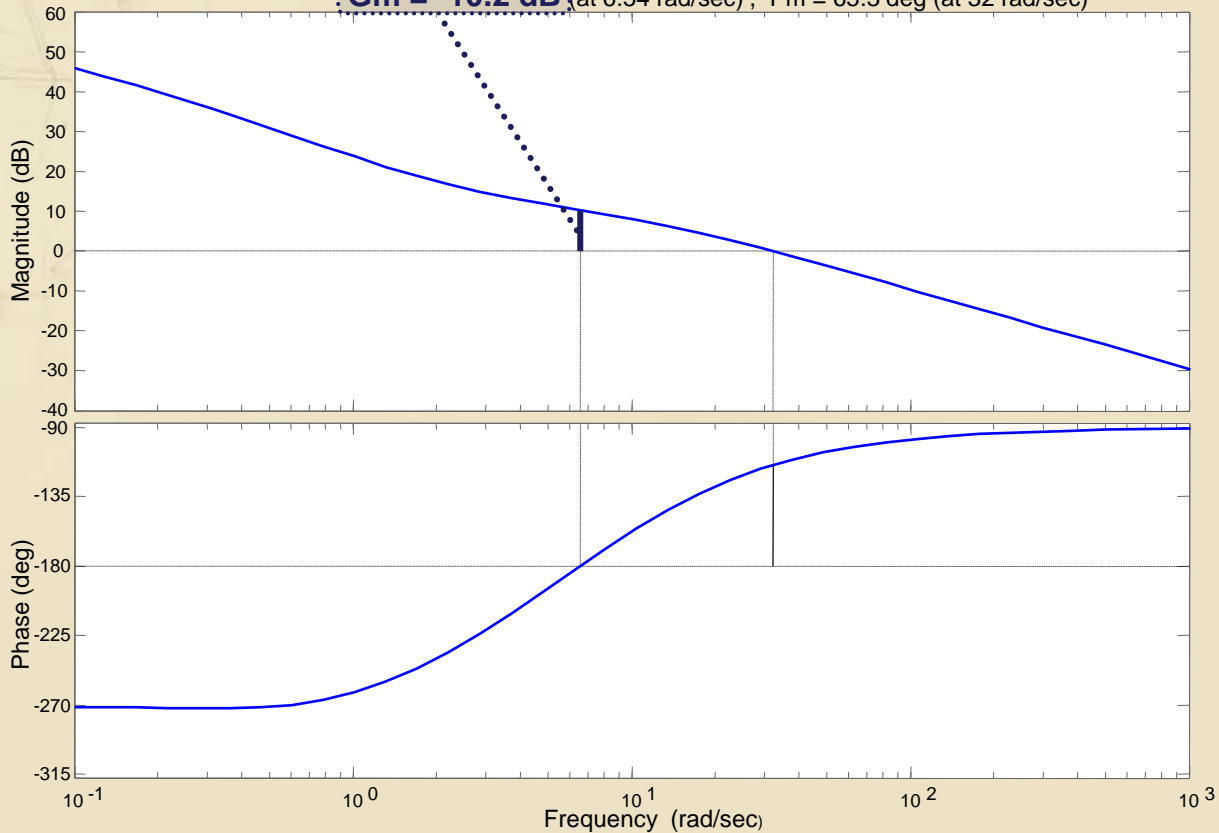


Progetto del controllore (4/4)

► DdB di $G_a(s)$

Margine di guadagno di massima attenuazione

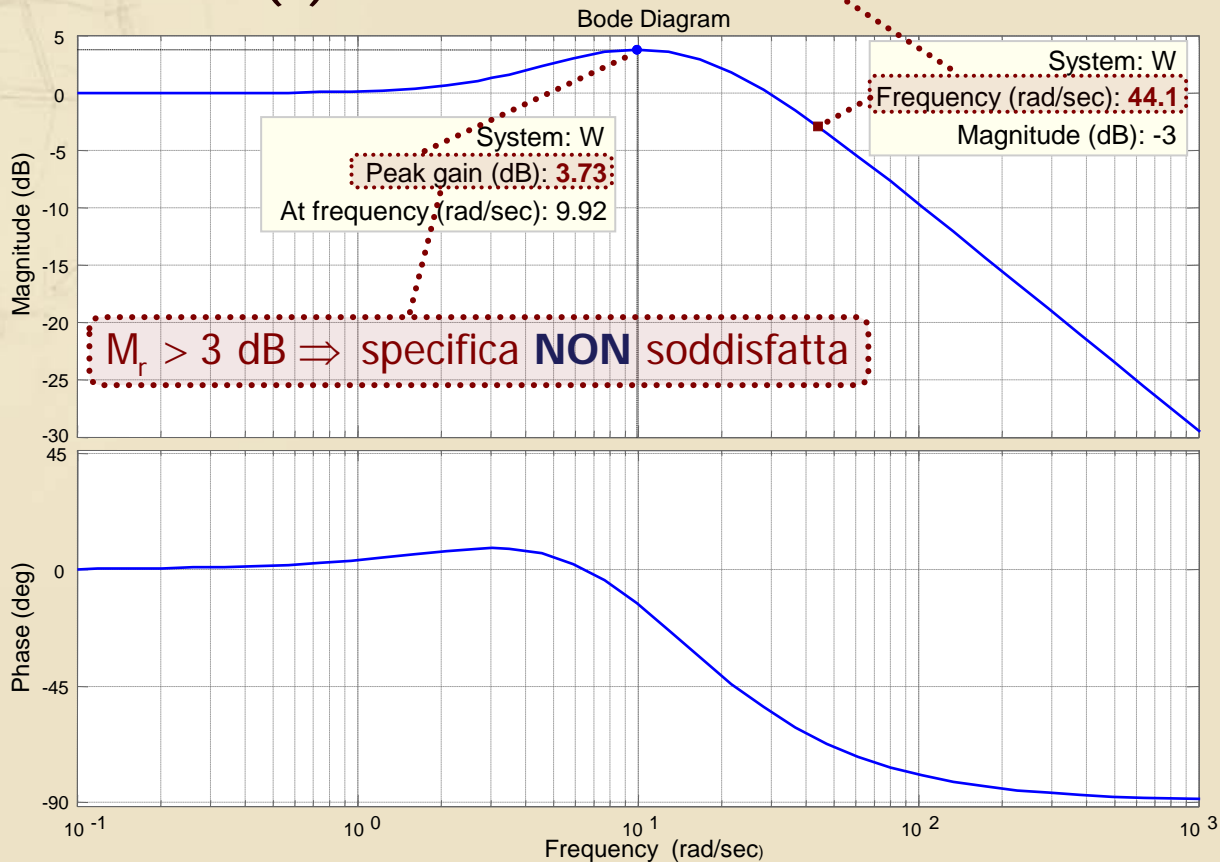
$G_m = -10.2$ dB (at 6.54 rad/sec) , $P_m = 65.3$ deg (at 32 rad/sec)



Verifica delle specifiche

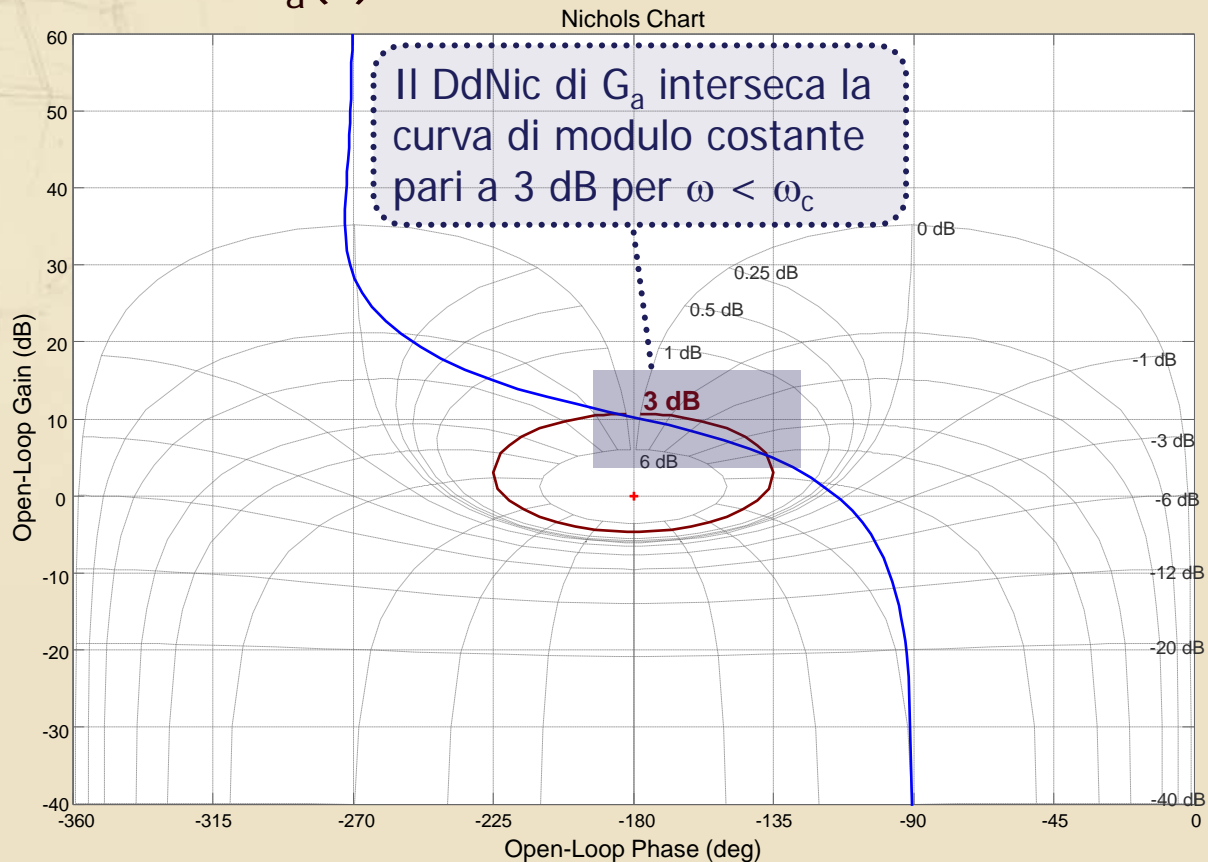
► DdB di $W(s)$

$\omega_B < 45 \text{ rad/s} \Rightarrow$ specifica **NON** soddisfatta



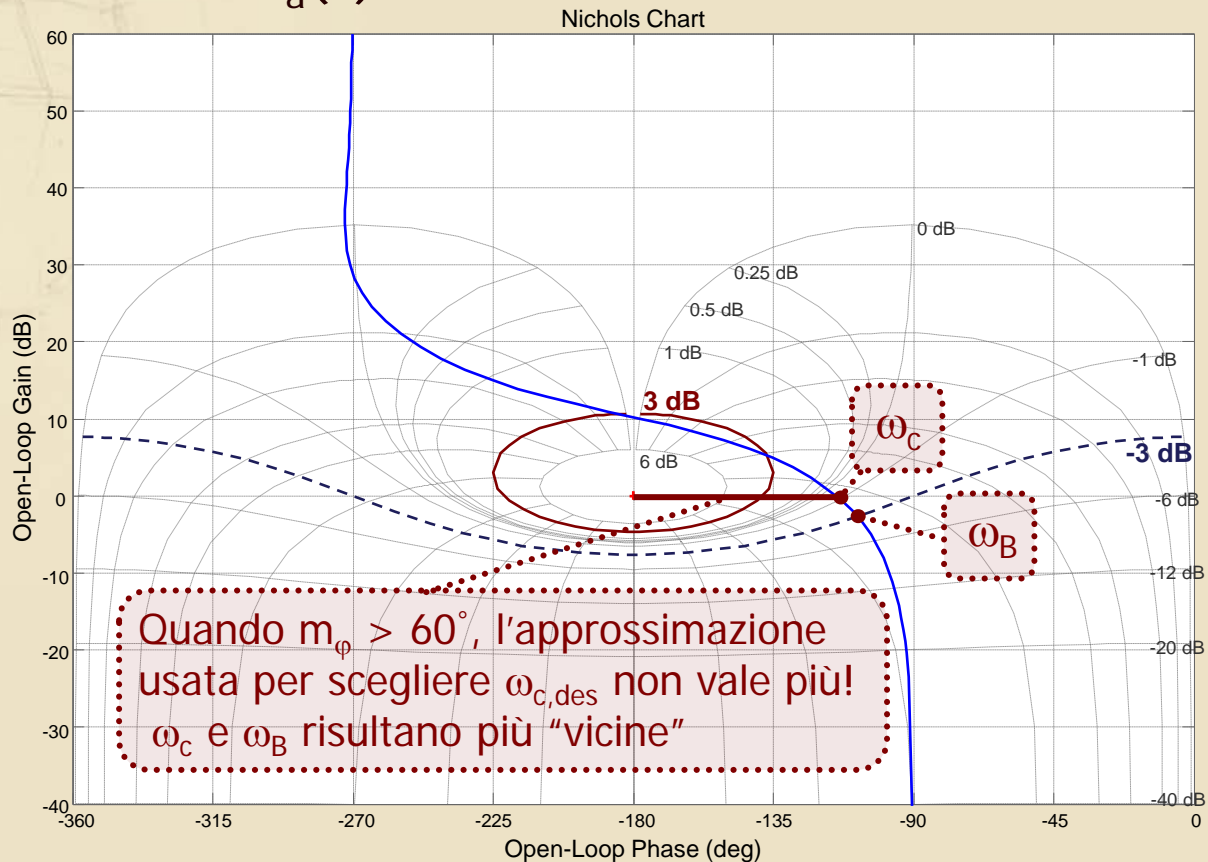
Revisione del progetto del controllore (1/6)

► DdNic di $G_a(s)$



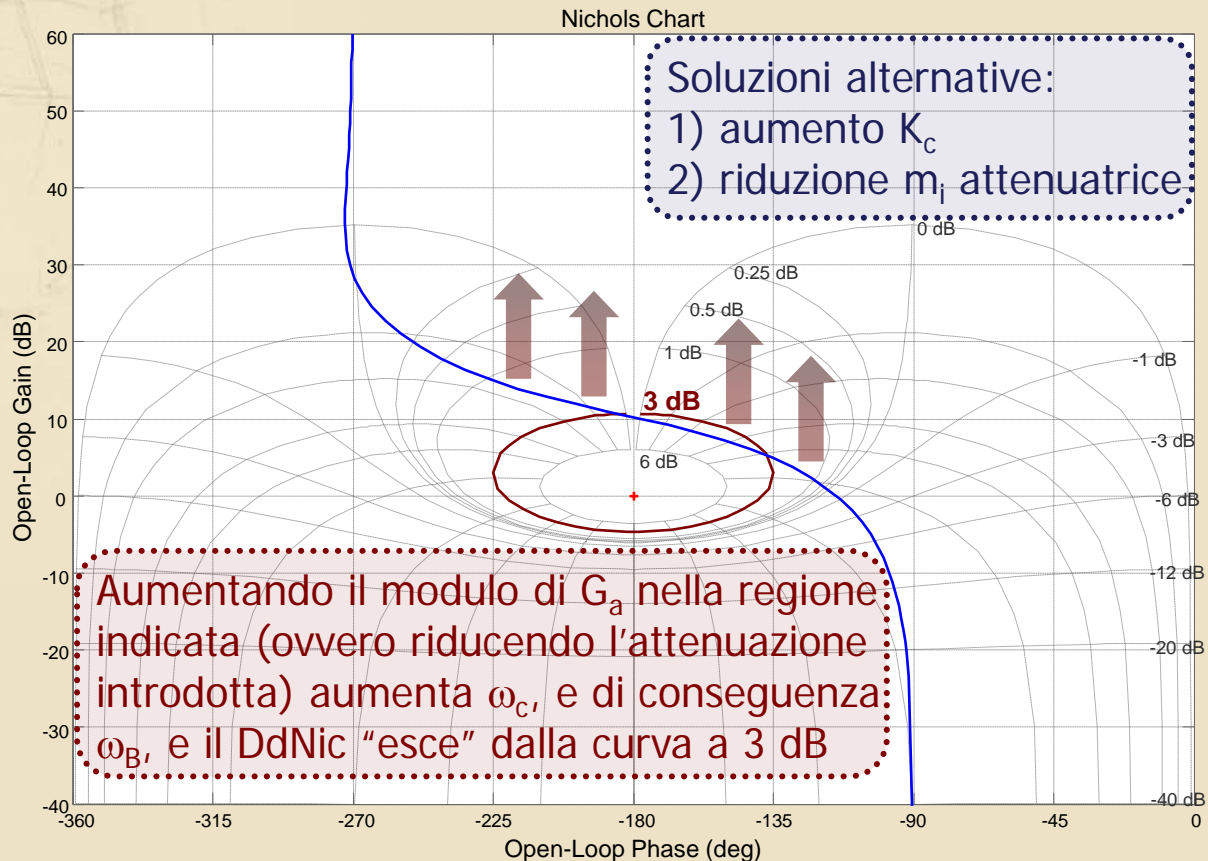
Revisione del progetto del controllore (1/6)

► DdNic di $G_a(s)$



Revisione del progetto del controllore (2/6)

► Possibile intervento risolutivo:





Revisione del progetto del controllore (3/6)

- ▶ Si sceglie di modificare la rete attenuatrice, assumendo come nuovo valore desiderato per la pulsazione di taglio $\omega_{c,des} = 40 \text{ rad/s}$
- ▶ Per portare ω_c in tale pulsazione, dal DdB di $G_{a1}(j\omega)$ risulta necessario :
 - Attenuare il modulo della fdt d'anello in tale pulsazione di 13.7 dB (essendo $|G_{a1}(j40)| = 13.7 \text{ dB}$), pari a 4.9 (unità naturali)
 - Contenere la perdita di fase entro 29° per ottenere un margine di fase di almeno 45° (essendo $\arg(G_{a1}(j40)) = -106^\circ$)

Revisione del progetto del controllore (4/6)

- La rete attenuatrice è pertanto così ridefinita
 - $R'_i(s)$ con $m_i = 4.9$, $\omega_{c,des} \tau_i = 50 \Rightarrow \tau_i = 1.25$

$$R'_i(s) = \frac{1 + 0.2551s}{1 + 1.25s}$$

Verificare la validità di tale scelta anche per la nuova rete con $m_i = 4.9$

Revisione del progetto del controllore (4/6)

- ▶ La rete attenuatrice è pertanto così ridefinita
 - $R'_i(s)$ con $m_i = 4.9$, $\omega_{c,des}\tau_i = 50 \Rightarrow \tau_i = 1.25$

$$R'_i(s) = \frac{1 + 0.2551s}{1 + 1.25s}$$

- ▶ Il controllore risulta ora dato da

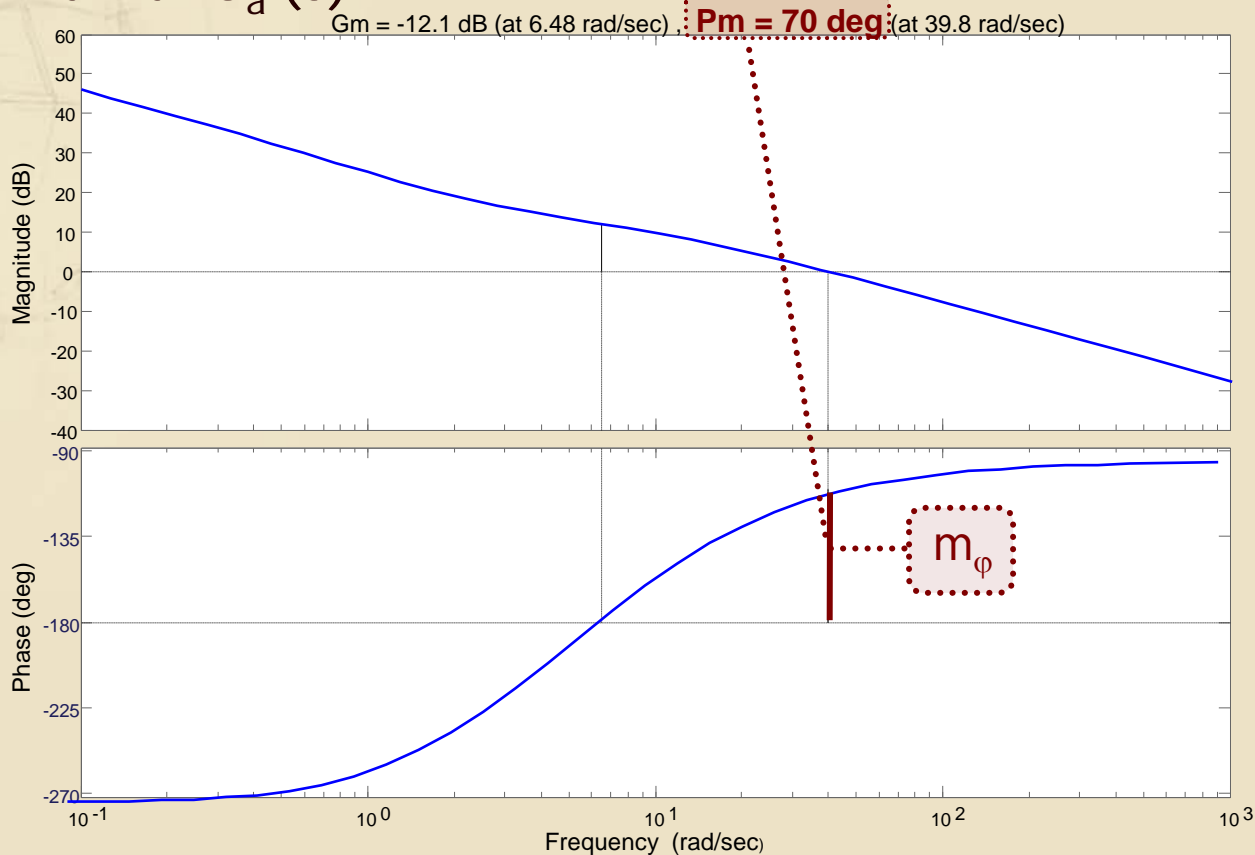
$$C'(s) = \frac{K_c}{s} \cdot R'_i(s)$$

K_c è rimasto pari al suo valore iniziale ($K_c = 10$)

- ▶ Si verifica il rispetto dei nuovi **“requisiti operativi”** su $G_a'(s) = C'(s)F(s)$, prima di **riverificare le specifiche sulla nuova $W'(s)$**

Revisione del progetto del controllore (5/6)

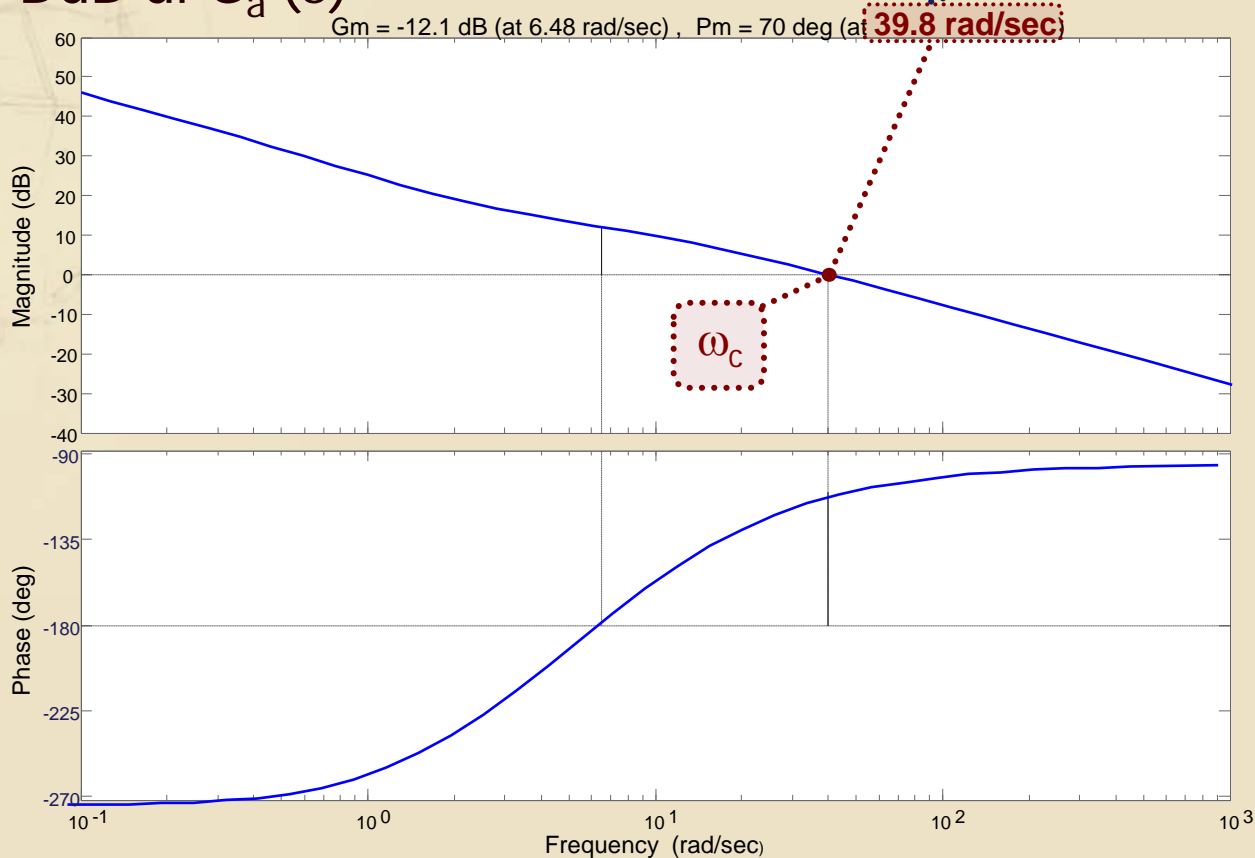
► DdB di $G_a'(s)$



Revisione del progetto del controllore (5/6)

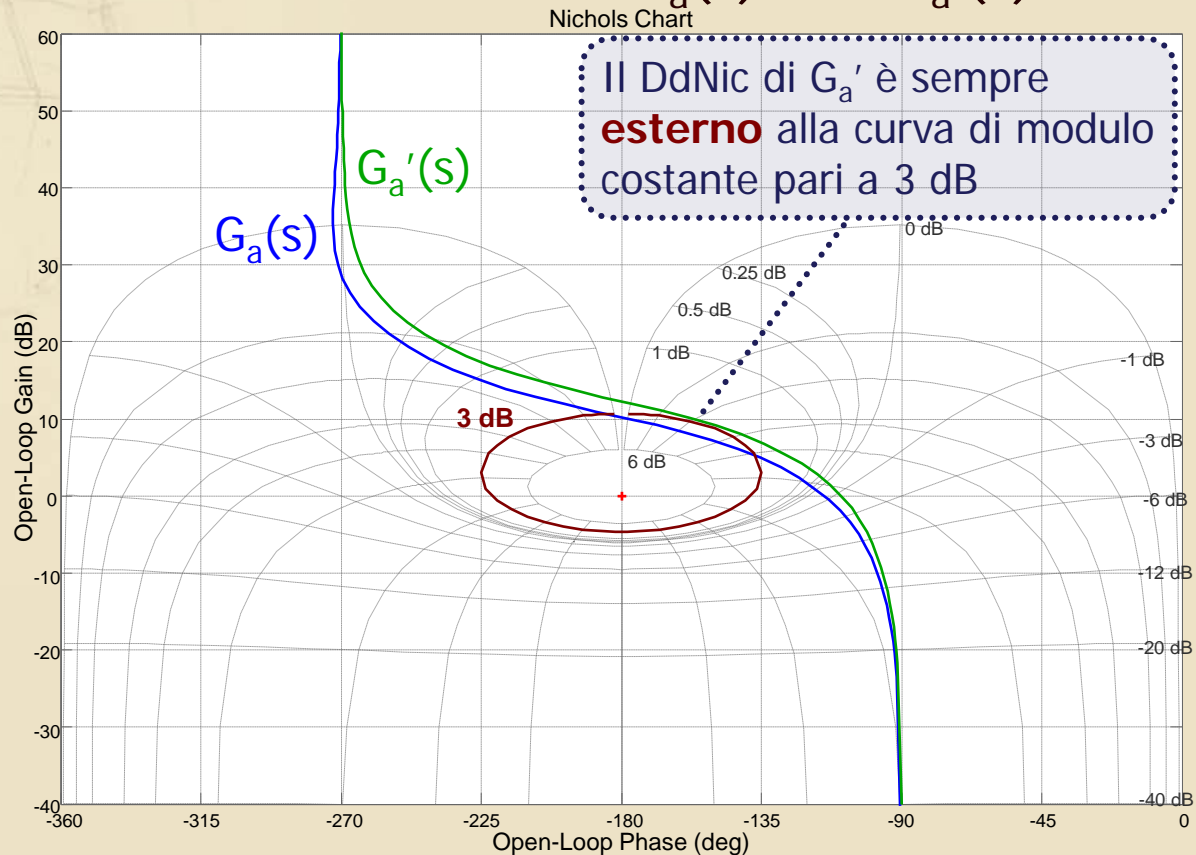
Soddisfa il requisito imposto

► DdB di $G_a'(s)$



Revisione del progetto del controllore (6/6)

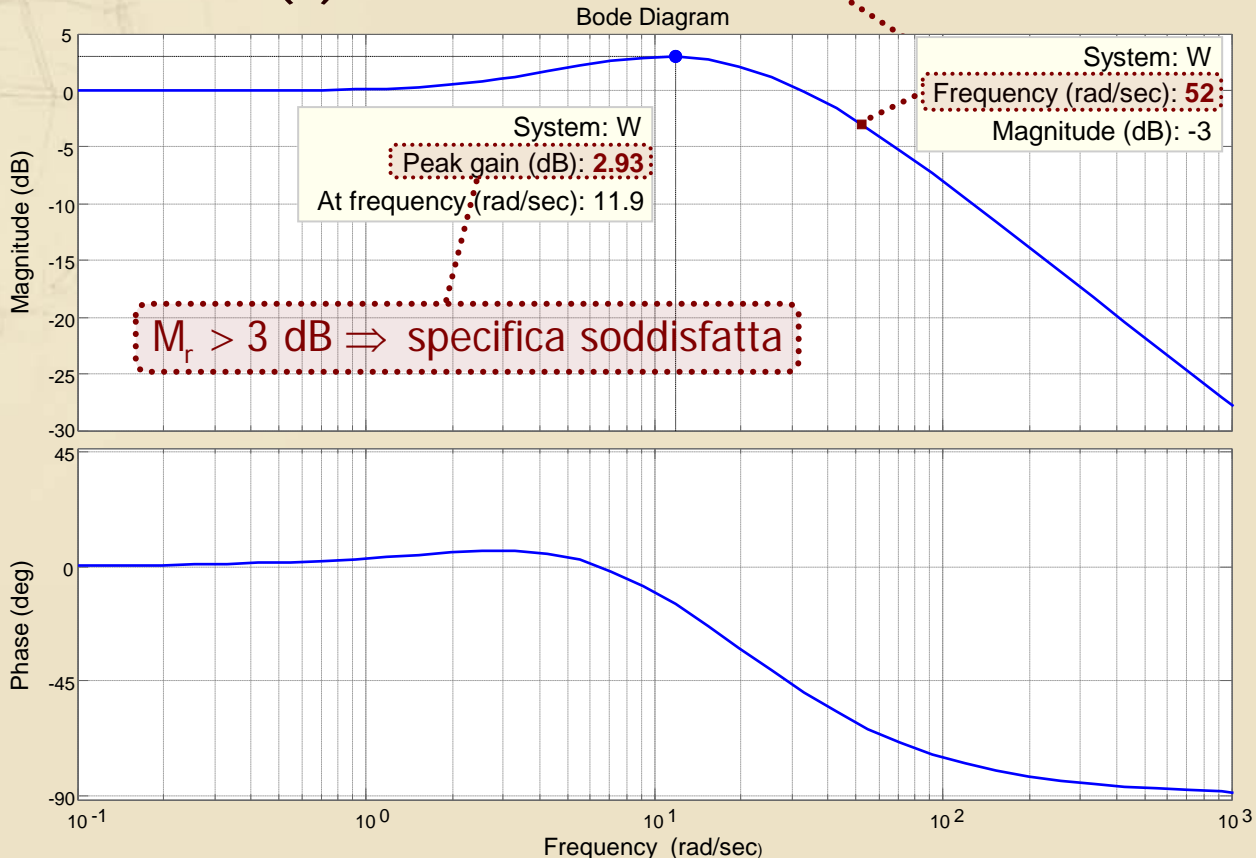
► Confronto fra i DdNic di $G_a(s)$ e di $G_a'(s)$



Nuova verifica delle specifiche

► DdB di $W'(s)$

$45 < \omega_B < 55 \text{ rad/s} \Rightarrow$ specifica soddisfatta





Osservazioni e verifiche finali (1/4)

► Il controllore risultante

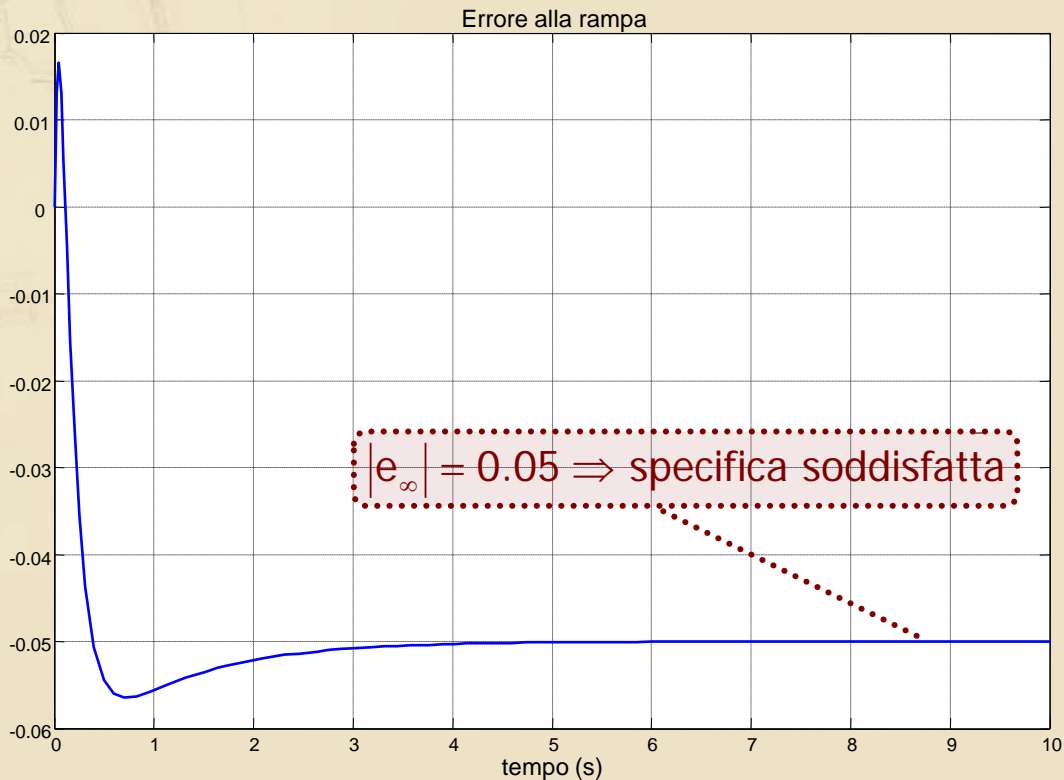
$$C(s) = C'(s) = \frac{10 \cdot (1 + 0.2551s)}{s \cdot (1 + 1.25s)}$$

soddisfa sicuramente anche tutte le specifiche statiche, con in particolare:

- $|e_{r,\infty}| = 0.05$ (max consentito) per $r(t) = t$, essendo K_c pari proprio al minimo richiesto da tale specifica
- $|y_{du,\infty}| = 0$ (< 0.01), avendo introdotto un polo in $s = 0$
- $|y_{dy,\infty}| = 0.005$ (< 0.01), essendo K_c il doppio del minimo richiesto da tale specifica

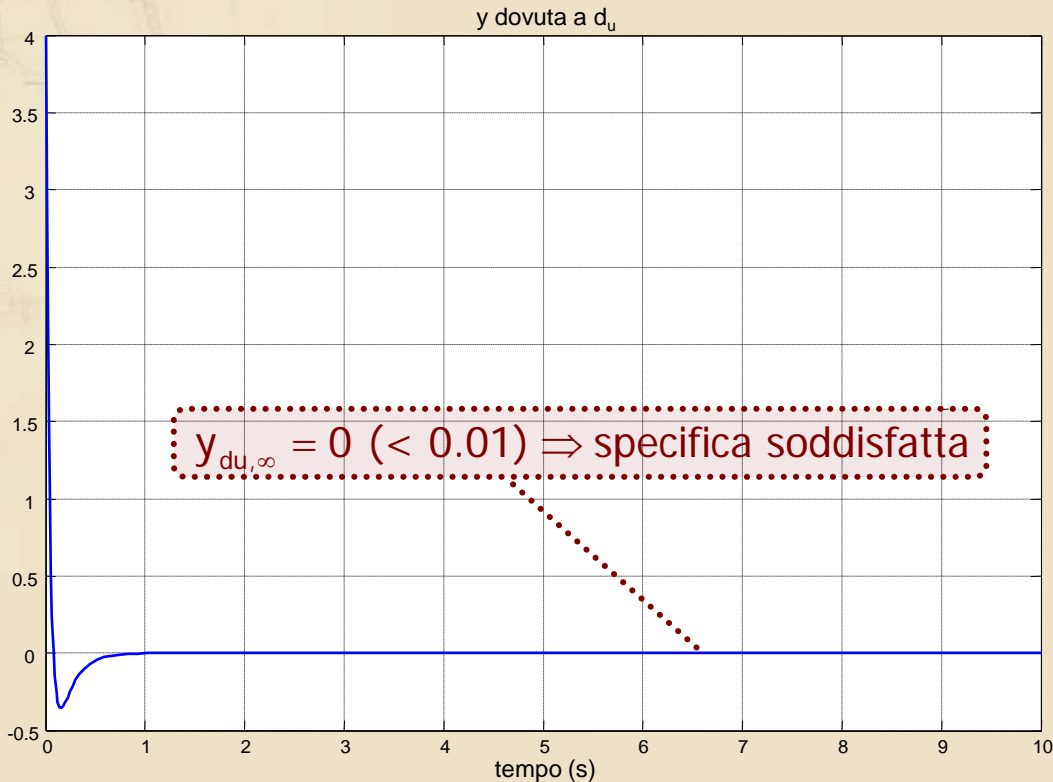
Osservazioni e verifiche finali (2/4)

- Verifica della specifica sull'errore alla rampa:



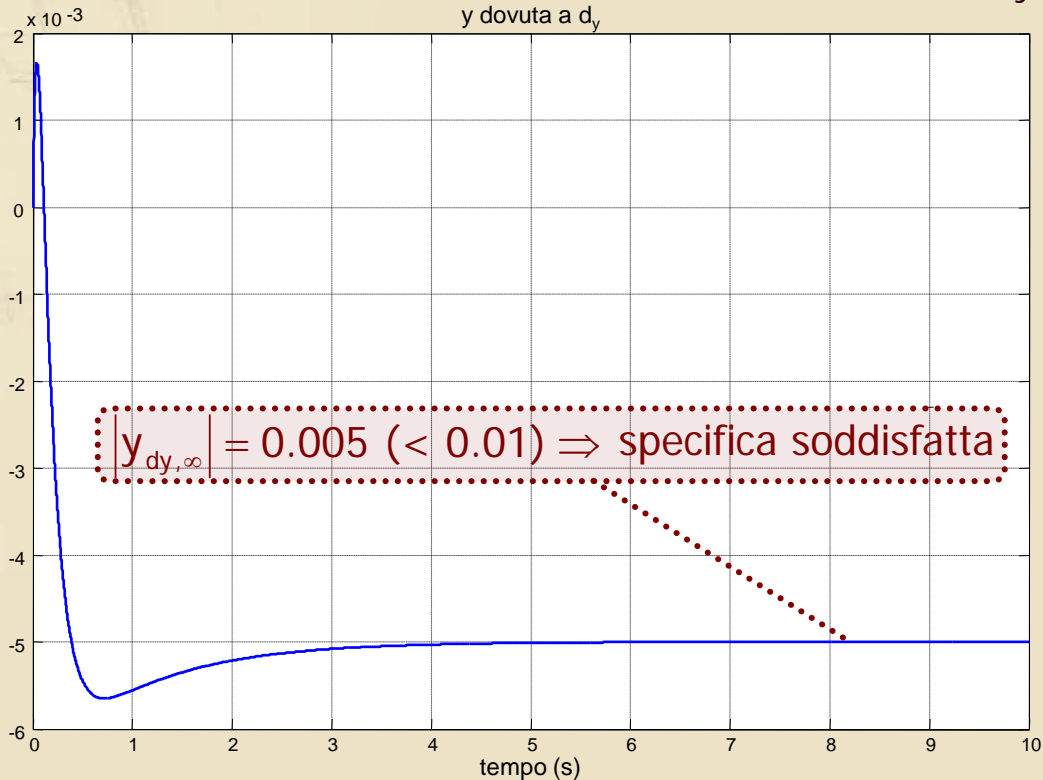
Osservazioni e verifiche finali (3/4)

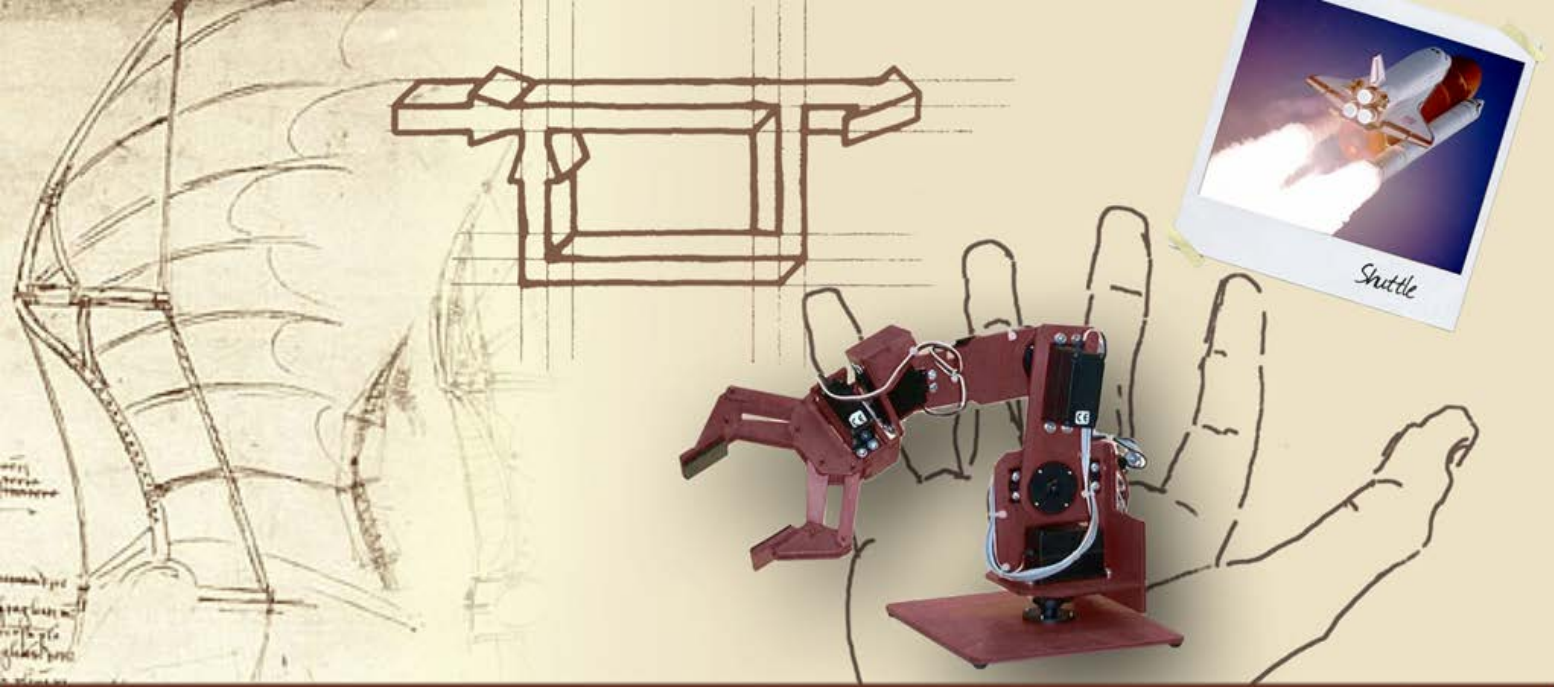
- Verifica della specifica su y dovuta a $d_u(t) = 0.2$:



Osservazioni e verifiche finali (4/4)

- Verifica della specifica su y dovuta a $d_y(t)$ a $0.1t$:





Esempio completo di progetto di un controllore

**Valutazione delle prestazioni
del controllore**

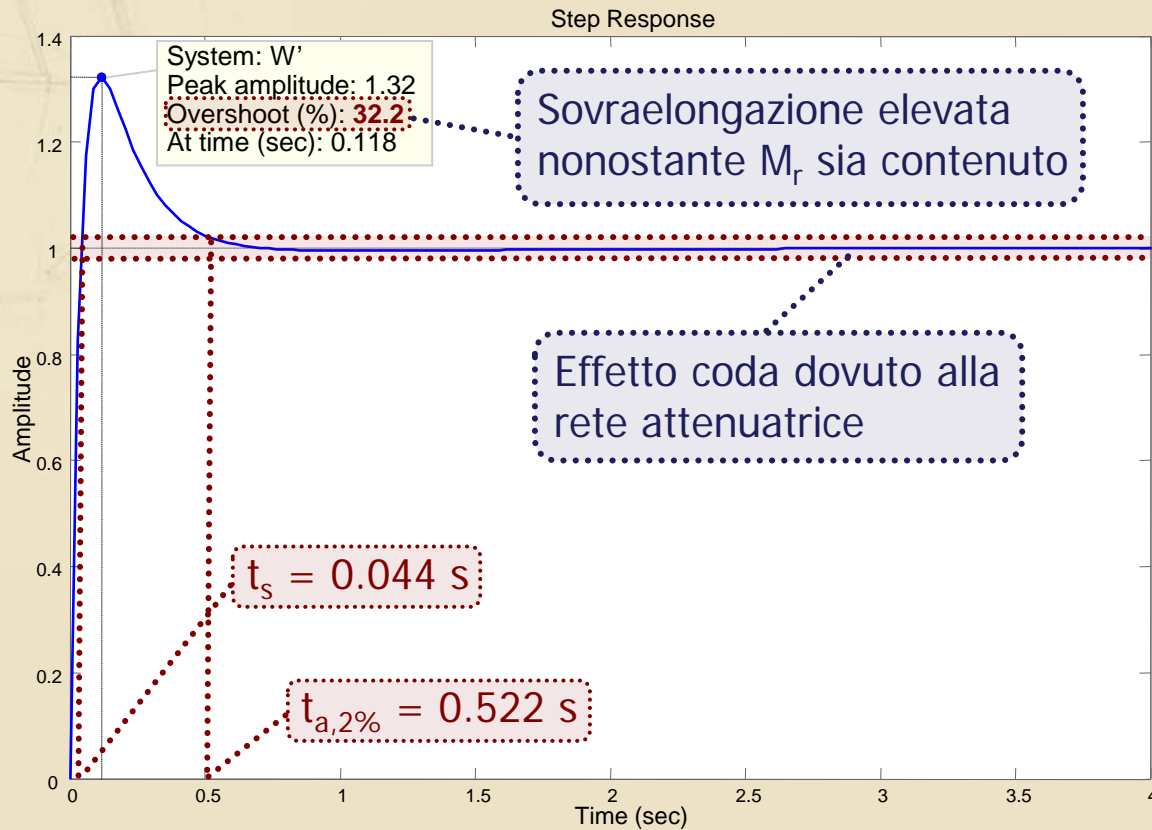


Prestazioni del controllore

- Per valutare le prestazioni del controllore, possono essere oggetto di interesse
 - I parametri caratterizzanti la **risposta del sistema nel tempo** ad un riferimento canonico quale il **gradino unitario**
 - La capacità di inseguire **segnali di riferimento sinusoidali** nonché di reiettare **disturbi sinusoidali**
 - Un'**attività sul comando** non eccessiva (a fronte di un riferimento critico quale il gradino e/o a causa della presenza di disturbi)

Risposta nel tempo

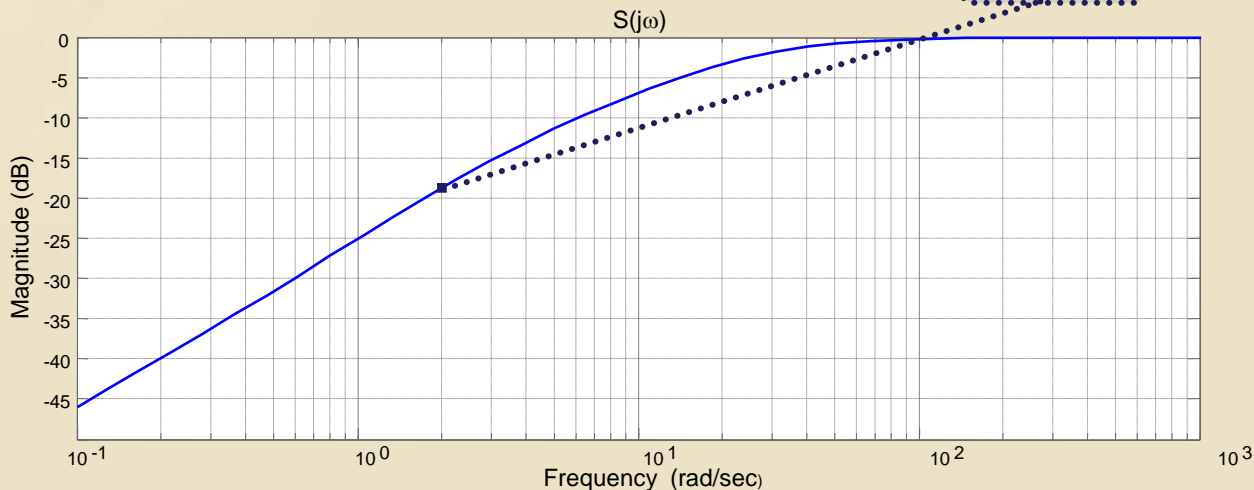
► Risposta al gradino di $W'(s)$



Inseguimento di segnali sinusoidali

- La banda passante ω_B del sistema controllato è pari a 52 rad/s (come da specifica) \Rightarrow Il sistema è in grado di inseguire segnali sinusoidali avente pulsazione significativamente minore di ω_B

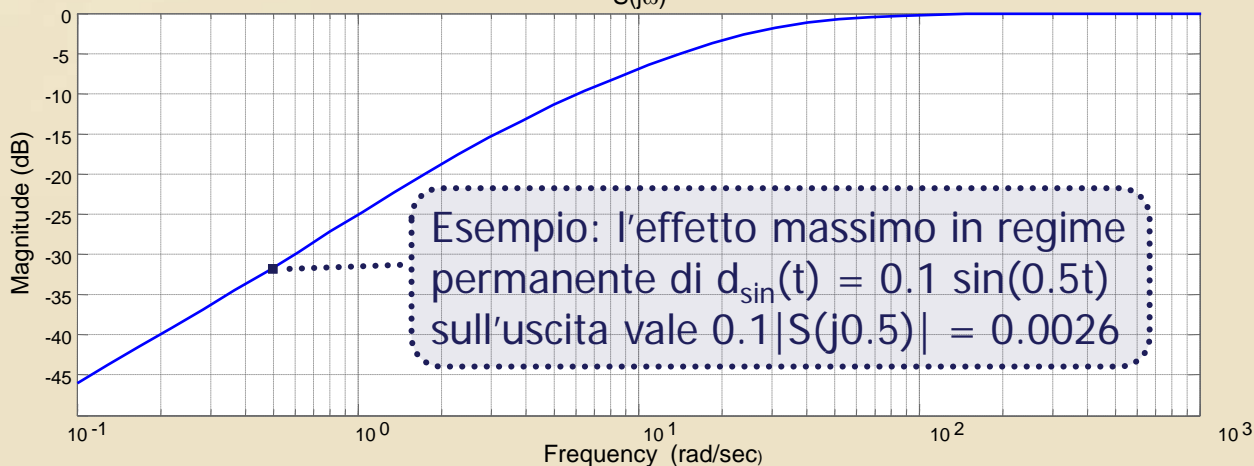
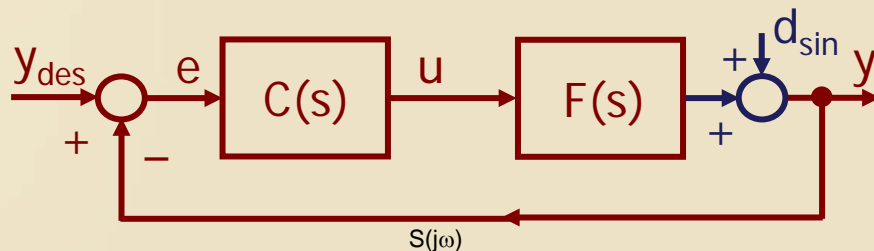
- Esempio: per $r(t) = \sin(2t)$, l'errore massimo in regime permanente vale $|K_r S(j2)| = 0.1159$



Reiezione di disturbi sinusoidali (1/2)

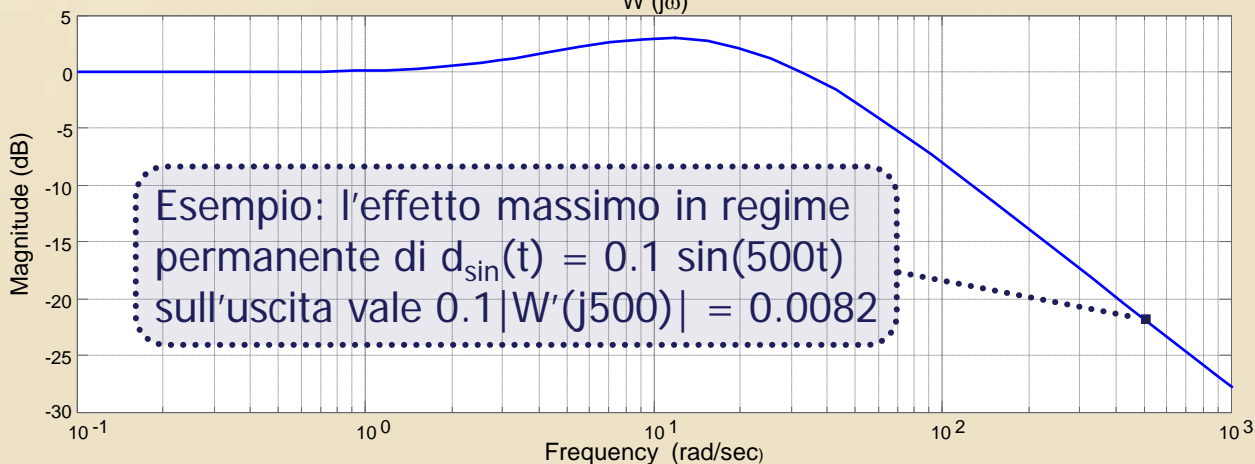
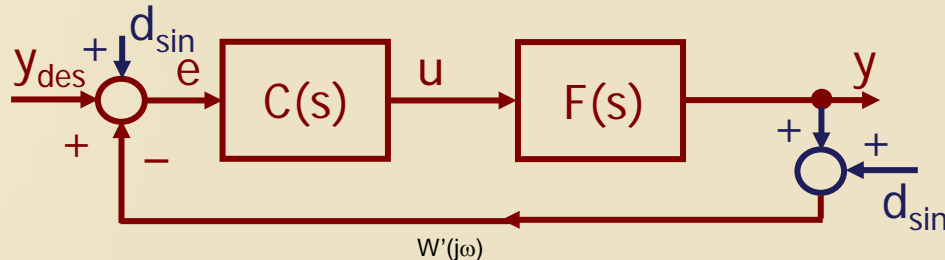
► Il sistema controllato è in grado di reiettare in maniera soddisfacente:

- Disturbi di BF sull'uscita



Reiezione di disturbi sinusoidali (2/2)

- Il sistema controllato è in grado di reiettare in maniera soddisfacente:
 - Disturbi di AF sul riferimento o sulla retroazione



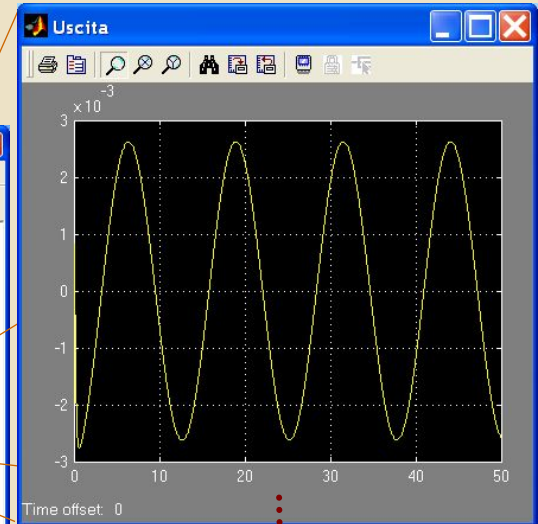
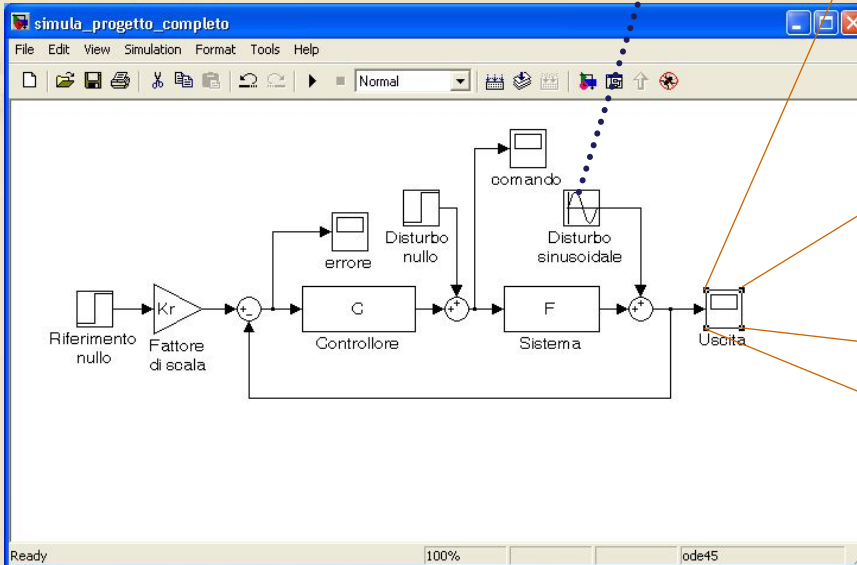


Verifiche in simulazione (1/2)

- I risultati determinati per via analitica in merito alla capacità del sistema controllato di inseguire segnali sinusoidali e di reiettare disturbi possono essere verificati in **simulazione**, utilizzando Simulink

Verifiche in simulazione (2/2)

- Esempio: verifica dell'effetto in regime permanente di $d_{\sin}(t) = 0.1 \sin(0.5t)$ posto sull'uscita



$$|y_{d,\infty}| \leq 2.6 \cdot 10^{-3}$$

Attività sul comando

- Il file Simulink considerato può essere utilizzato anche per valutare l'**attività sul comando** nei casi di interesse, ad esempio per $r(t) = \varepsilon(t)$

