

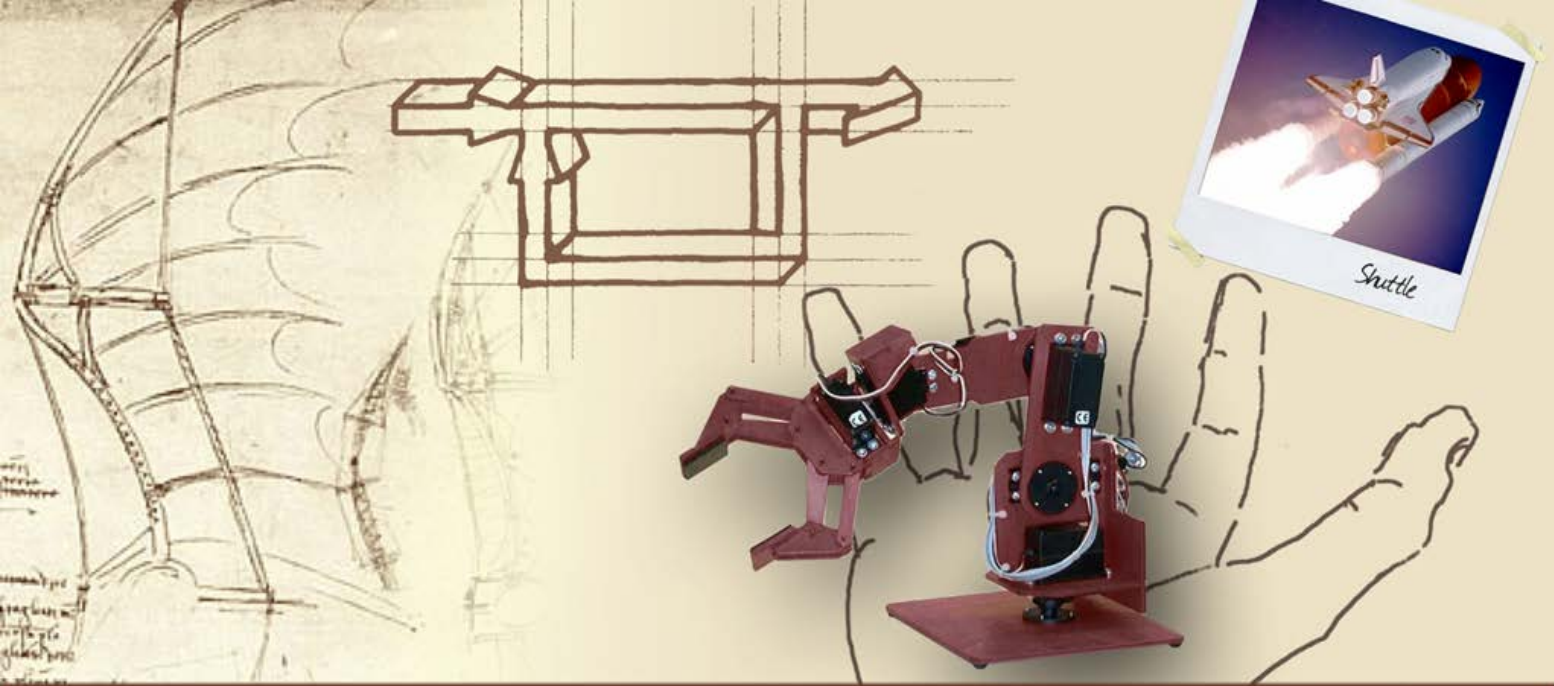
## Progetto del controllore

**Principali reti di compensazione**



# Principali reti di compensazione

- “Loop shaping” e sintesi per tentativi
- Reti anticipatrici
- Reti attenuatrici
- Reti integro-derivative
- Implicazioni sull'attività sul comando



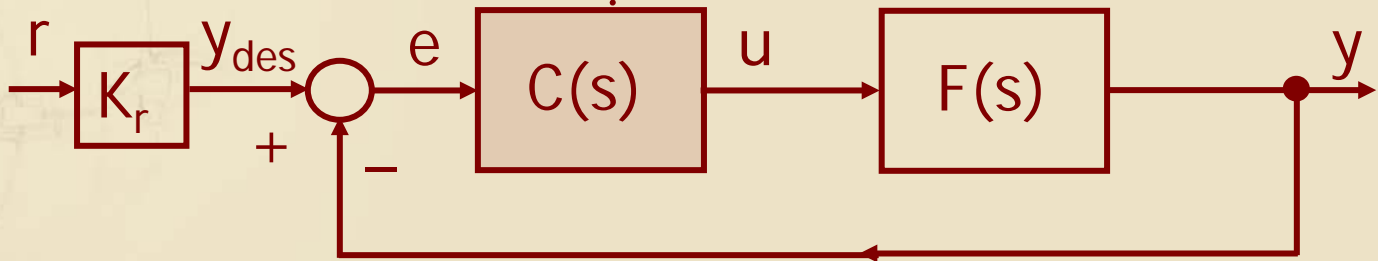
## Principali reti di compensazione

“Loop shaping” e sintesi per tentativi

## Il concetto del "loop shaping" (1/3)

- Nel consueto schema di controllo ad un grado di libertà

$$C(s) = \frac{K_c}{s^h} \cdot C'(s)$$



il controllore  $C(s)$  deve essere progettato in modo che **la funzione d'anello**  $G_a(s) = C(s)F(s)$  presenti le caratteristiche necessarie per il soddisfacimento delle specifiche date



## Il concetto del “loop shaping” (2/3)

- L'analisi delle principali specifiche permette infatti di individuare una serie di **vincoli** su  $C(s)$  e **su alcune caratteristiche di  $G_a(s)$** ; in particolare
  - Le specifiche statiche impongono vincoli sul guadagno  $K_c$  e sul numero  $h$  di poli in  $s = 0$
  - Le specifiche sulla prontezza di risposta del sistema (tempo di salita) o sulla banda passante portano ad individuare un **valore desiderato ( $\omega_{c,des}$ ) per la pulsazione di taglio**
  - Le specifiche sulla sovraelongazione massima o sul picco di risonanza determinano un **valore minimo di margine di fase ( $m_{\varphi,min}$ )**



## Il concetto del “loop shaping” (3/3)

- Una volta determinato il blocco della parte statica del controllore  $K_c/s^h$  a partire dalle specifiche statiche, la parte dinamica  $C'(s)$  viene **costruita in modo che**  $G_a(s)$  presenti

$$\omega_c \approx \omega_{c,des}$$

$$m_\varphi \geq m_{\varphi,min}$$

- Si parla di **loop shaping** proprio perché  $C(s)$  viene progettata in modo da assegnare alla funzione d'anello la “forma” idonea al soddisfacimento delle specifiche





## La costruzione dell'anello (1/2)

- Si definisce la funzione d'anello "di partenza" contenente il sistema dato e la parte statica del controllore già definita

$$G_{a1}(s) = \frac{K_c}{s^h} F(s)$$



## La costruzione dell'anello (2/2)

- Si valutano  $\arg(G_{a1}(j\omega_{c,des}))$  e  $|G_{a1}(j\omega_{c,des})|$  e si calcolano
- La variazione di fase  $\Delta\varphi$  necessaria per ottenere  $m_\varphi > m_{\varphi,min}$  alla pulsazione  $\omega_{c,des}$ 
    - Solitamente il sistema viene stabilizzato mediante un **anticipo di fase** in  $\omega_{c,des}$  ( $\Delta\varphi \geq 0$ ); solo in alcuni casi particolari è necessario introdurre invece un opportuno **ritardo di fase**
  - La variazione di modulo  $\Delta m$  (o  $\Delta m_{dB}$  in decibel) necessaria per portare  $\omega_c$  in  $\omega_{c,des}$

$$\Delta m_{dB} = -|G_{a1}(j\omega_{c,des})|_{dB}$$





## Reti di compensazione (1/2)

- ▶ Nel caso di sistemi stabilizzabili per mezzo di un controllore stabile, il desiderato “loop shaping” per la risultante  $G_a(s) = C'(s) G_{a1}(s)$  può essere ottenuto costruendo  $C'(s)$  come prodotto di **reti di compensazione elementari**
  - Ogni rete viene progettata in modo da apportare una modifica “ad hoc” nelle caratteristiche della funzione d’anello (modulo e/o fase)
  - L’effetto complessivo di tutte le reti introdotte deve portare la  $G_a(s)$  risultante a presentare le caratteristiche necessarie per il soddisfacimento delle specifiche (in particolare  $\omega_c$  e  $m_\varphi$ )



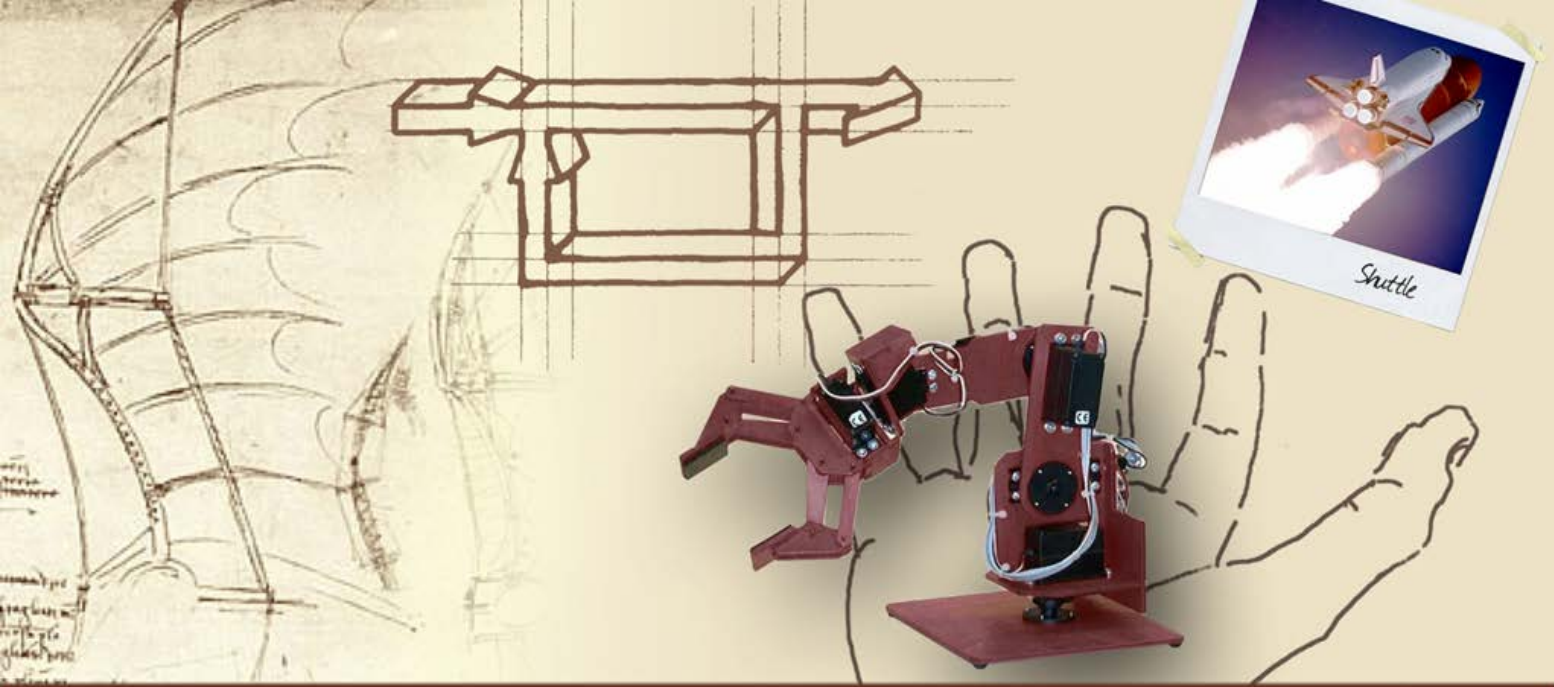
## Reti di compensazione (2/2)

- A seconda delle più significative modifiche apportate all'andamento della funzione d'anello (in termini di variazione di fase e/o di modulo), si distinguono fra le **principali reti di compensazione**
- Reti **anticipatrici** o **derivative**
  - Reti **attenuatrici** o **integrative**
  - Reti **integro-derivative** o **lead-lag** (formate dall'unione di reti dei due tipi precedenti)



## Sintesi per tentativi

- Questa tecnica di progetto è indicata anche come **sintesi per tentativi**, perché l'effettivo soddisfacimento di tutte le specifiche avviene spesso per correzioni successive (tentativi) nella definizione delle reti di compensazione
- Il soddisfacimento dei vincoli individuati su  $G_a(s)$  **non garantisce** infatti l'automatico **soddisfacimento delle specifiche sul sistema in catena chiusa**
- È fondamentale, dopo aver determinato  $C(s)$  tale da soddisfare i vincoli su  $G_a(s)$ , procedere ad una completa **verifica delle specifiche** su  $W(s)$



**Principali reti di compensazione**

**Reti anticipatrici**



## Caratteristiche delle reti anticipatrici (1/6)

- Una **rete anticipatrice o derivativa** è descritta da una fdt della forma

$$R_d(s) = \frac{1 + \tau_d s}{1 + \frac{\tau_d}{m_d} s}$$

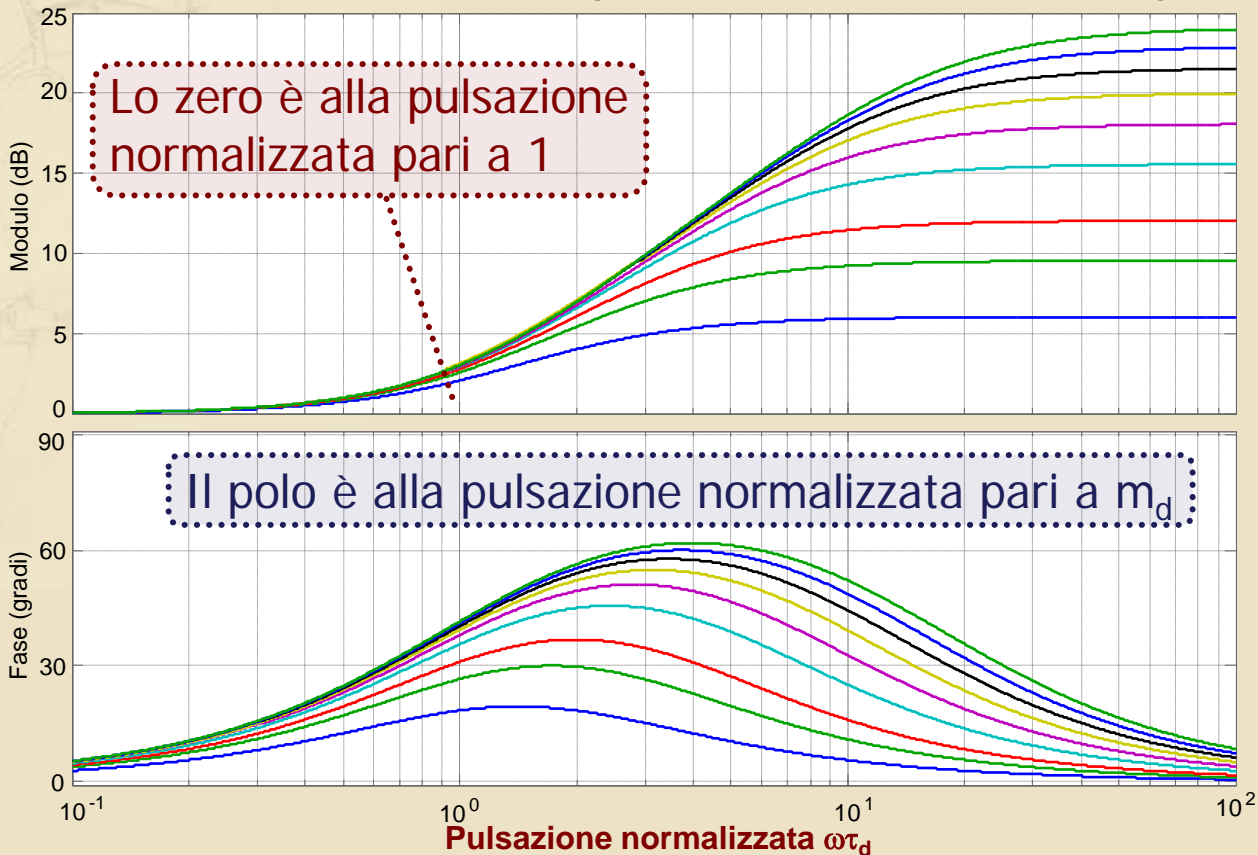
con  $\tau_d > 0$ ,  $m_d > 1$

- La rete presenta
- Uno zero in  $-1/\tau_d$
  - Un polo in  $-m_d/\tau_d$

Essendo  $m_d > 1$ , il **polo** si trova sempre **ad una pulsazione  $m_d$  volte maggiore di quella dello zero**

# Caratteristiche delle reti anticipatrici (2/6)

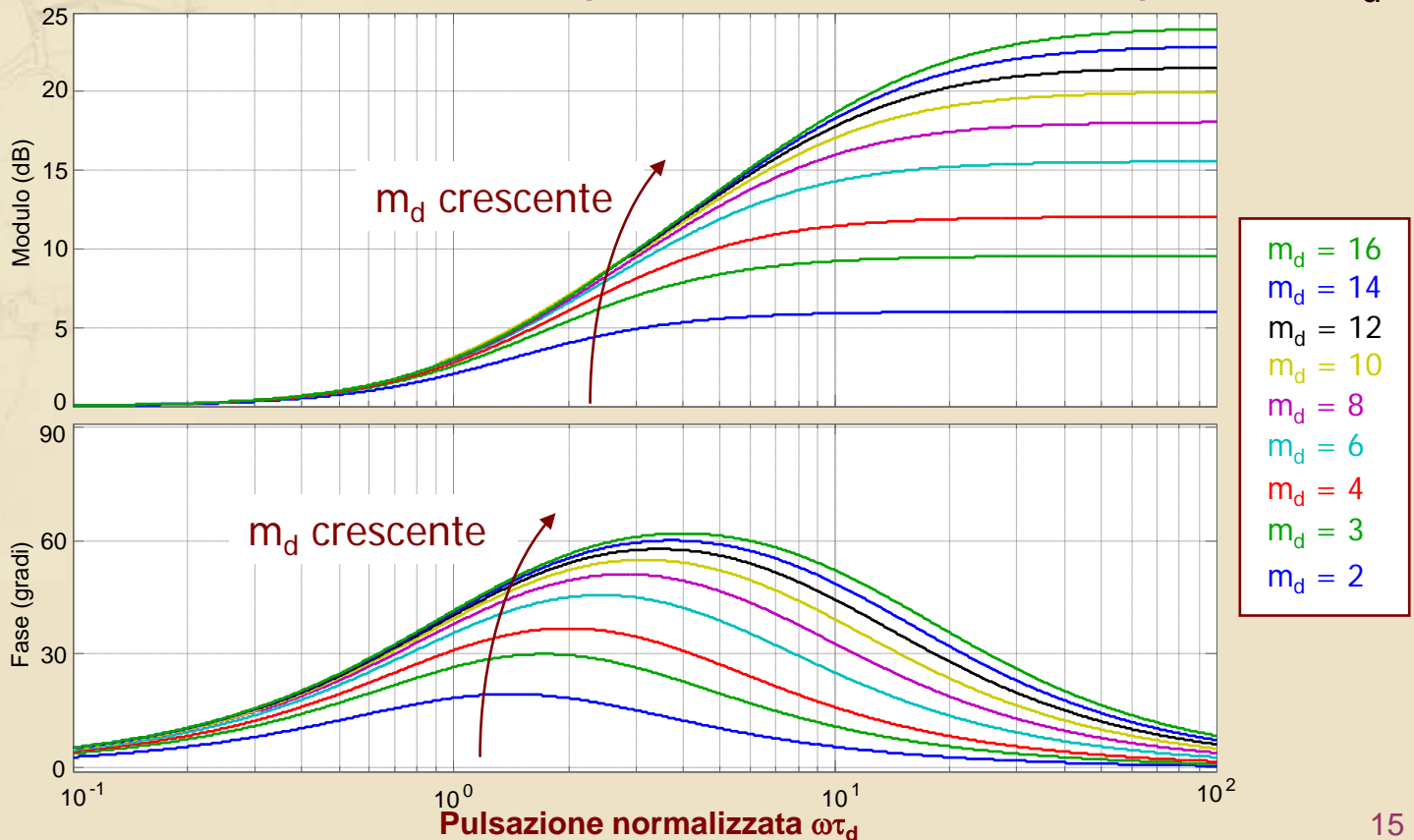
► DdB delle reti anticipatrici normalizzati rispetto a  $\tau_d$





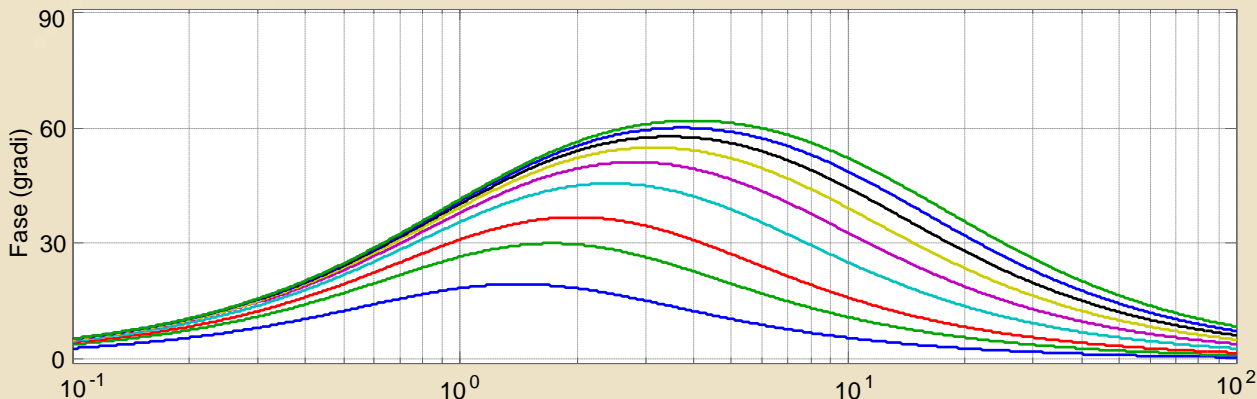
# Caratteristiche delle reti anticipatrici (3/6)

► DdB delle reti anticipatrici normalizzati rispetto a  $\tau_d$



## Caratteristiche delle reti anticipatrici (4/6)

- Una rete anticipatrice introduce un **aumento (anticipo) di fase** di entità massima nell'intervallo compreso fra la pulsazione dello zero e quella del polo
- L'entità di tale **aumento** e l'**ampiezza dell'intervallo di pulsazioni** corrispondente **crescono al crescere** del valore **di  $m_d$**





## Caratteristiche delle reti anticipatrici (5/6)

- Una rete anticipatrice introduce un **aumento (anticipo) di fase** di entità massima nell'intervallo compreso fra la pulsazione dello zero e quella del polo
- L'entità di tale **aumento** e l'**ampiezza dell'intervallo di pulsazioni** corrispondente **crescono al crescere** del valore **di  $m_d$**

**N.B.:** Nel caso limite di  $m_d$  molto elevato (tendente all'infinito) il comportamento di una rete anticipatrice è assimilabile a quello di uno **zero** con  $90^\circ$  di recupero massimo di fase

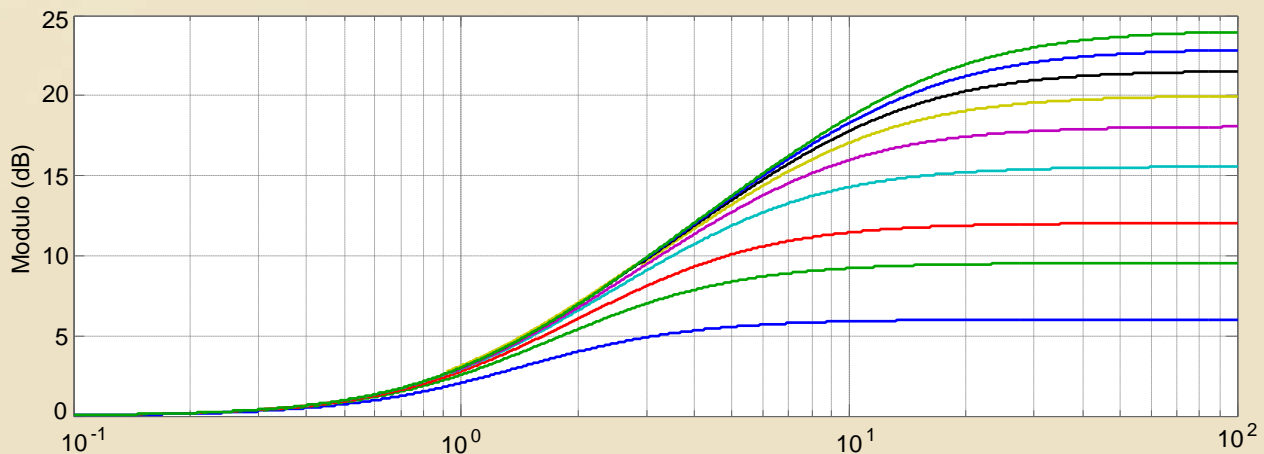


## Caratteristiche delle reti anticipatrici (6/6)

- ▶ L'incremento di recupero di fase all'aumentare di  $m_d$  di qualche unità è significativo però solo per valori non eccessivamente elevati di  $m_d$  (all'incirca non superiori a 16)
- ⇒ Non è opportuno pertanto utilizzare reti anticipatrici con  $m_d$  troppo elevati: quando è necessario aumentare molto la fase, è preferibile impiegare più reti

## Utilizzo delle reti anticipatrici (1/2)

- Le reti anticipatrici sono utilizzate ogni volta in cui è necessario **recuperare fase** in corrispondenza della pulsazione di taglio desiderata  $\omega_{c,des}$  per ottenere il margine di fase richiesto ( $m_\varphi > m_{\varphi,min}$ )
- L'inserimento di una rete anticipatrice in  $C(s)$  introduce anche un **aumento di modulo**





## Utilizzo delle reti anticipatrici (2/2)

- ▶ Le reti anticipatrici sono utilizzate ogni volta in cui è necessario **recuperare fase** in corrispondenza della pulsazione di taglio desiderata  $\omega_{c,des}$  per ottenere il margine di fase richiesto ( $m_\varphi > m_{\varphi,min}$ )
- ▶ L'inserimento di una rete anticipatrice in  $C(s)$  introduce anche un **aumento di modulo**

L'utilizzo di sole reti anticipatrici è indicato quando è necessario **umentare** il valore di  $\omega_c$  e **recuperare fase** per soddisfare i vincoli su  $G_a(s)$





## Procedura "base" di progetto di $R_d(s)$ (1/4)

- Si sceglie  $m_d$  in modo da garantire il recupero di fase necessario, sfruttando il **massimo recupero di fase**  $\varphi_{\max}$  consentito dalla rete

$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m_d - 1}{m_d + 1}\right) \Rightarrow m_d = \frac{1 + \sin(\varphi_{\max})}{1 - \sin(\varphi_{\max})}$$

- Si determina  $\tau_d$  dai DdB normalizzati delle reti imponendo che  $\varphi_{\max}$  sia raggiunto **proprio in**

$$\omega = \omega_{c,des}$$

$$\omega_{c,des} \tau_d = \sqrt{m_d}$$

Ascissa normalizzata del punto di massimo recupero di fase



## Procedura "base" di progetto di $R_d(s)$ (2/4)

- Se il recupero di fase  $\Delta\varphi$  che deve essere introdotto non è troppo elevato (non superiore a circa  $60^\circ$ ), è sufficiente utilizzare una sola rete anticipatrice con  $m_d$  corrispondente a  $\varphi_{\max} = \Delta\varphi$
- Se  $\Delta\varphi$  è elevato ( $> 60^\circ$ ), si introducono due (o più) reti anticipatrici  $R_{d,i}(s)$ , scelte in modo che

$$\Delta\varphi = \sum_i \varphi_{\max,i}$$



## Procedura "base" di progetto di $R_d(s)$ (3/4)

- L'inserimento di ciascuna rete anticipatrice determina un **aumento di modulo in**  $\omega = \omega_{c,des}$  leggibile sul DdB normalizzato del modulo in corrispondenza della pulsazione  $\omega\tau_d = \sqrt{m_d}$  (ascissa di  $\varphi_{max}$ ) e pari a

$$\left| R_d \left( j \frac{\sqrt{m_d}}{\tau_d} \right) \right|_{dB}$$

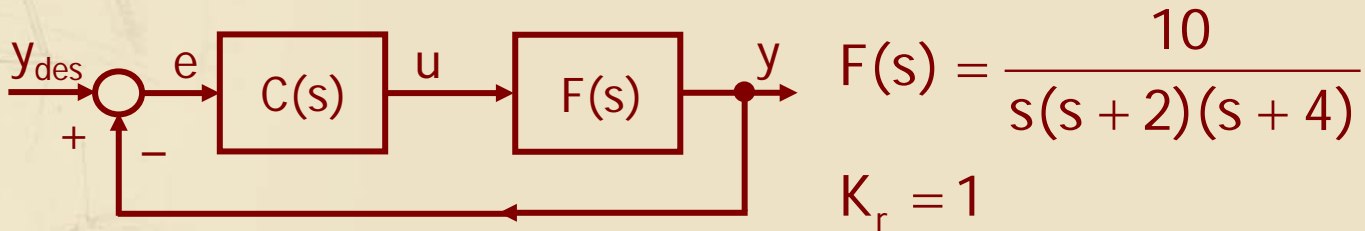


## Procedura "base" di progetto di $R_d(s)$ (4/4)

- ▶ Nella scelta delle reti anticipatrici è necessario verificare che tale **aumento di modulo** sia **"compatibile"** con l'**aumento di  $\omega_c$**  richiesto
- ▶ In particolare, la procedura "base" di progetto presuppone che l'aumento di modulo inserito sia **non significativamente superiore a  $\Delta m_{dB}$** 
  - Se l'aumento di modulo apportato dalla rete risulta **inferiore** a  $\Delta m_{dB}$ , è sufficiente successivamente **aumentare il guadagno stazionario  $K_c$** , in modo da ottenere  $|G_a(j\omega)| = 1$  ( $= 0$  dB) per  $\omega = \omega_{c,des}$

## Esempio 1 (1/12)

► Dato il seguente schema di controllo:



progettare  $C(s)$  in modo che il sistema in catena chiusa soddisfi le seguenti specifiche

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.2$  per  $r(t) = t$
- Tempo di salita  $t_s$  della risposta al gradino unitario pari a circa 0.4 s (con tolleranza di  $\pm 15\%$ )
- Sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario non superiore al 25%



## Esempio 1 (2/12)

► Si considera la specifica “statica”

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.2$  per  $r(t) = t$

- Poiché il sistema è di tipo 1 ed il riferimento è di primo grado, **non** è necessario introdurre poli in  $s = 0$

- Essendo  $K_F = 1.25$ , la specifica implica

$$|e_{r,\infty}| = \left| \frac{K_r}{K_c K_F} \right| \leq 0.2 \Rightarrow |K_c| \geq 4$$

► Si sceglie  $K_c$  di **segno positivo** per garantire la **stabilizzabilità** del sistema (con  $C(s)$  stabile)

Già discussa nella lezione precedente





## Esempio 1 (3/12)

- Si considerano le specifiche “dinamiche”
  - Tempo di salita  $t_s$  della risposta al gradino unitario pari a circa 0.4 s (con tolleranza di  $\pm 15\%$ )

$$\Rightarrow \omega_B \cong 7.5 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_{c,des} \cong 4.7 \text{ rad/s}$$

$$3/t_s$$

$$0.63 \cdot \omega_B$$

$$0.34 \leq t_s \leq 0.46 \text{ s}$$



## Esempio 1 (3/12)

► Si considerano le specifiche “dinamiche”

- Tempo di salita  $t_s$  della risposta al gradino unitario pari a circa 0.4 s (con tolleranza di  $\pm 15\%$ )

$$\Rightarrow \omega_B \cong 7.5 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_{c,des} \cong 4.7 \text{ rad/s}$$

- Sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario non superiore al 25%

$$\Rightarrow M_r \leq 1.39 = 2.85 \text{ dB} \Rightarrow m_{\varphi,min} \cong 43^\circ \div 45^\circ$$

$$\frac{1 + \hat{s}}{0.9}$$

$$60^\circ / M_{r,max} \cong 60^\circ - 5 \cdot (M_{r,max})_{dB}$$



## Esempio 1 (4/12)

- Si assume  $C(s)$  della forma

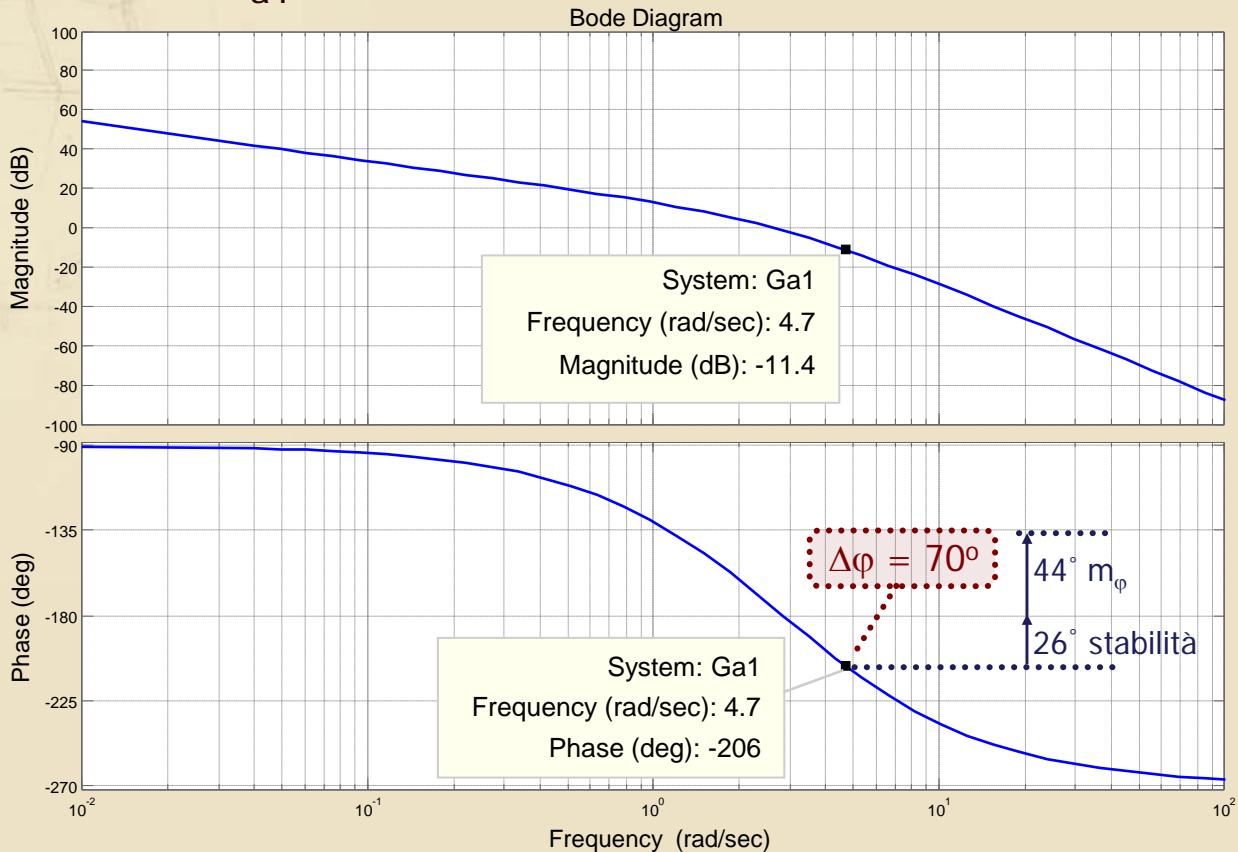
$$C(s) = K_c C'(s)$$

con  $K_c = 4$  (minimo valore ammissibile, eventualmente aumentabile successivamente) e si definisce conseguentemente la funzione d'anello di partenza

$$G_{a1}(s) = K_c \cdot F(s) = \frac{40}{s(s+2)(s+4)}$$

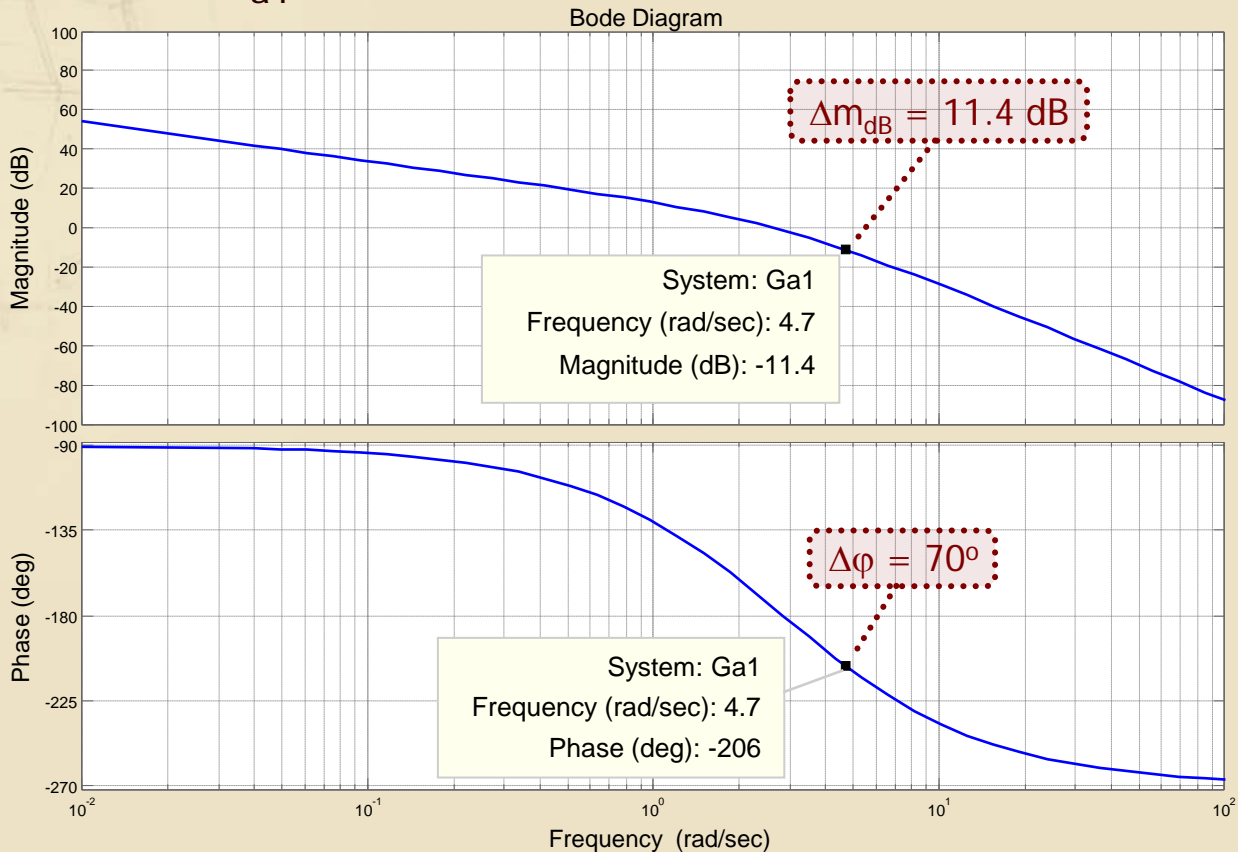
# Esempio 1 (5/12)

## ► DdB di $G_{a1}(s)$



# Esempio 1 (5/12)

## ► DdB di $G_{a1}(s)$





## Esempio 1 (6/12)

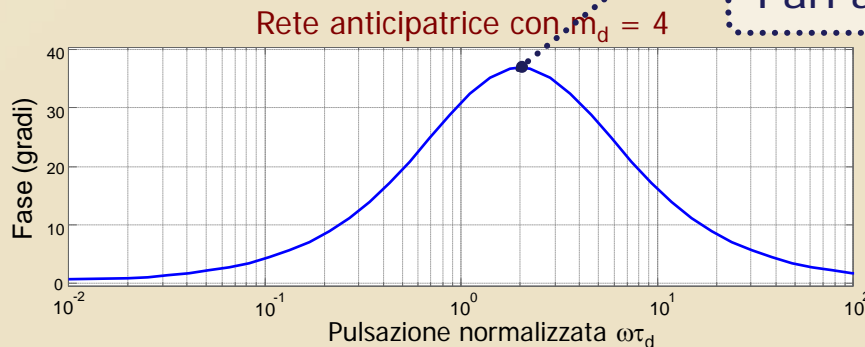
- Per soddisfare le specifiche dinamiche (garantendo asintotica stabilità in catena chiusa) è necessario **recuperare fase** (almeno  $70^\circ$ ) ed **aumentare** la  $\omega_c$  da 2.57 rad/s (valore attuale) a  $\omega_{c,des} = 4.7$  rad/s (aumentando il modulo in  $\omega_{c,des}$  di circa 11.4 dB)

Il problema di controllo può essere risolto introducendo solo **reti anticipatrici**



## Esempio 1 (7/12)

- Per ottenere un recupero totale di fase di (almeno)  $70^\circ$  è necessario utilizzare **due** reti anticipatrici
- Soluzione proposta: due reti con  $m_d = 4$ 
  - Ogni rete permette di recuperare circa  $36.9^\circ$  nel suo punto di massimo ( $\omega\tau_d = 2$ ), in corrispondenza del quale si ha un aumento del modulo di circa 6 dB

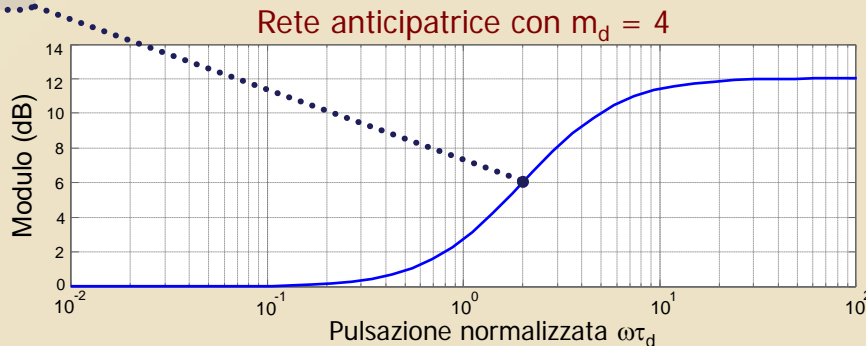


Pari a  $\arcsin(3/5)$

## Esempio 1 (7/12)

- Per ottenere un recupero totale di fase di (almeno)  $70^\circ$  è necessario utilizzare **due** reti anticipatrici
- Soluzione proposta: due reti con  $m_d = 4$ 
  - Ogni rete permette di recuperare circa  $36.9^\circ$  nel suo punto di massimo ( $\omega\tau_d = 2$ ), in corrispondenza del quale si ha un aumento del modulo di circa

6 dB





## Esempio 1 (7/12)

- ▶ Per ottenere un recupero totale di fase di (almeno)  $70^\circ$  è necessario utilizzare **due** reti anticipatrici
- ▶ Soluzione proposta: due reti con  **$m_d = 4$** 
  - Ogni rete permette di recuperare circa  $36.9^\circ$  nel suo punto di massimo ( $\omega\tau_d = 2$ ), in corrispondenza del quale si ha un aumento del modulo di circa 6 dB
  - L'aumento totale del modulo è di poco superiore a  $\Delta m_{dB} \Rightarrow$  Ci si aspetta di ottenere  $\omega_c$  leggermente superiore al valore desiderato



## Esempio 1 (8/12)

- Imponendo  $\omega_{c,des} \tau_d = 2$ , si ricava  $\tau_d = 0.425$
- La rete anticipatrice prescelta è quindi

$$R_d(s) = \frac{1 + 0.425s}{1 + \frac{0.425}{4}s}$$

$$C'(s) = R_d^2(s) = \left( \frac{1 + 0.425s}{1 + \frac{0.425}{4}s} \right)^2$$

Controllore risultante

$$\begin{aligned} C(s) &= K_c \cdot C'(s) \\ &= 4 \cdot R_d^2(s) \end{aligned}$$



## Esempio 1 (9/12)

- ▶ Si verifica il rispetto dei **“requisiti operativi”** su  $\omega_c$  e  $m_\varphi$  sul DdB di  $\mathbf{G}_a(s) = \mathbf{C}(s)\mathbf{F}(s)$
- ▶ Si determina il sistema in catena chiusa  $W(s)$  e se ne valuta il comportamento per verificare il **soddisfacimento delle specifiche date** (in questo caso la risposta al gradino unitario)
  - Se qualcuna delle specifiche **dinamiche** non risulta soddisfatta, è necessario **“correggere”** il progetto di  $\mathbf{C}'(s)$  (ed eventualmente il valore di  $K_c$ )

Ad esempio se  $t_s$  risultasse troppo elevato, si dovrebbe aumentare  $\omega_c$  per far aumentare  $\omega_B$



## Esempio 1 (9/12)

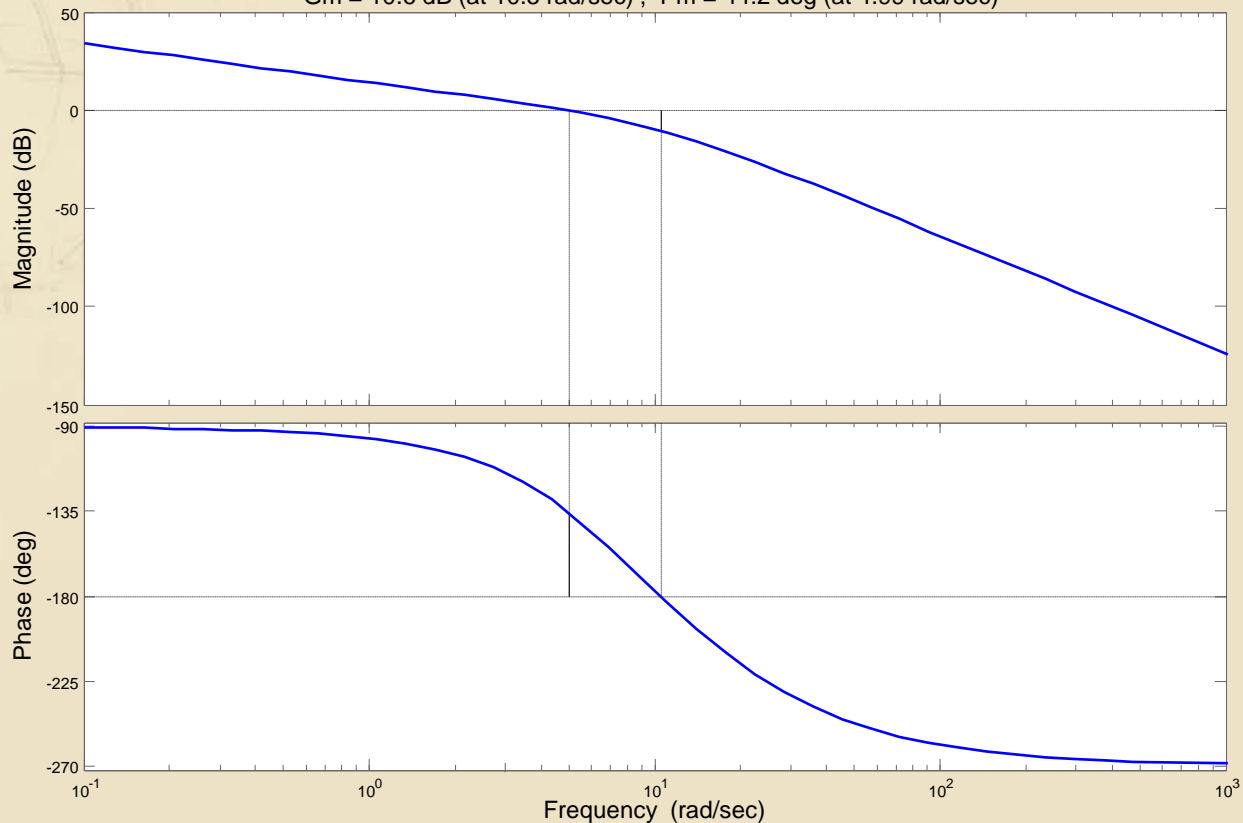
- ▶ Si verifica il rispetto dei “**requisiti operativi**” su  $\omega_c$  e  $m_\varphi$  sul DdB di  $\mathbf{G}_a(s) = \mathbf{C}(s)\mathbf{F}(s)$
- ▶ Si determina il sistema in catena chiusa  $W(s)$  e se ne valuta il comportamento per verificare il **soddisfacimento delle specifiche date** (in questo caso la risposta al gradino unitario)
  - Se qualcuna delle specifiche **dinamiche** non risulta soddisfatta, è necessario “correggere” il progetto di  $C'(s)$  (ed eventualmente il valore di  $K_c$ )
  - Il mancato soddisfacimento di una specifica **statica** indicherebbe la presenza di un **errore progettuale!**

# Esempio 1 (10/12)

► DdB di  $G_a(s)$

Ottenuto con **margin** ( $G_a$ )

$G_m = 10.6$  dB (at 10.5 rad/sec) ,  $P_m = 44.2$  deg (at 4.99 rad/sec)



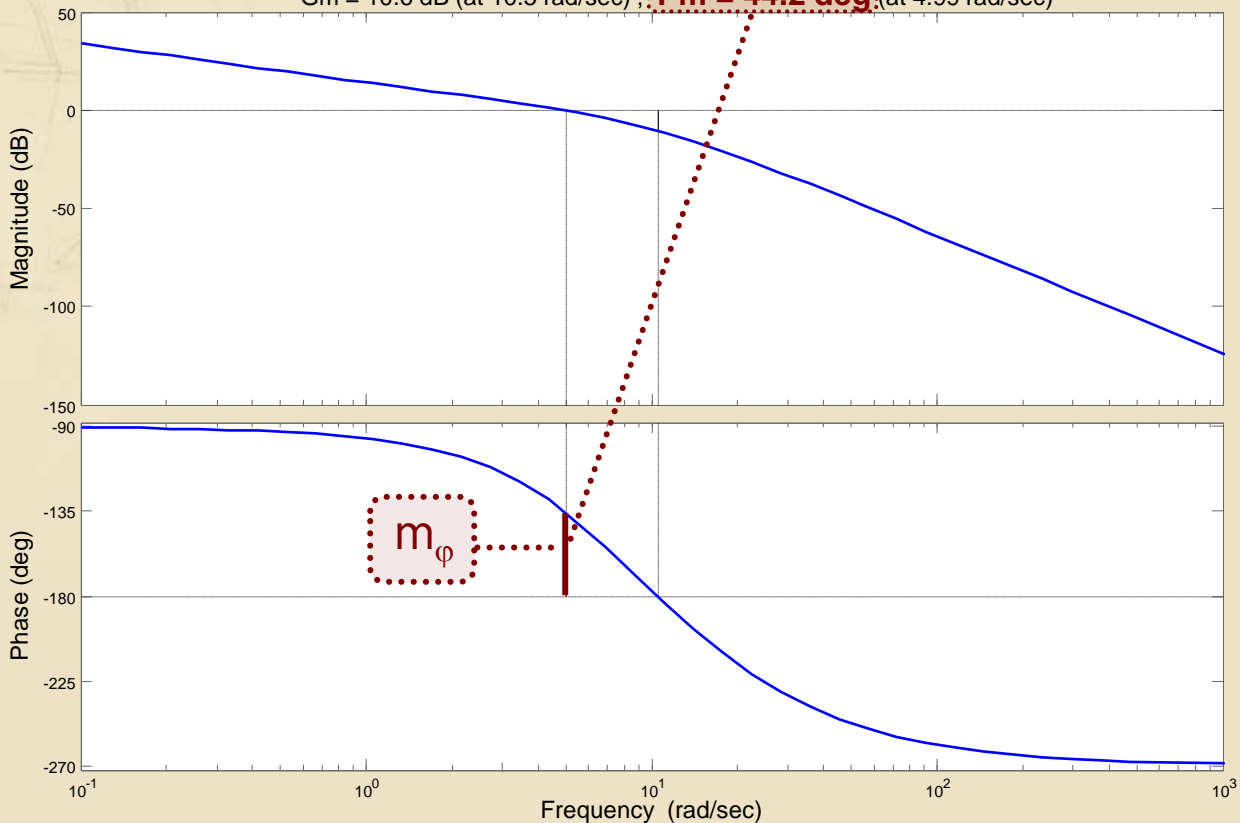


# Esempio 1 (10/12)

► DdB di  $G_a(s)$

Soddisfa il requisito imposto

$G_m = 10.6$  dB (at 10.5 rad/sec) ;  $P_m = 44.2$  deg (at 4.99 rad/sec)

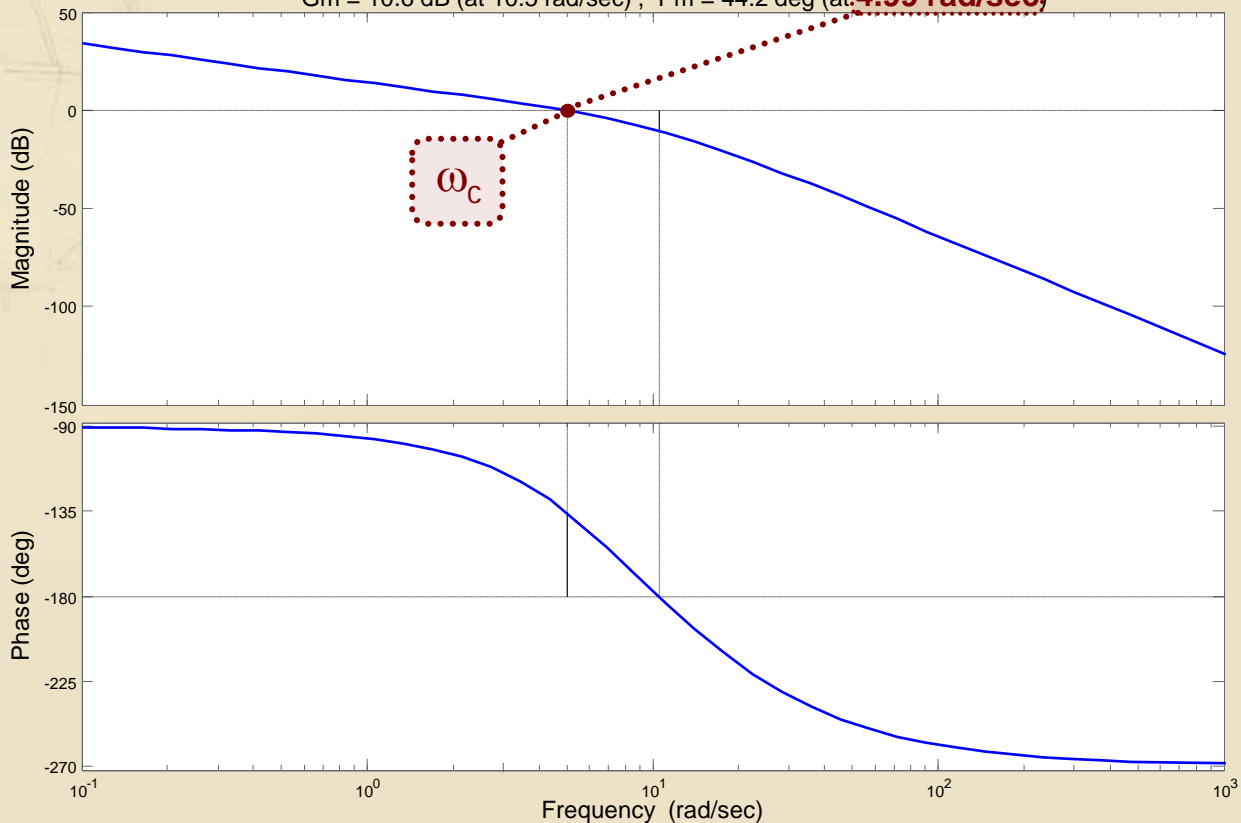


# Esempio 1 (10/12)

► DdB di  $G_a(s)$

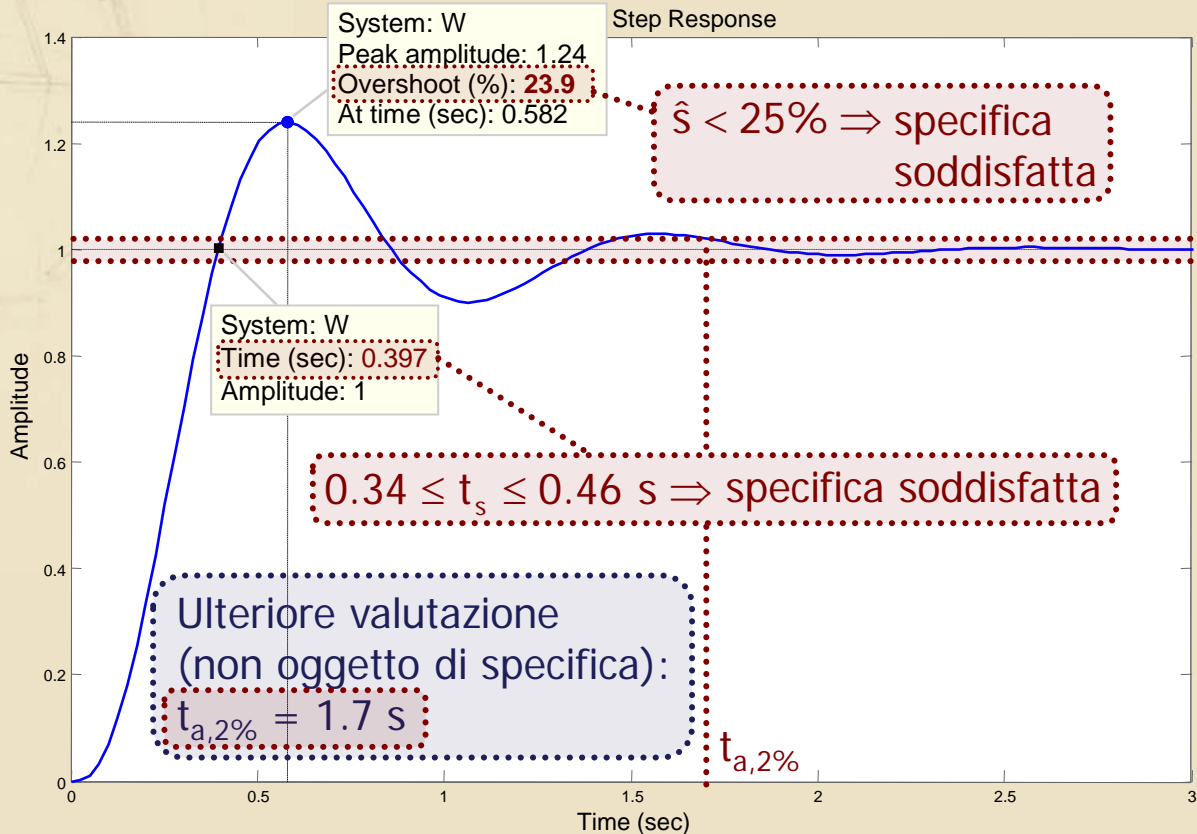
Leggermente superiore a  $\omega_{c,des}$  come previsto

$G_m = 10.6$  dB (at 10.5 rad/sec) ,  $P_m = 44.2$  deg (at: **4.99 rad/sec**)



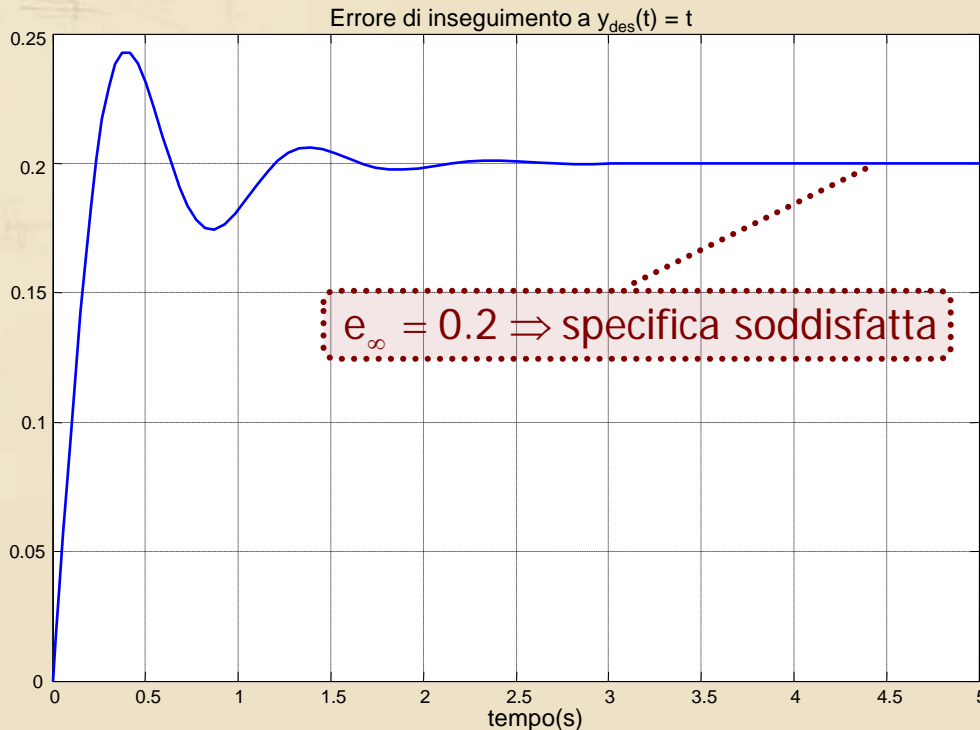
# Esempio 1 (11/12)

## ► Risposta al gradino di $W(s)$



## Esempio 1 (12/12)

- Per completezza si verifica anche la specifica statica sull'errore di inseguimento alla rampa



$e_{\infty} = 0.2 \Rightarrow$  specifica soddisfatta

$e_{\infty}$  è pari al valore max consentito perché è stato scelto per  $K_c$  il valore minimo ammissibile



## Come contenere l'aumento di modulo (1/4)

- ▶ Nella procedura "standard" di progetto di una rete anticipatrice,  $m_d$  viene scelto in modo da massimizzare il recupero di fase consentito dalla rete, sotto l'ipotesi che l'aumento di modulo introdotto non sia (significativamente) superiore al  $\Delta m_{dB}$  richiesto
- ▶ Per **contenere l'aumento di modulo** introdotto dalle reti anticipatrici, qualora richiesto dalle specifiche, è possibile seguire una linea "alternativa" di progetto, che prevede l'impiego di reti con parametro  $m_d$  maggiore



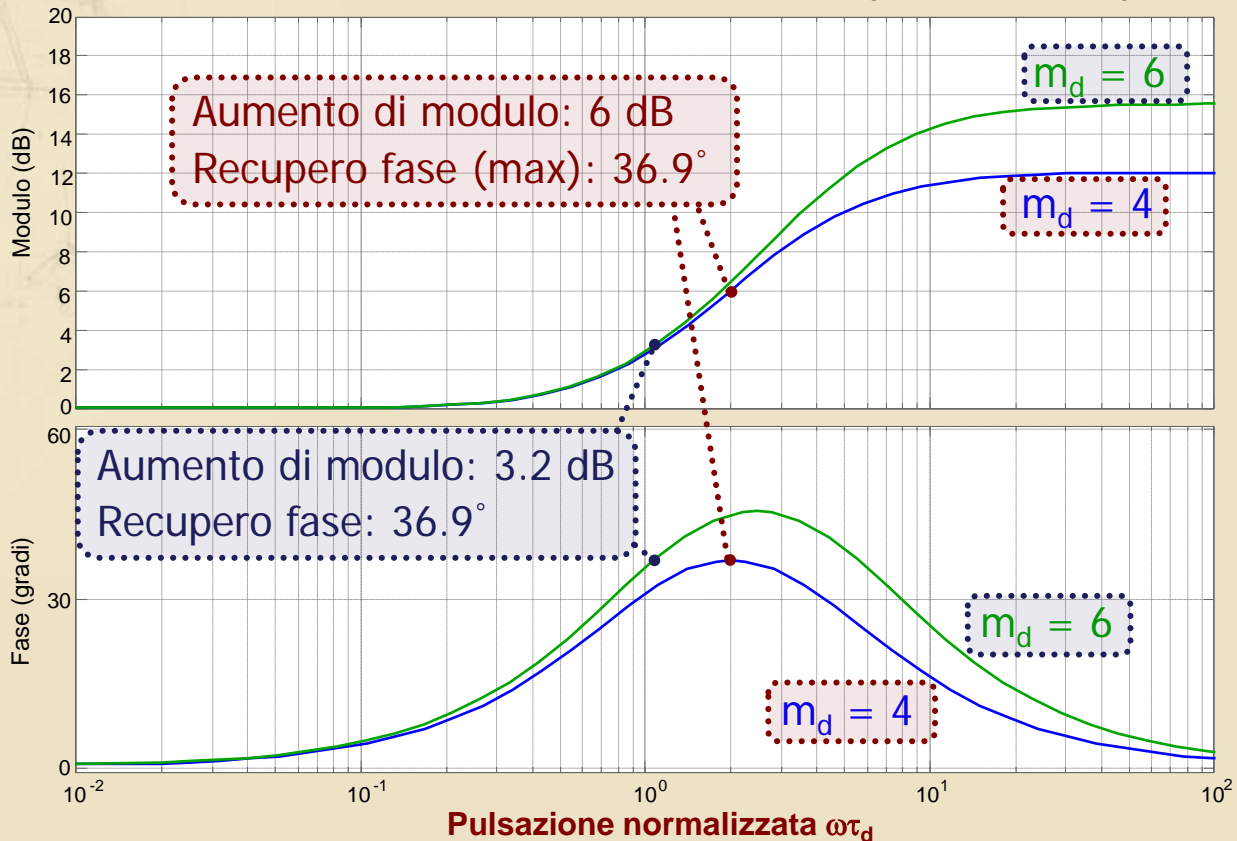
## Come contenere l'aumento di modulo (2/4)

- Si sceglie un valore di  **$m_d$  più elevato** del minimo necessario, corrispondente ad una rete **tale da introdurre** il  $\Delta\phi$  richiesto **prima del punto di massimo recupero di fase**, in un punto di ascissa normalizzata  $\omega\tau_d = x_d$  in cui si abbia congiuntamente l'aumento di modulo  $\Delta m_{dB}$  desiderato
- Si determina  $\tau_d$  dai DdB normalizzati delle reti anticipatrici imponendo

$$\omega_{c,des} \tau_d = X_d$$

# Come contenere l'aumento di modulo (3/4)

- Esempio: confronto fra reti con  $m_d = 4$  e  $m_d = 6$





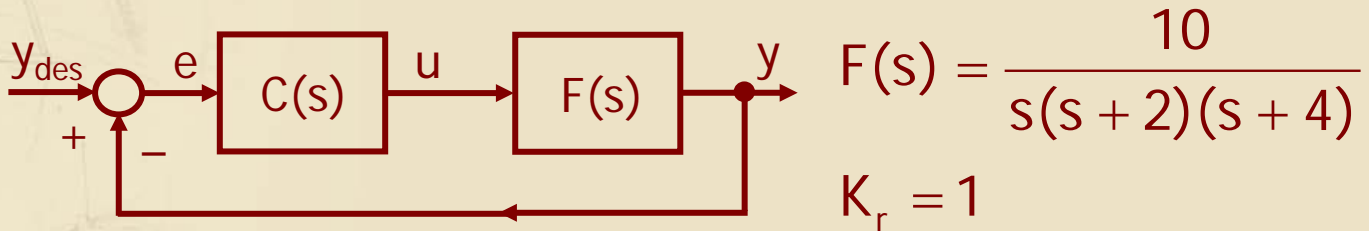


## Come contenere l'aumento di modulo (4/4)

- ▶ Il principale **svantaggio** associato all'utilizzo di reti anticipatrici con  $m_d$  elevato consiste in un **aumento dell'attività sul comando**, come verrà analizzato in dettaglio nell'ultima parte della lezione
  - È possibile utilizzare questa procedura di progetto previa verifica che il sistema reale sia in grado di "sopportare" tale maggiore attività sul comando oppure quando l'inserimento di successive reti di altro tipo in  $C'(s)$  determini una riduzione dell'effettiva attività sul comando

## Esempio 2 (1/14)

- Per il sistema precedentemente considerato



progettare  $C(s)$  in modo che il sistema in catena chiusa soddisfi le seguenti specifiche

- $|e_{r,\infty}| \leq 0.2$  per  $r(t) = t$  ← Specifiche invariate
- Sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario non superiore al 25%
- Banda passante pari a circa 6 rad/s (con tolleranza di  $\pm 15\%$ ) ← Nuova specifica



## Esempio 2 (2/14)

- La specifica statica è invariata e quindi anche in questo caso  $C(s)$  sarà della forma

$$C(s) = K_c C'(s)$$

con  $K_c = 4$  (minimo valore ammissibile, eventualmente aumentabile successivamente) e la funzione d'anello di partenza è nuovamente data da

$$G_{a1}(s) = K_c \cdot F(s) = \frac{40}{s(s+2)(s+4)}$$



## Esempio 2 (3/14)

- Si considerano le specifiche “dinamiche”
  - La specifica sulla sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario (invariata) implica

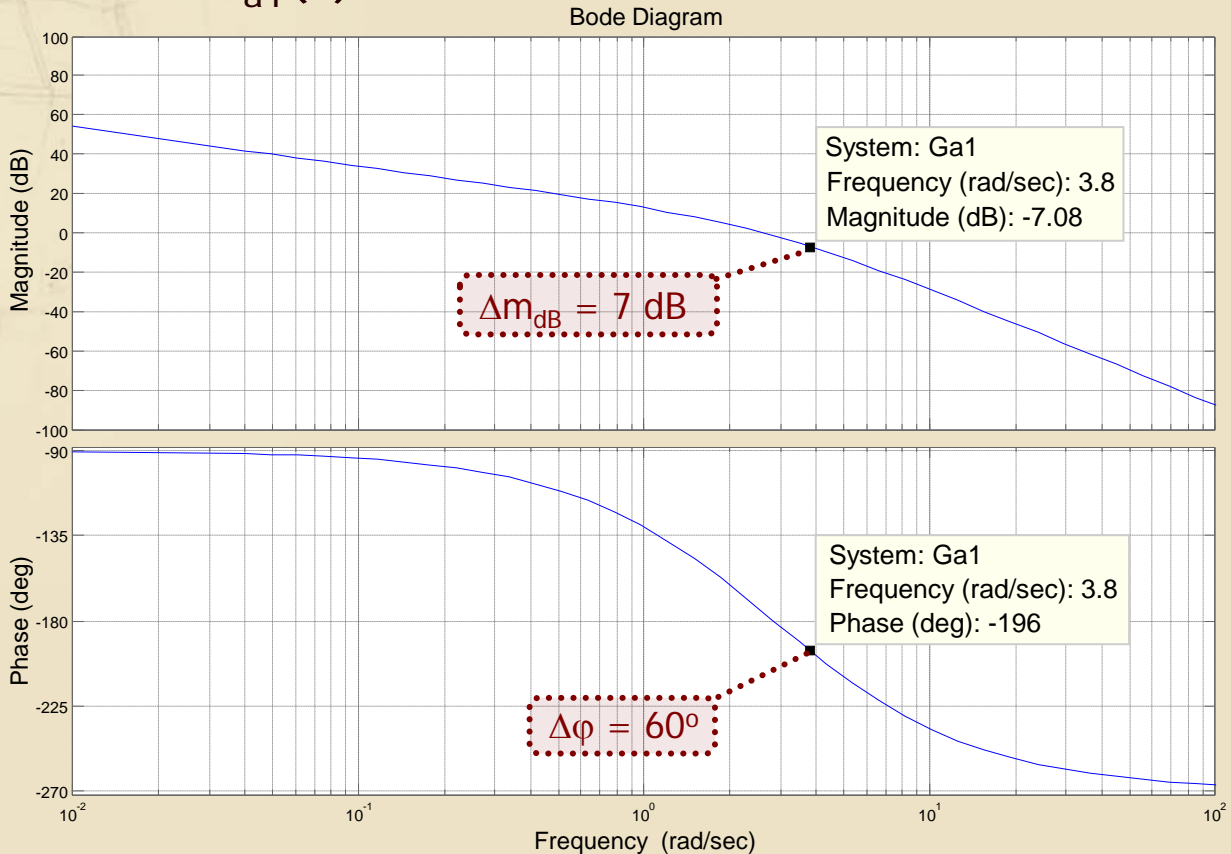
$$m_{\varphi, \min} \cong 43^\circ \div 45^\circ$$

- La nuova specifica (banda passante pari a circa 6 rad/s) implica

$$\omega_{c, \text{des}} \cong 0.63 \cdot \omega_{B, \text{des}} \cong 3.8 \text{ rad / s}$$

# Esempio 2 (4/14)

## ► DdB di $G_{a1}(s)$





## Esempio 2 (5/14)

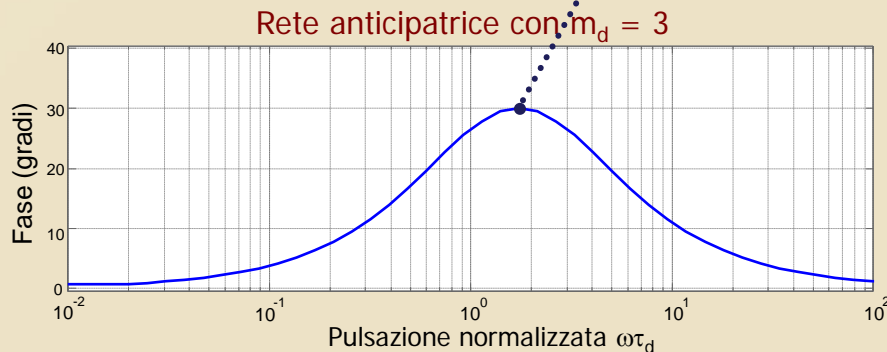
- Per soddisfare le specifiche dinamiche (garantendo asintotica stabilità in catena chiusa) è necessario **recuperare fase** (circa  $60^\circ$ ) ed **aumentare** la  $\omega_c$  da 2.57 rad/s (valore attuale) a  $\omega_{c,des} = 3.8$  rad/s (aumentando il modulo in  $\omega_{c,des}$  di soli 7 dB)

Il problema di controllo può essere risolto introducendo sole **reti anticipatrici** progettate in modo da **contenere l'aumento di modulo**

## Esempio 2 (6/14)

- Per ottenere un recupero totale di fase di  $60^\circ$  sarebbe possibile utilizzare **due** reti anticipatrici con  $m_d = 3$ , sfruttandone il max recupero di fase possibile, ma l'aumento di modulo risulterebbe troppo elevato!

$$\Delta\varphi = 30^\circ \text{ pari a } \arcsin(1/2) \\ \text{in } \omega\tau_d = \sqrt{3}$$





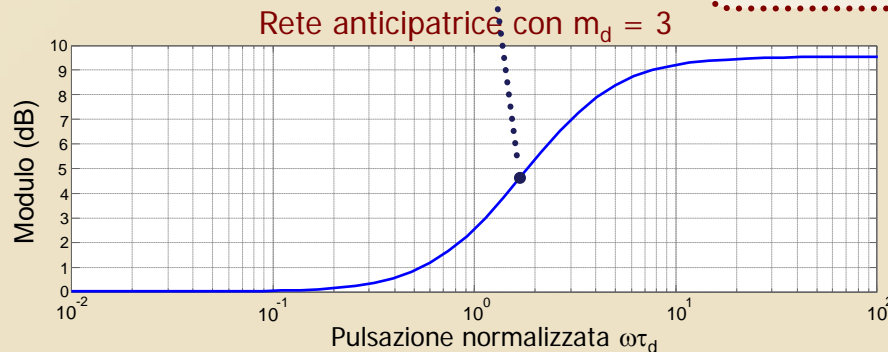
## Esempio 2 (6/14)

- Per ottenere un recupero totale di fase di  $60^\circ$  sarebbe possibile utilizzare **due** reti anticipatrici con  $m_d = 3$ , sfruttandone il max recupero di fase possibile, ma l'aumento di modulo risulterebbe troppo elevato!

In  $\omega\tau_d = \sqrt{3}$  si ha un aumento di 4.76 dB



L'aumento totale di modulo (9.52 dB) risulterebbe  $\gg 7$ dB!



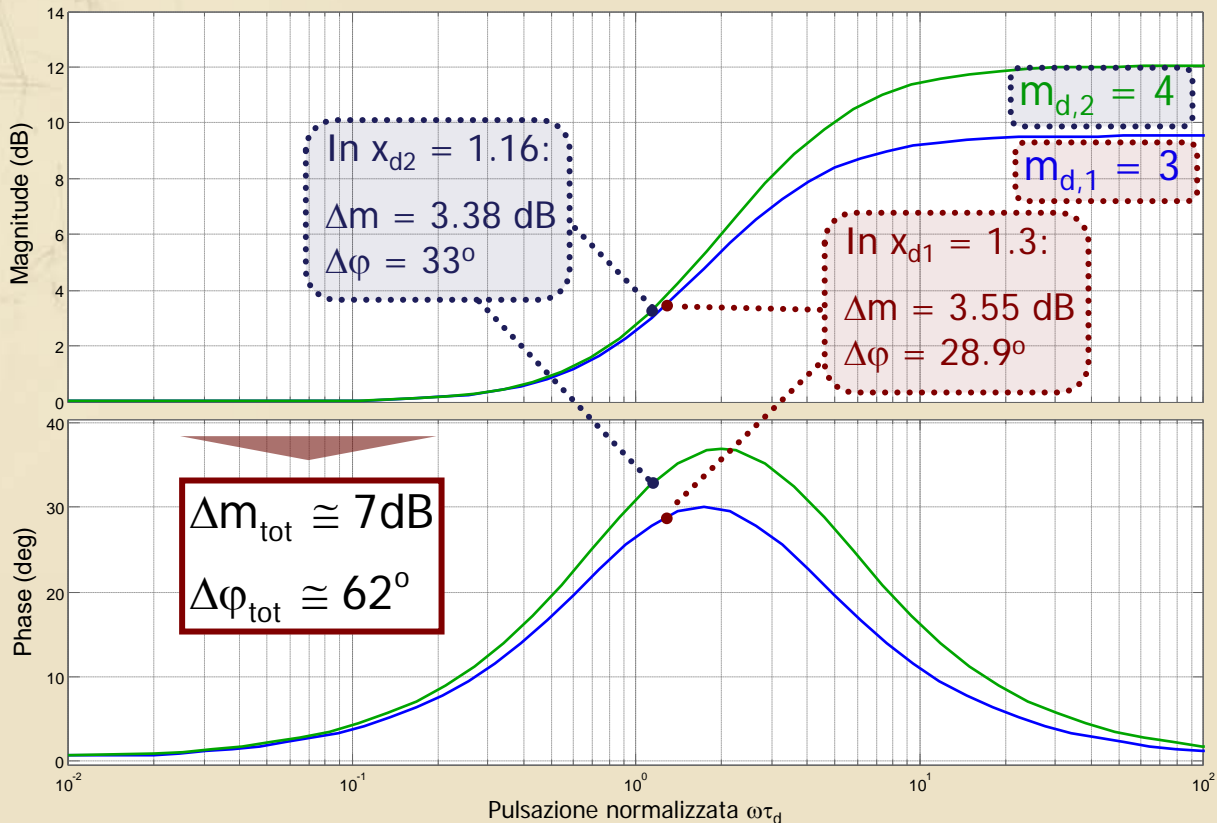


## Esempio 2 (7/14)

- ▶ La soluzione proposta prevede l'utilizzo di **due reti anticipatrici**, una con  $m_{d,1} = 3$  e l'altra con  $m_{d,2} = 4$ , progettate entrambe in modo da combinare il recupero di fase richiesto ( $60^\circ$ ) con un aumento complessivo di modulo non superiore a 7 dB
- ▶ Le reti vengono progettate facendo riferimento a due pulsazioni normalizzate  $x_{d1}$  e  $x_{d2}$  **inferiori** a quelle corrispondenti ai rispettivi punti di massimo recupero di fase

## Esempio 2 (8/14)

- DdB normalizzati delle reti con  $m_{d,1} = 3$  e  $m_{d,2} = 4$





## Esempio 2 (9/14)

► Le reti anticipatrici sono così definite

- $R_{d1}(s)$  con  $m_{d,1} = 3$ ,  $\omega_{c,des}\tau_{d1} = 1.3 \Rightarrow \tau_{d1} = 0.34$

$$R_{d1}(s) = \frac{1 + 0.34s}{1 + \frac{0.34}{3}s}$$

- $R_{d2}(s)$  con  $m_{d,2} = 4$ ,  $\omega_{c,des}\tau_{d2} = 1.16 \Rightarrow \tau_{d2} = 0.3$

$$R_{d2}(s) = \frac{1 + 0.3s}{1 + \frac{0.3}{4}s}$$



## Esempio 2 (10/14)

- $R_{d1}(s)$  e  $R_{d2}(s)$  definiscono la parte dinamica  $C'(s)$  del controllore, che risulta quindi dato da

$$C(s) = K_c \cdot R_{d1}(s) \cdot R_{d2}(s)$$

in cui  $K_c$  è rimasto pari al valore assegnato inizialmente ( $K_c = 4$ )

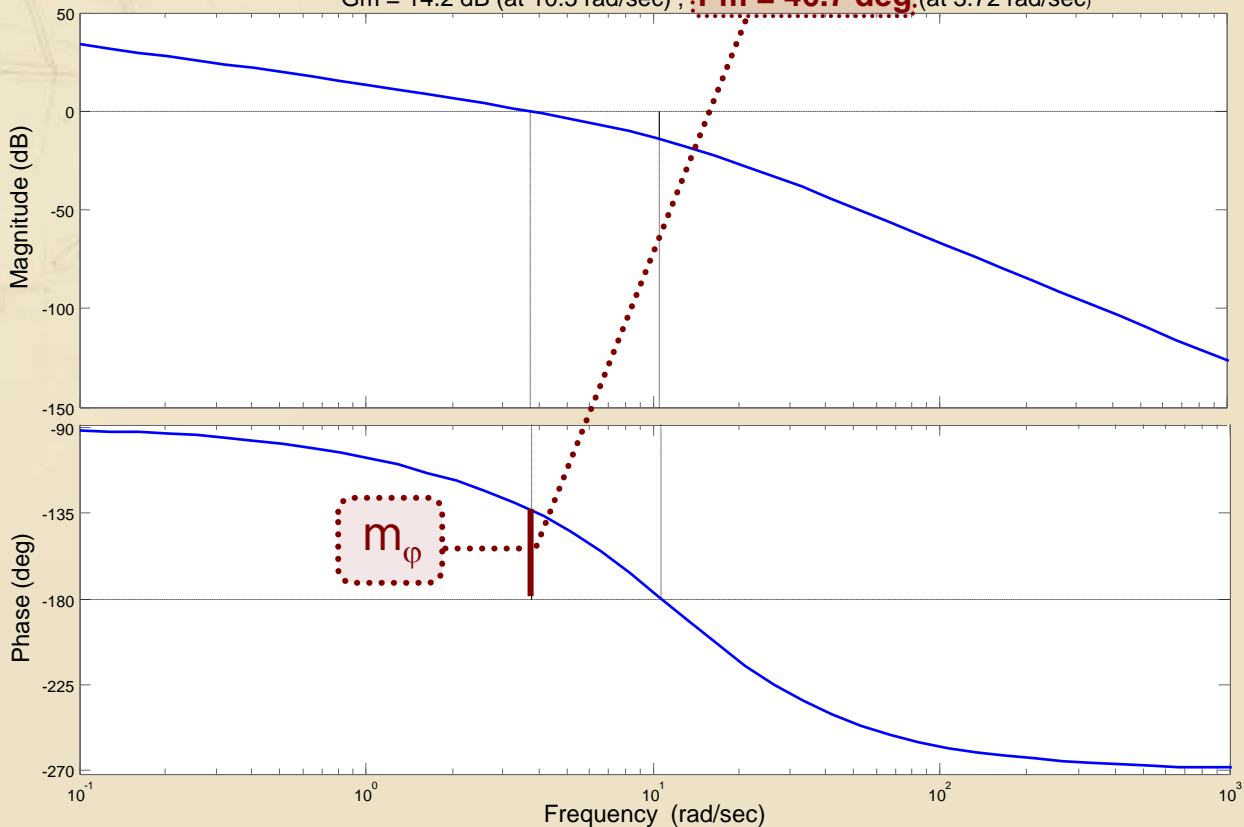
- Si verifica il rispetto dei “**requisiti operativi**” su  $\omega_c$  e  $m_\varphi$  sul DdB di  $\mathbf{G_a(s) = C(s)F(s)}$ , prima di passare alla **verifica delle specifiche** sul sistema in catena chiusa  $\mathbf{W(s)}$

# Esempio 2 (11/14)

► DdB di  $G_a(s)$

Maggiore del minimo richiesto

$G_m = 14.2$  dB (at 10.5 rad/sec),  $P_m = 46.7$  deg (at 3.72 rad/sec)

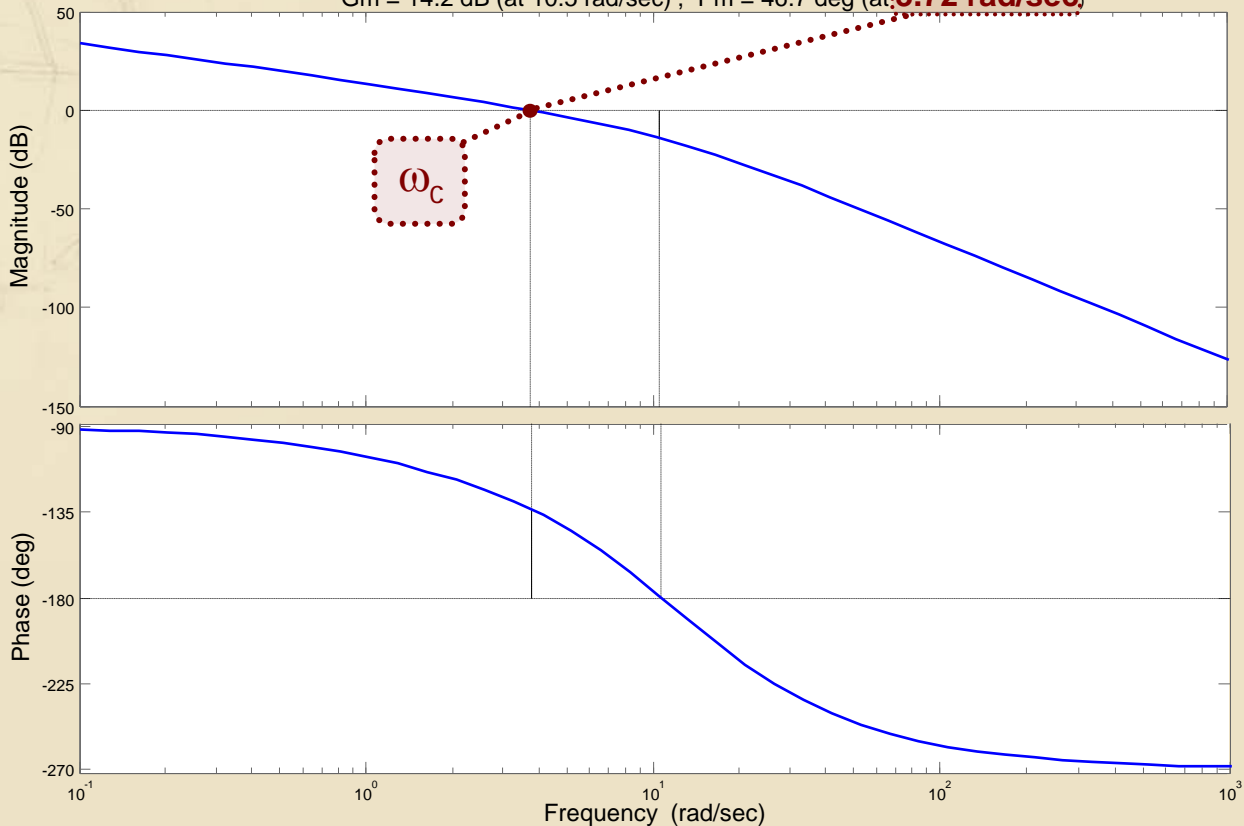


# Esempio 2 (11/14)

► DdB di  $G_a(s)$

Soddisfa il requisito imposto

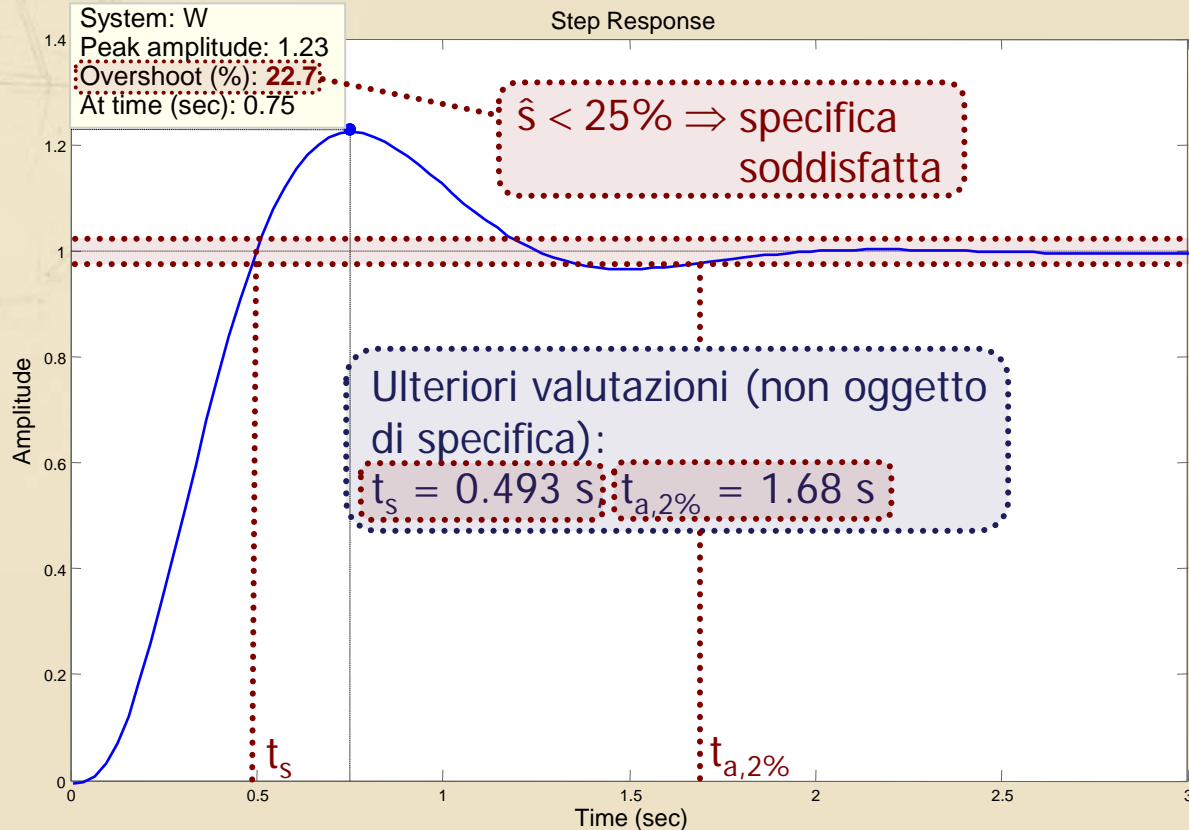
$G_m = 14.2$  dB (at  $10.5$  rad/sec),  $P_m = 46.7$  deg (at  $3.72$  rad/sec)





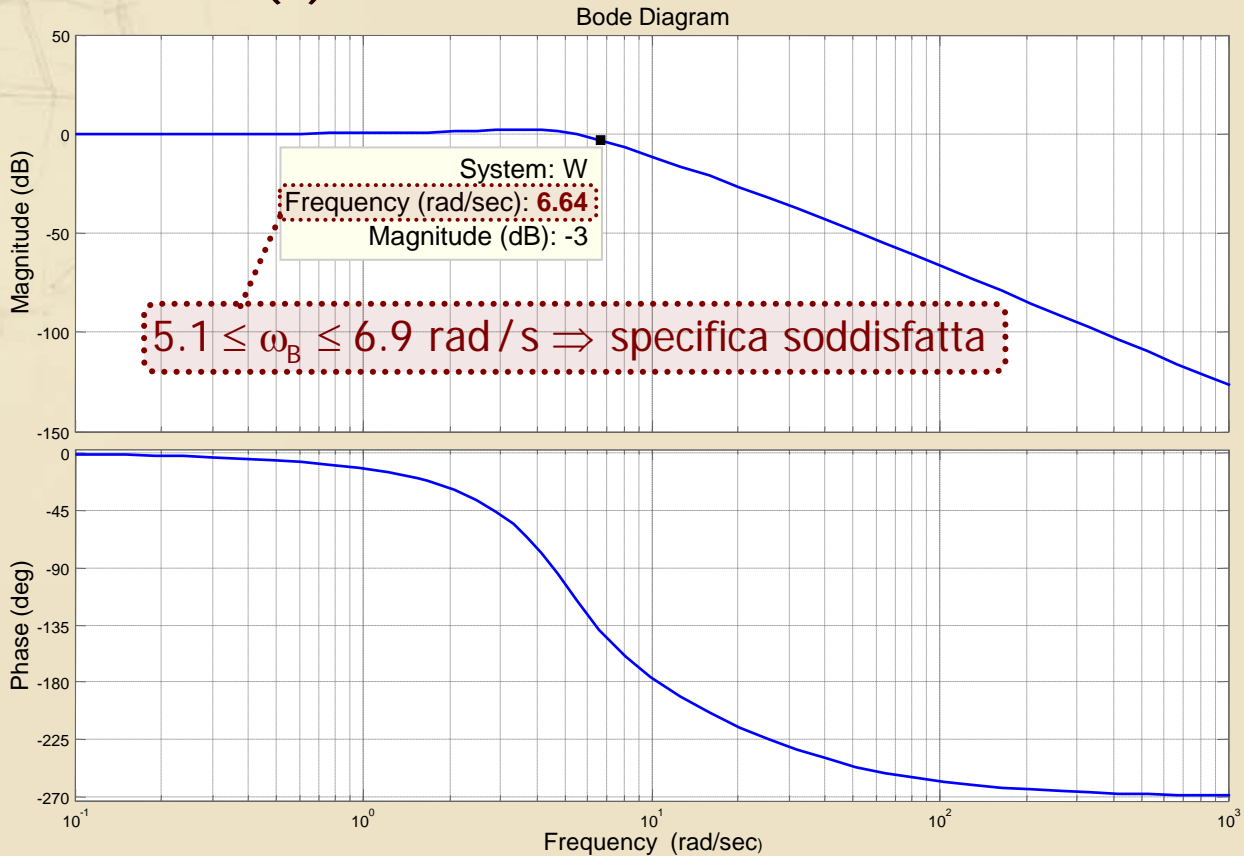
# Esempio 2 (12/14)

## ► Risposta al gradino di $W(s)$



# Esempio 2 (13/14)

## ► DdB di $W(s)$





## Esempio 2 (14/14)

- ▶ Il controllore  $C(s)$  progettato garantisce **l'asintotica stabilità** del sistema in catena chiusa ed il **soddisfacimento** di tutte le **specifiche dinamiche**
- ▶ È facile verificare che anche la **specifica statica** è soddisfatta, con  $e_{\infty} = 0.2$ , avendo scelto per  $K_c$  il valore minimo (come nel caso precedente)