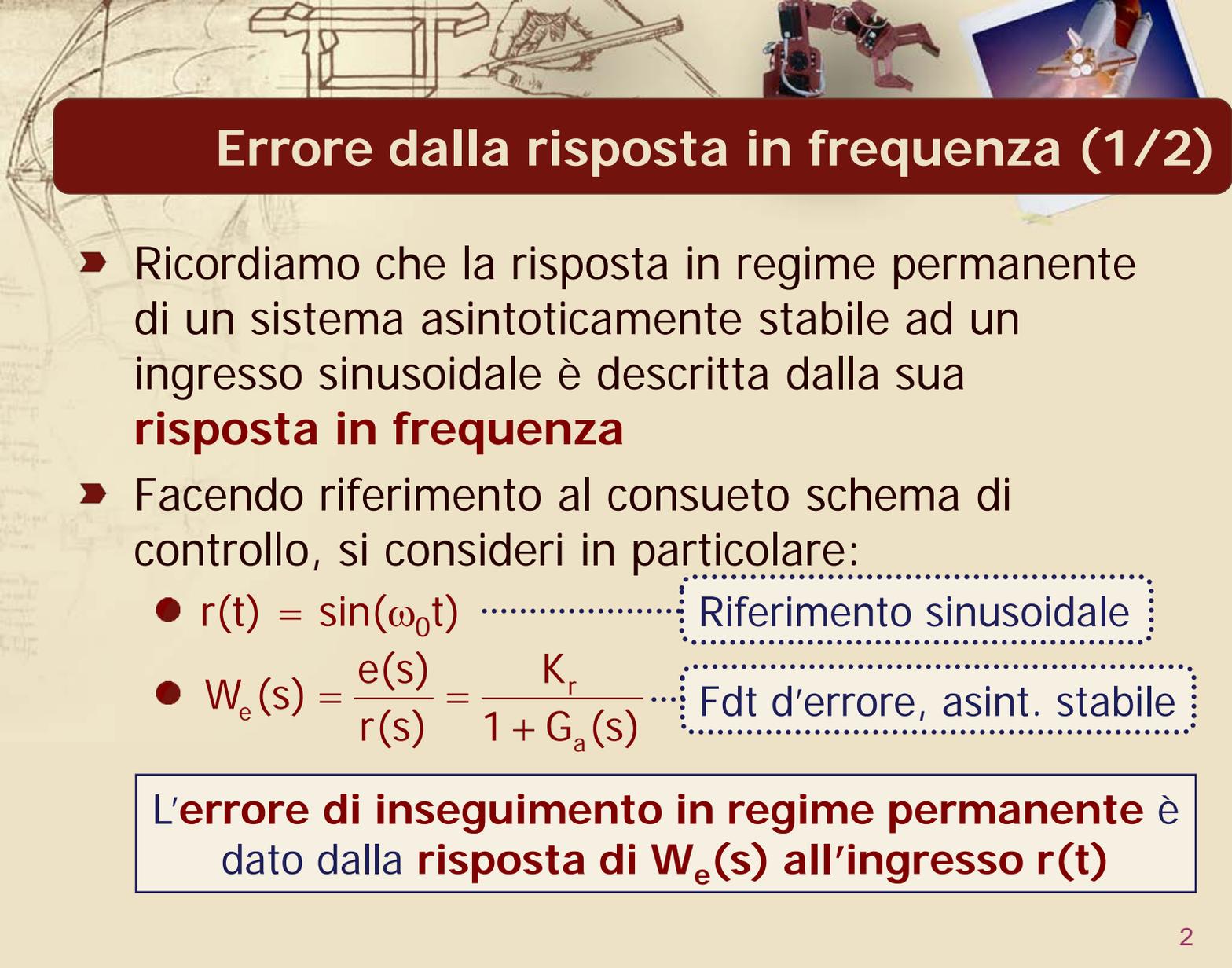


Precisione in regime permanente

Inseguimento di segnali sinusoidali



Errore dalla risposta in frequenza (1/2)

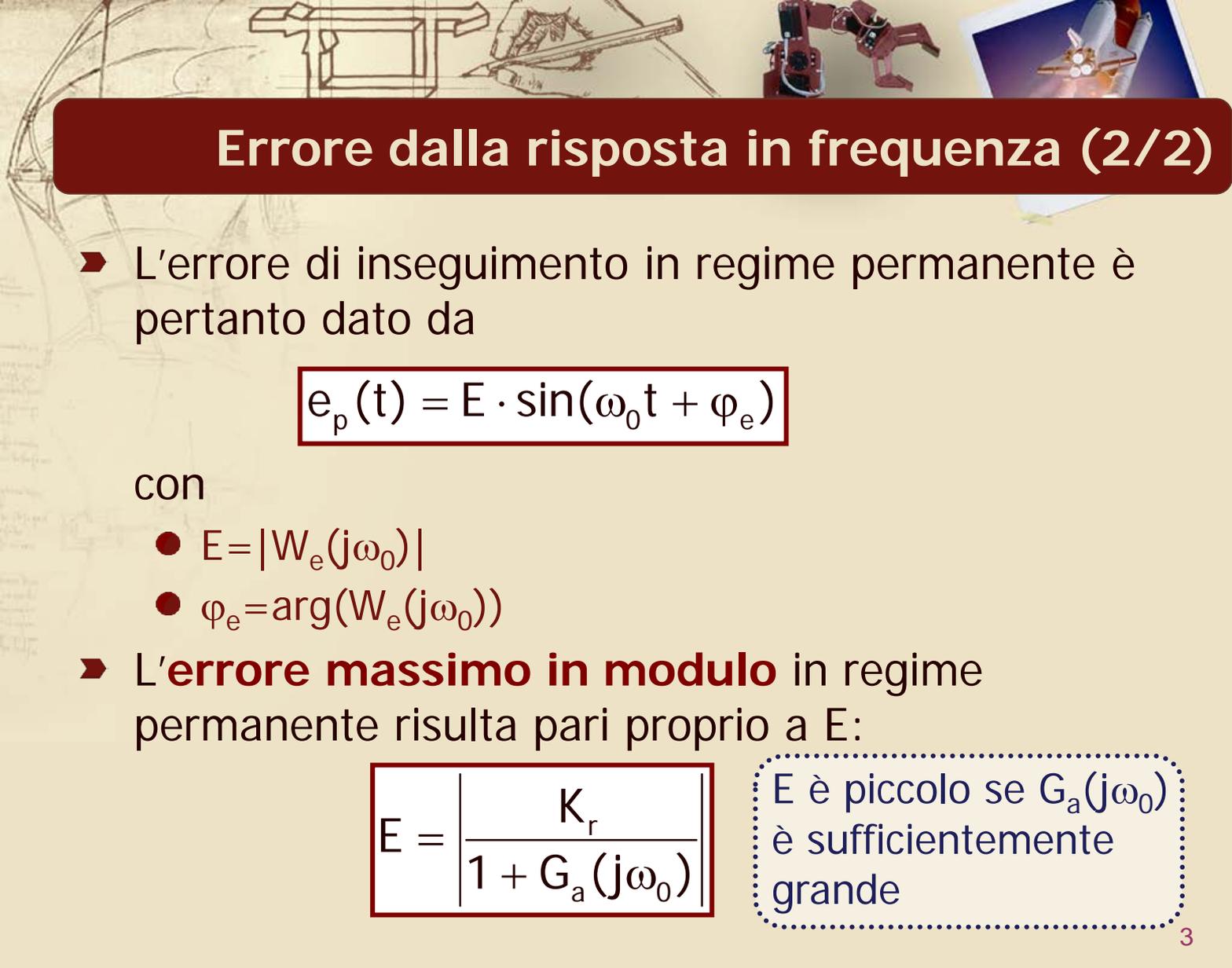
► Ricordiamo che la risposta in regime permanente di un sistema asintoticamente stabile ad un ingresso sinusoidale è descritta dalla sua **risposta in frequenza**

► Facendo riferimento al consueto schema di controllo, si consideri in particolare:

● $r(t) = \sin(\omega_0 t)$ Riferimento sinusoidale

● $W_e(s) = \frac{e(s)}{r(s)} = \frac{K_r}{1 + G_a(s)}$ Fdt d'errore, asint. stabile

L'errore di inseguimento in regime permanente è dato dalla risposta di $W_e(s)$ all'ingresso $r(t)$



Errore dalla risposta in frequenza (2/2)

- L'errore di inseguimento in regime permanente è pertanto dato da

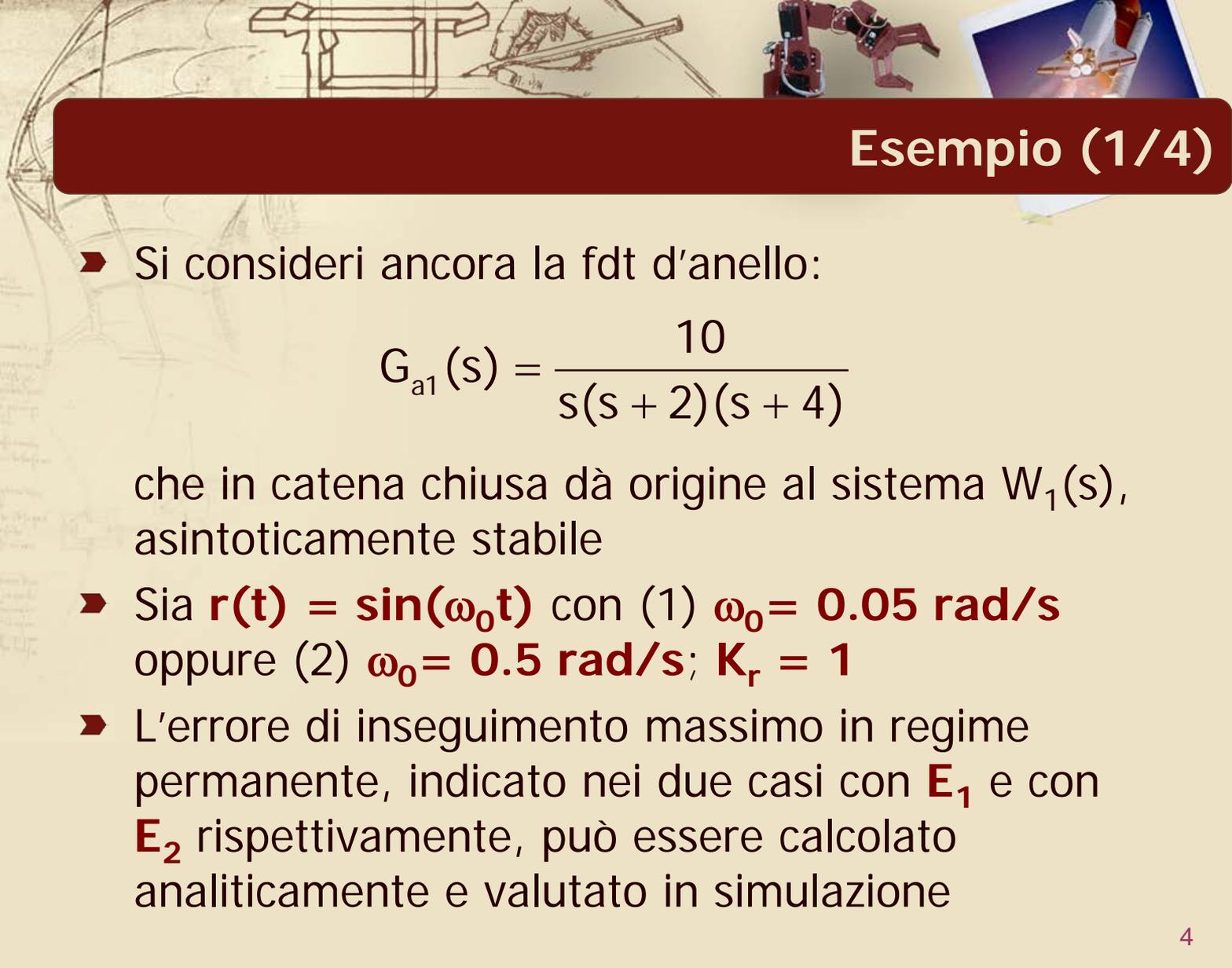
$$e_p(t) = E \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_e)$$

con

- $E = |W_e(j\omega_0)|$
 - $\varphi_e = \arg(W_e(j\omega_0))$
- L'**errore massimo in modulo** in regime permanente risulta pari proprio a E:

$$E = \left| \frac{K_r}{1 + G_a(j\omega_0)} \right|$$

E è piccolo se $G_a(j\omega_0)$ è sufficientemente grande



Esempio (1/4)

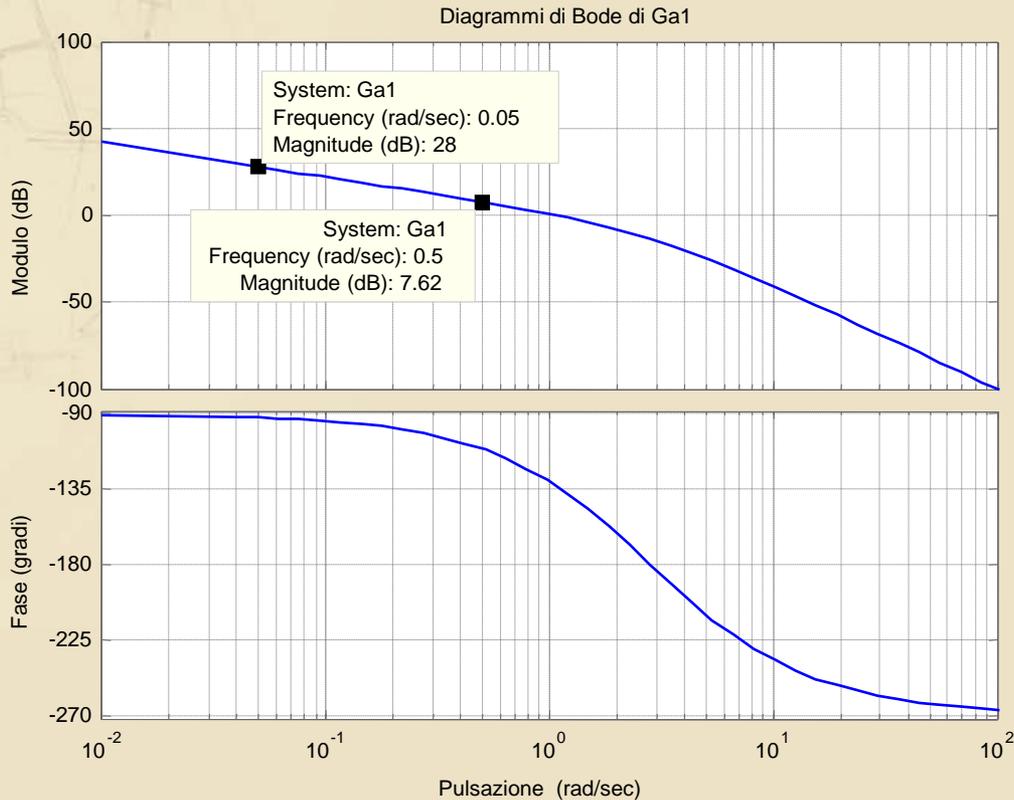
- Si consideri ancora la fdt d'anello:

$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}$$

che in catena chiusa dà origine al sistema $W_1(s)$,
asintoticamente stabile

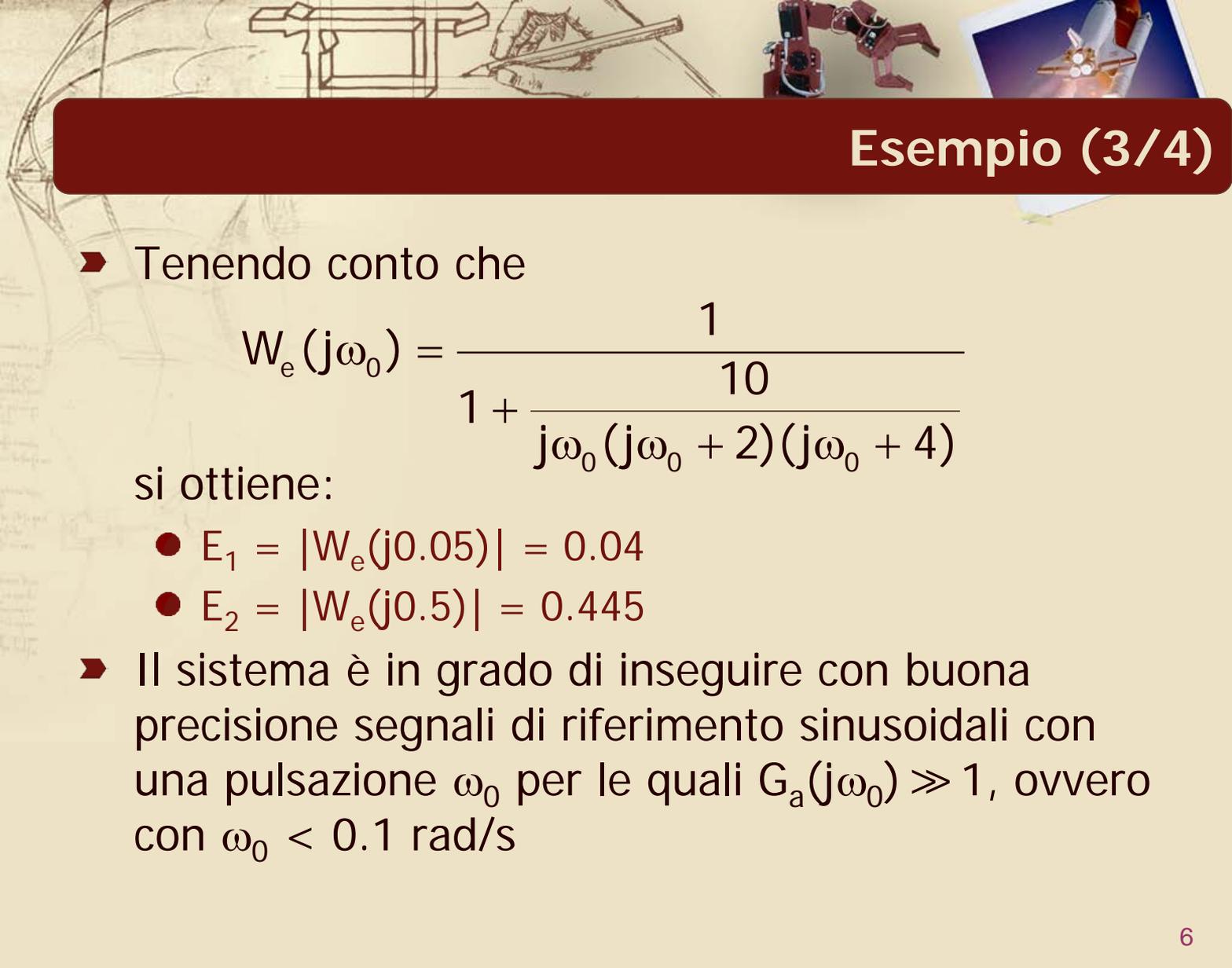
- Sia $\mathbf{r(t) = \sin(\omega_0 t)}$ con (1) $\omega_0 = \mathbf{0.05 \text{ rad/s}}$
oppure (2) $\omega_0 = \mathbf{0.5 \text{ rad/s}}$; $\mathbf{K_r = 1}$
- L'errore di inseguimento massimo in regime
permanente, indicato nei due casi con $\mathbf{E_1}$ e con
 $\mathbf{E_2}$ rispettivamente, può essere calcolato
analiticamente e valutato in simulazione

Esempio (2/4)



$$|G_{a1}(j0.05)| \gg |G_{a1}(j0.5)|$$

Si prevede di ottenere $E_1 \ll E_2$



Esempio (3/4)

- Tenendo conto che

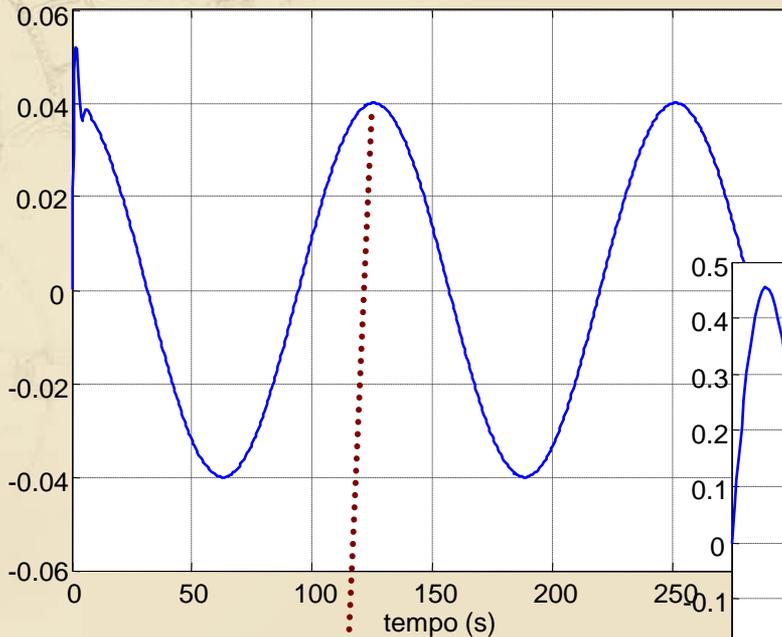
$$W_e(j\omega_0) = \frac{1}{1 + \frac{10}{j\omega_0(j\omega_0 + 2)(j\omega_0 + 4)}}$$

si ottiene:

- $E_1 = |W_e(j0.05)| = 0.04$
 - $E_2 = |W_e(j0.5)| = 0.445$
- Il sistema è in grado di inseguire con buona precisione segnali di riferimento sinusoidali con una pulsazione ω_0 per le quali $G_a(j\omega_0) \gg 1$, ovvero con $\omega_0 < 0.1$ rad/s

Esempio (4/4)

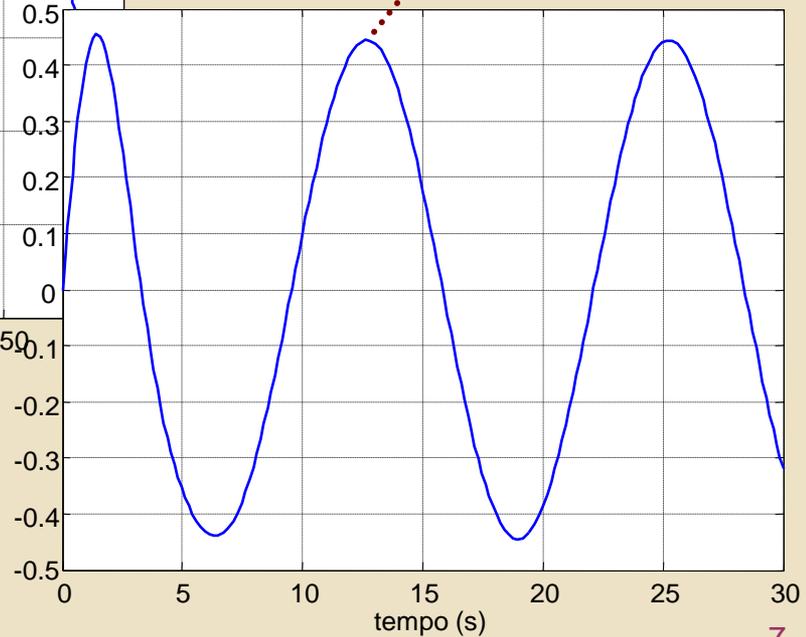
Errore di inseguimento a $y_{des}(t) = \sin(0.05t)$

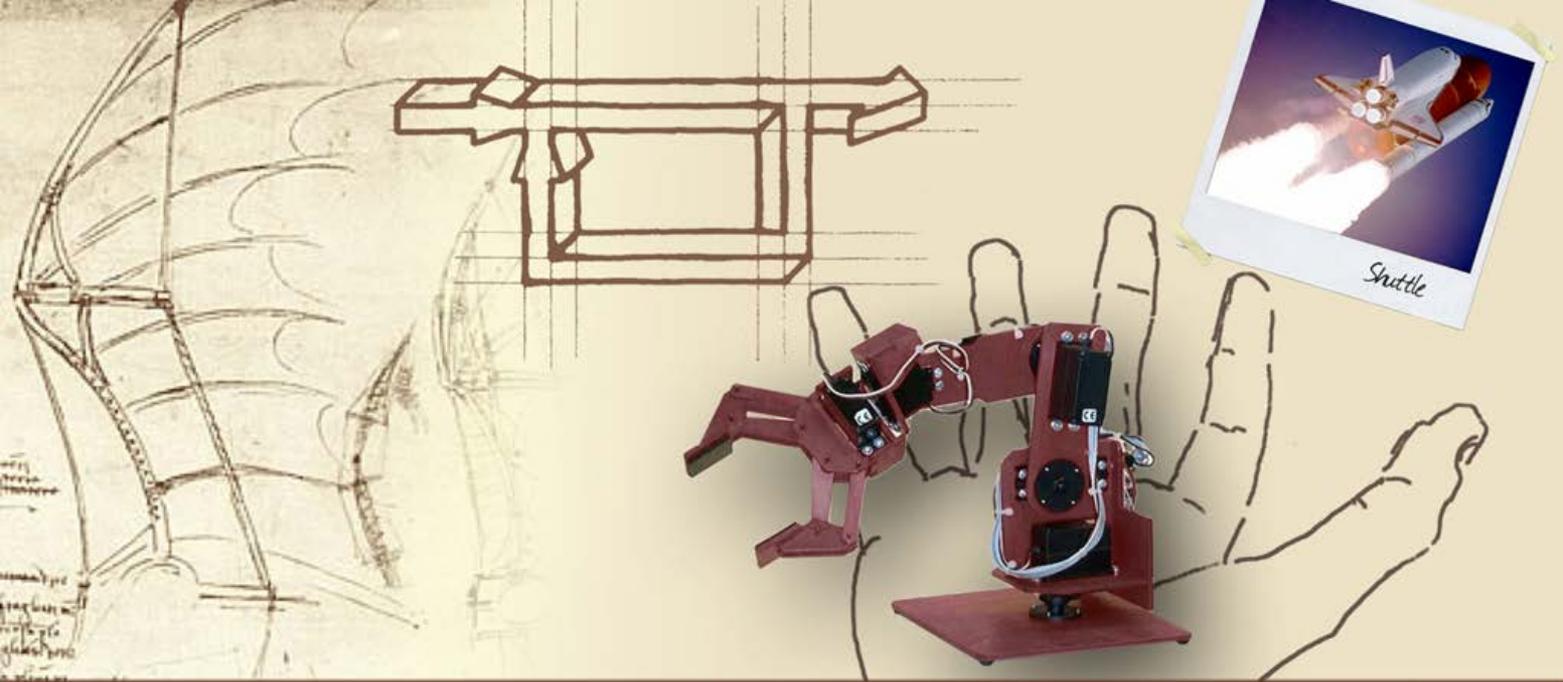


$$E_1 = 0.04$$

$$E_2 = 0.445$$

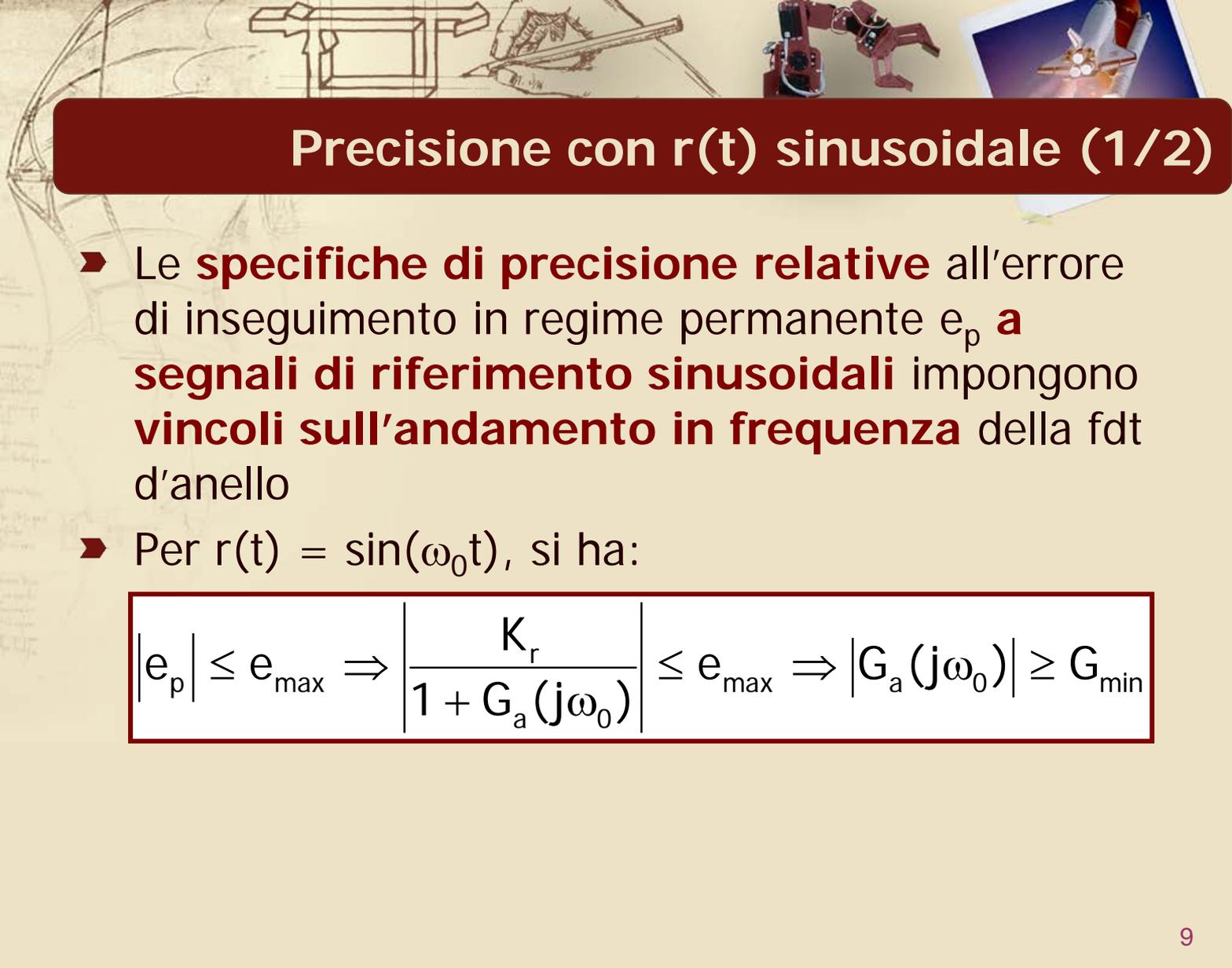
Errore di inseguimento a $y_{des}(t) = \sin(0.5t)$





Precisione in regime permanente

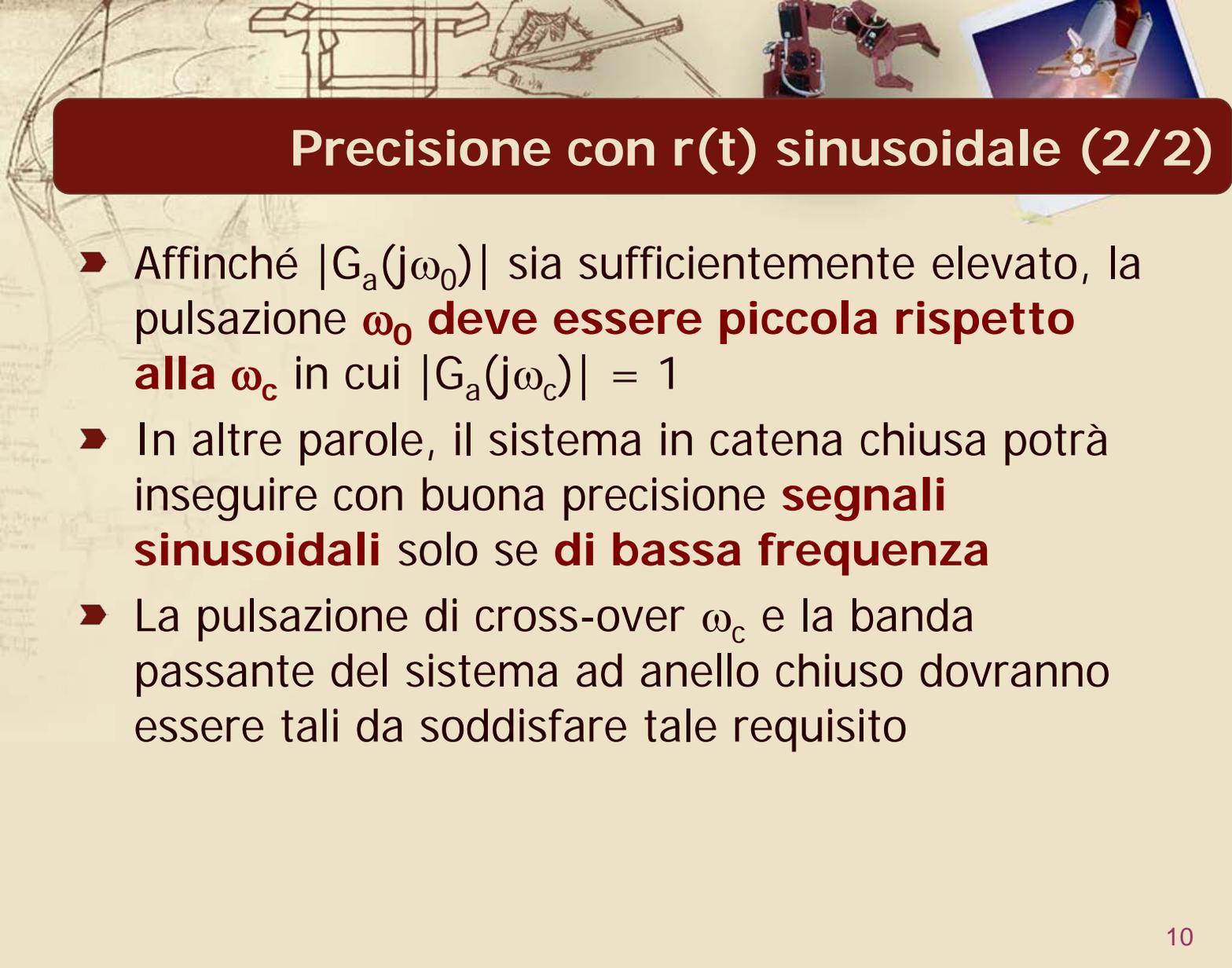
Implicazioni sul progetto del controllore



Precisione con $r(t)$ sinusoidale (1/2)

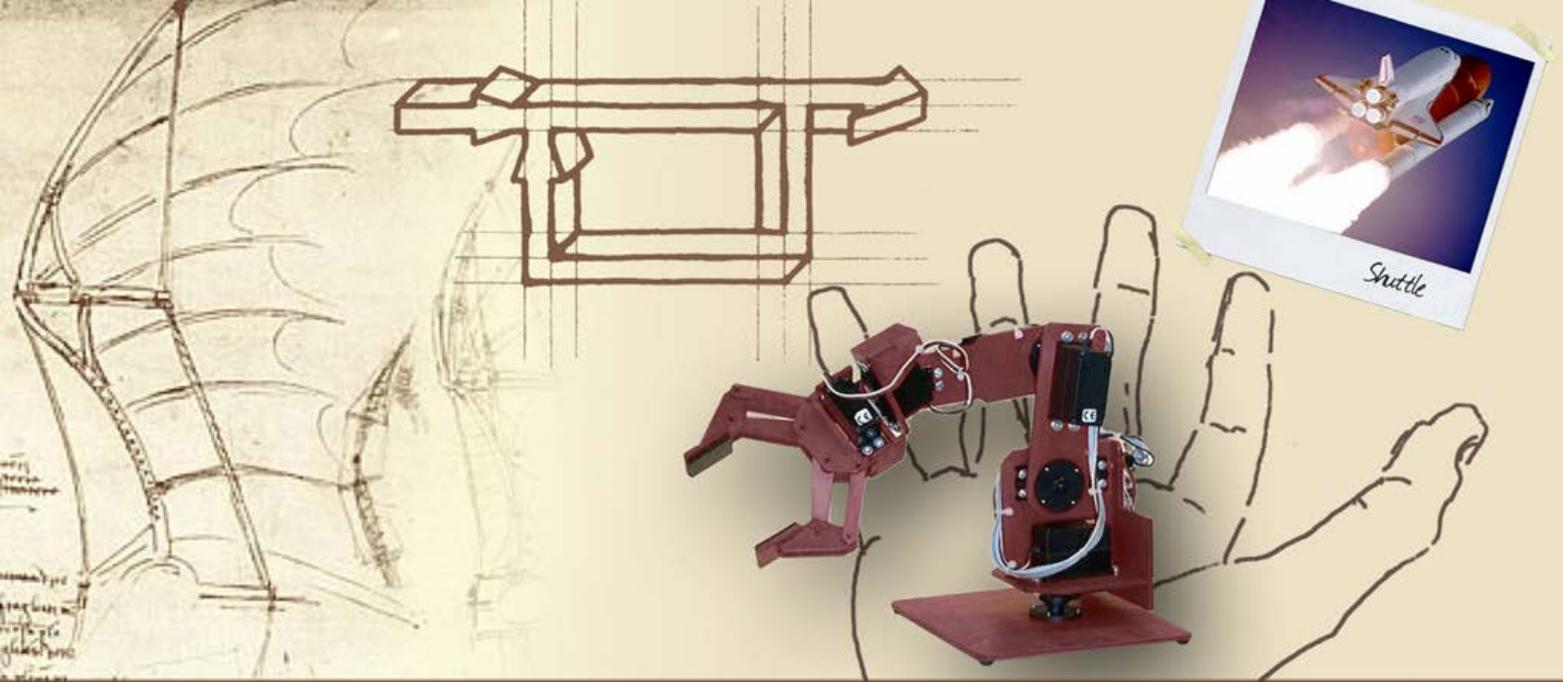
- Le **specifiche di precisione relative** all'errore di inseguimento in regime permanente e_p **a segnali di riferimento sinusoidali** impongono **vincoli sull'andamento in frequenza** della fdt d'anello
- Per $r(t) = \sin(\omega_0 t)$, si ha:

$$|e_p| \leq e_{\max} \Rightarrow \left| \frac{K_r}{1 + G_a(j\omega_0)} \right| \leq e_{\max} \Rightarrow |G_a(j\omega_0)| \geq G_{\min}$$



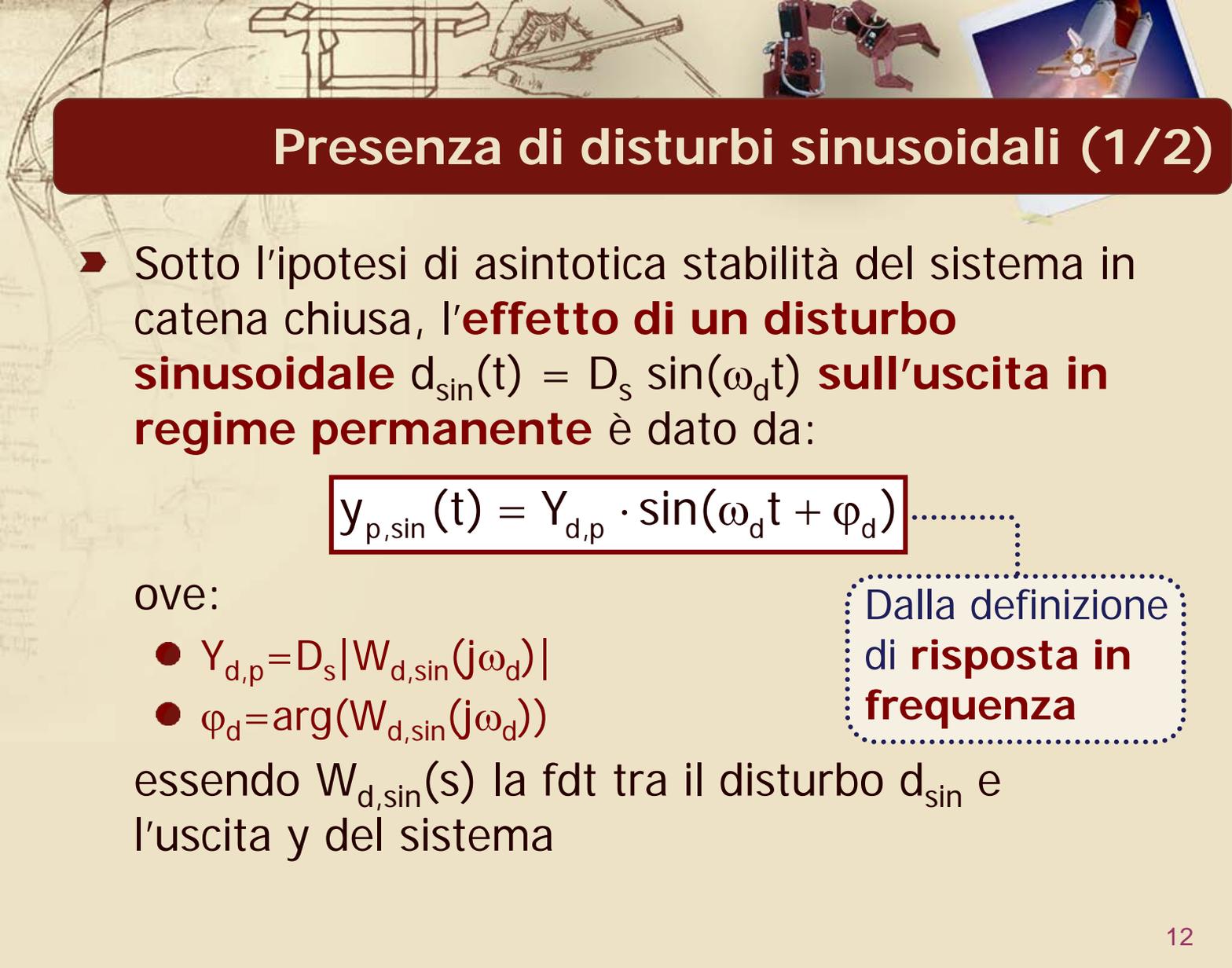
Precisione con $r(t)$ sinusoidale (2/2)

- ▶ Affinché $|G_a(j\omega_0)|$ sia sufficientemente elevato, la pulsazione ω_0 **deve essere piccola rispetto alla ω_c** in cui $|G_a(j\omega_c)| = 1$
- ▶ In altre parole, il sistema in catena chiusa potrà inseguire con buona precisione **segnali sinusoidali** solo se **di bassa frequenza**
- ▶ La pulsazione di cross-over ω_c e la banda passante del sistema ad anello chiuso dovranno essere tali da soddisfare tale requisito



Reiezione di disturbi in regime permanente

**Effetti sull'uscita in regime permanente
di disturbi sinusoidali**



Presenza di disturbi sinusoidali (1/2)

- Sotto l'ipotesi di asintotica stabilità del sistema in catena chiusa, l'**effetto di un disturbo sinusoidale** $d_{\sin}(t) = D_s \sin(\omega_d t)$ **sull'uscita in regime permanente** è dato da:

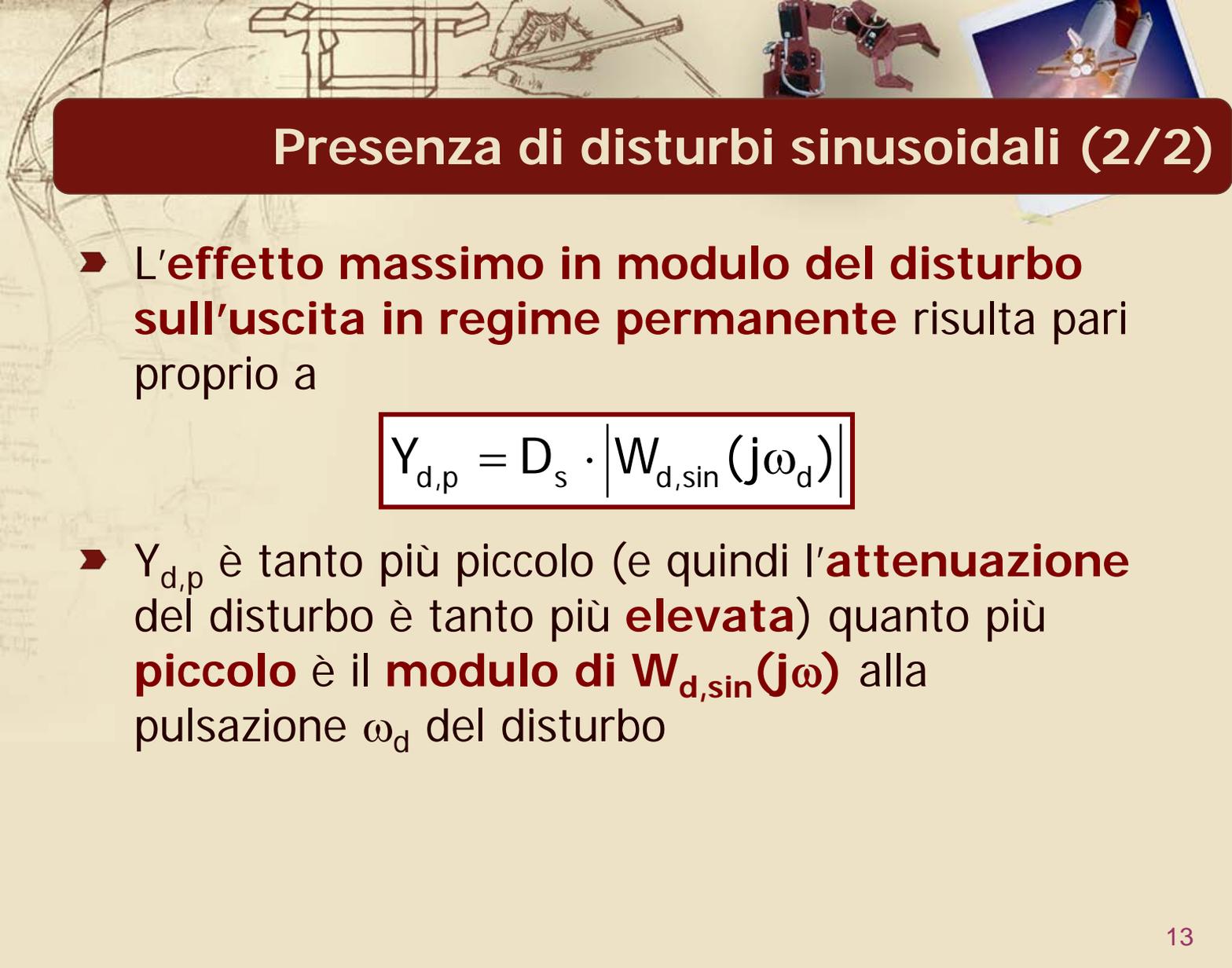
$$y_{p,\sin}(t) = Y_{d,p} \cdot \sin(\omega_d t + \varphi_d)$$

ove:

- $Y_{d,p} = D_s |W_{d,\sin}(j\omega_d)|$
- $\varphi_d = \arg(W_{d,\sin}(j\omega_d))$

essendo $W_{d,\sin}(s)$ la fdt tra il disturbo d_{\sin} e l'uscita y del sistema

Dalla definizione
di **risposta in
frequenza**



Presenza di disturbi sinusoidali (2/2)

- L'effetto massimo in modulo del disturbo sull'uscita in regime permanente risulta pari proprio a

$$Y_{d,p} = D_s \cdot |W_{d,\sin}(j\omega_d)|$$

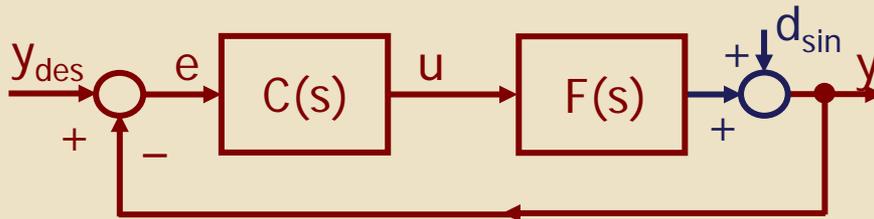
- $Y_{d,p}$ è tanto più piccolo (e quindi l'**attenuazione** del disturbo è tanto più **elevata**) quanto più **piccolo** è il **modulo di $W_{d,\sin}(j\omega)$** alla pulsazione ω_d del disturbo

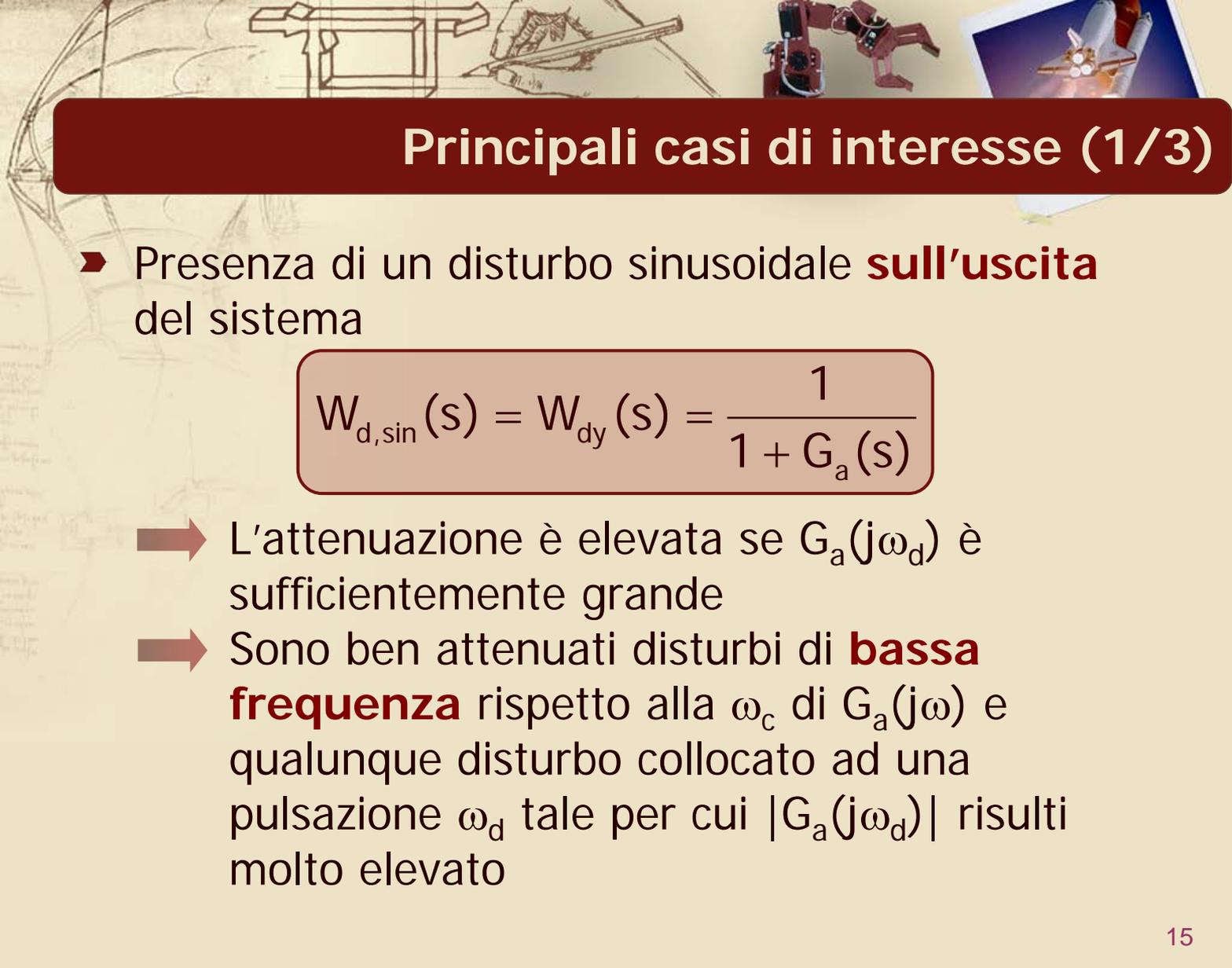
Principali casi di interesse (1/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sull'uscita** del sistema

$$W_{d,\sin}(s) = W_{dy}(s) = \frac{1}{1 + G_a(s)}$$

- ➔ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente grande





Principali casi di interesse (1/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sull'uscita** del sistema

$$W_{d,\sin}(s) = W_{dy}(s) = \frac{1}{1 + G_a(s)}$$

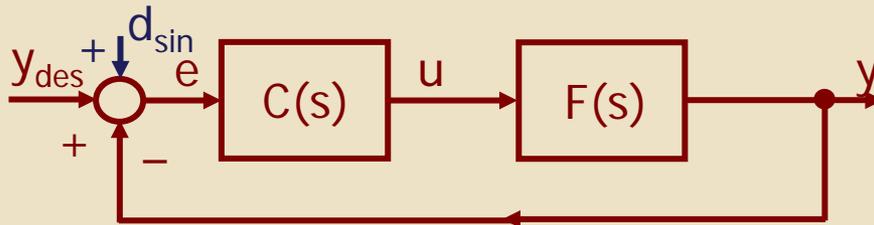
- ➔ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente grande
- ➔ Sono ben attenuati disturbi di **bassa frequenza** rispetto alla ω_c di $G_a(j\omega)$ e qualunque disturbo collocato ad una pulsazione ω_d tale per cui $|G_a(j\omega_d)|$ risulti molto elevato

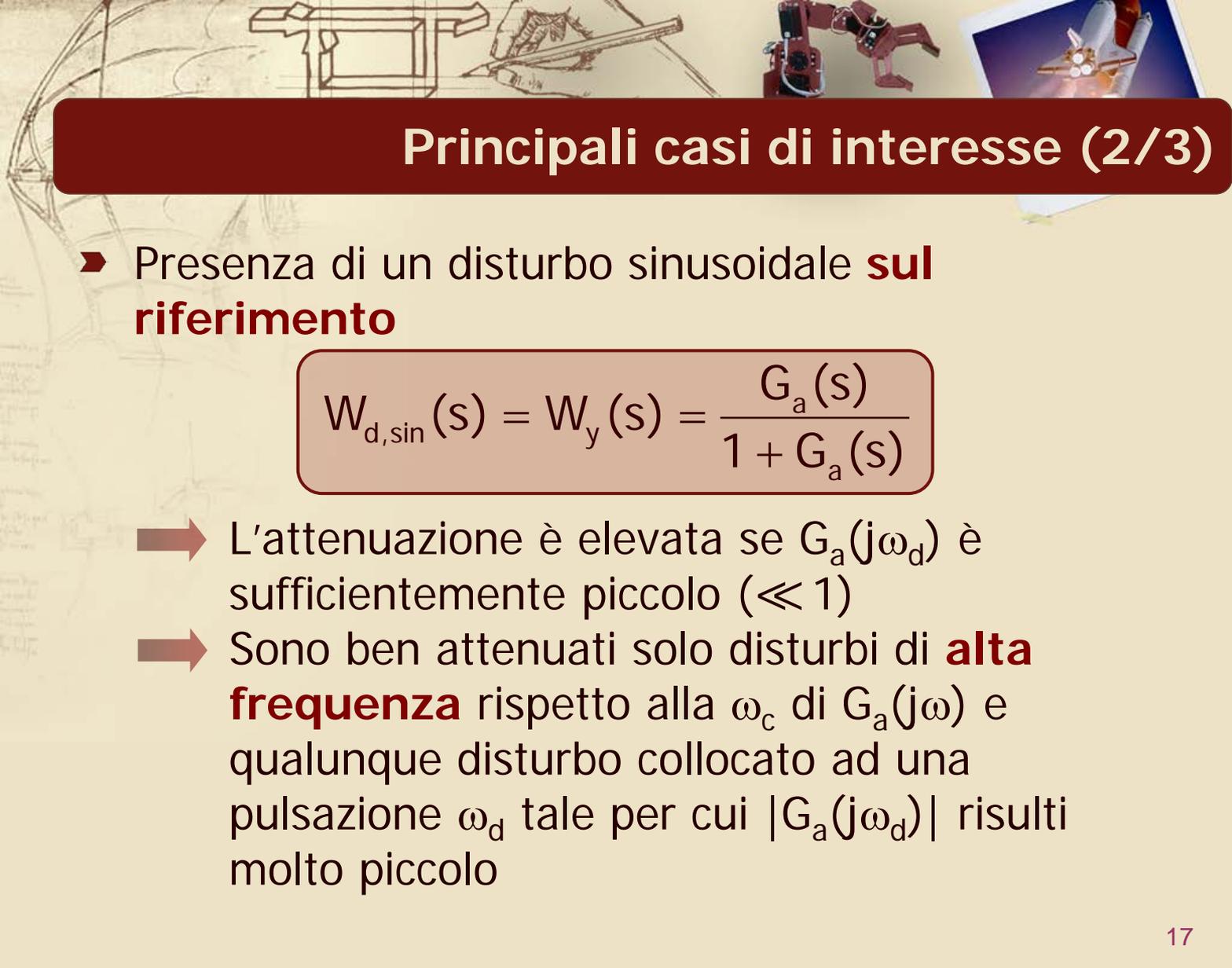
Principali casi di interesse (2/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sul riferimento**

$$W_{d,\sin}(s) = W_y(s) = \frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

- ➔ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)





Principali casi di interesse (2/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sul riferimento**

$$W_{d,\sin}(s) = W_y(s) = \frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

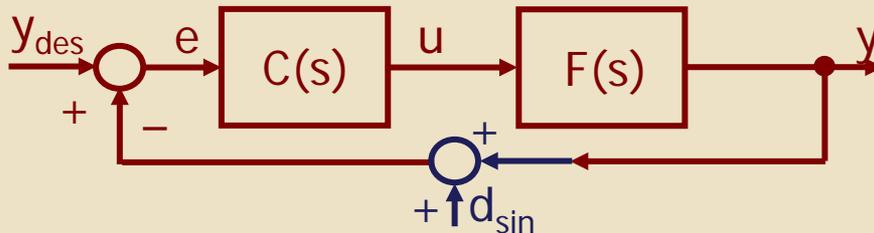
- ➔ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)
- ➔ Sono ben attenuati solo disturbi di **alta frequenza** rispetto alla ω_c di $G_a(j\omega)$ e qualunque disturbo collocato ad una pulsazione ω_d tale per cui $|G_a(j\omega_d)|$ risulti molto piccolo

Principali casi di interesse (3/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sulla retroazione**

$$W_{d,\sin}(s) = -W_y(s) = -\frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

Confrontare con il caso precedente!

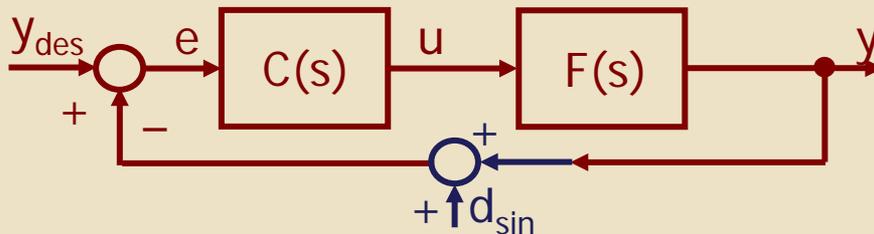


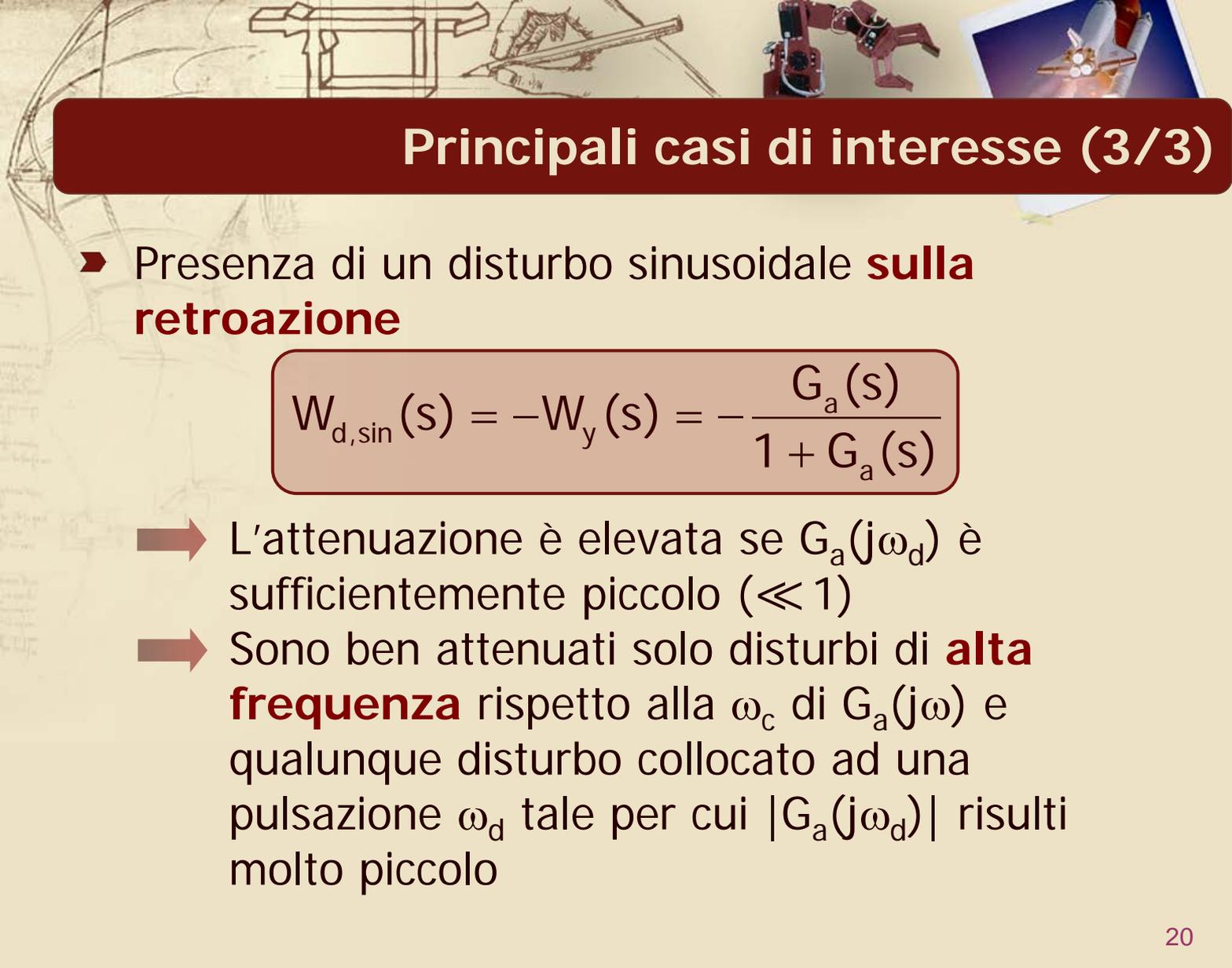
Principali casi di interesse (3/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sulla retroazione**

$$W_{d,\sin}(s) = -W_y(s) = -\frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

- ➔ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)





Principali casi di interesse (3/3)

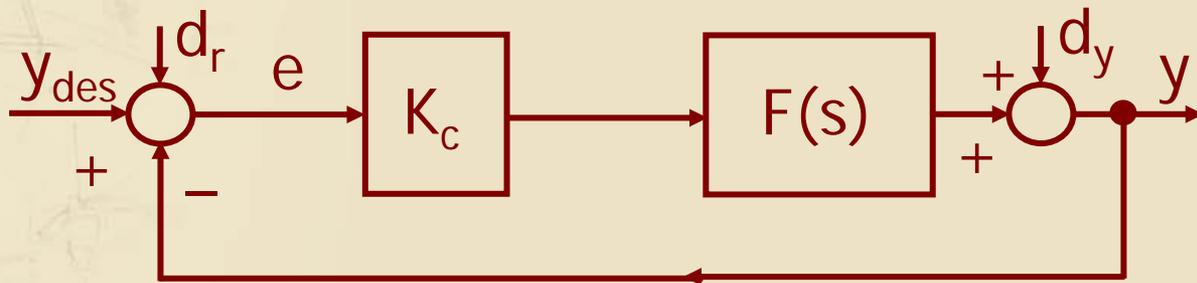
- Presenza di un disturbo sinusoidale **sulla retroazione**

$$W_{d,\sin}(s) = -W_y(s) = -\frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

- ➔ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)
- ➔ Sono ben attenuati solo disturbi di **alta frequenza** rispetto alla ω_c di $G_a(j\omega)$ e qualunque disturbo collocato ad una pulsazione ω_d tale per cui $|G_a(j\omega_d)|$ risulti molto piccolo

Esempio (1/6)

► Si consideri il seguente sistema:



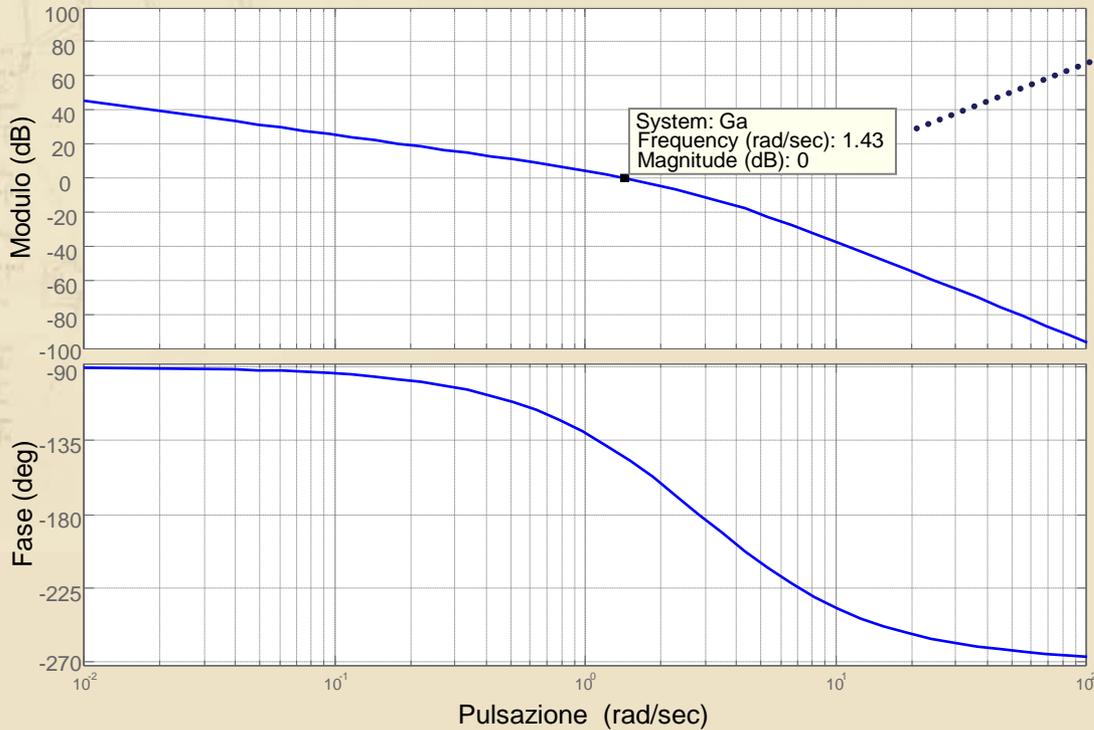
$$\text{con } F(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}, \quad K_c = 1.5$$

$$d_r(t) = D_r \sin(\omega_{dr} t) = 0.5 \sin(20t)$$

$$d_y(t) = D_y \sin(\omega_{dy} t) = 0.2 \sin(0.06t)$$

Esempio (2/6)

Diagrammi di bode di Ga

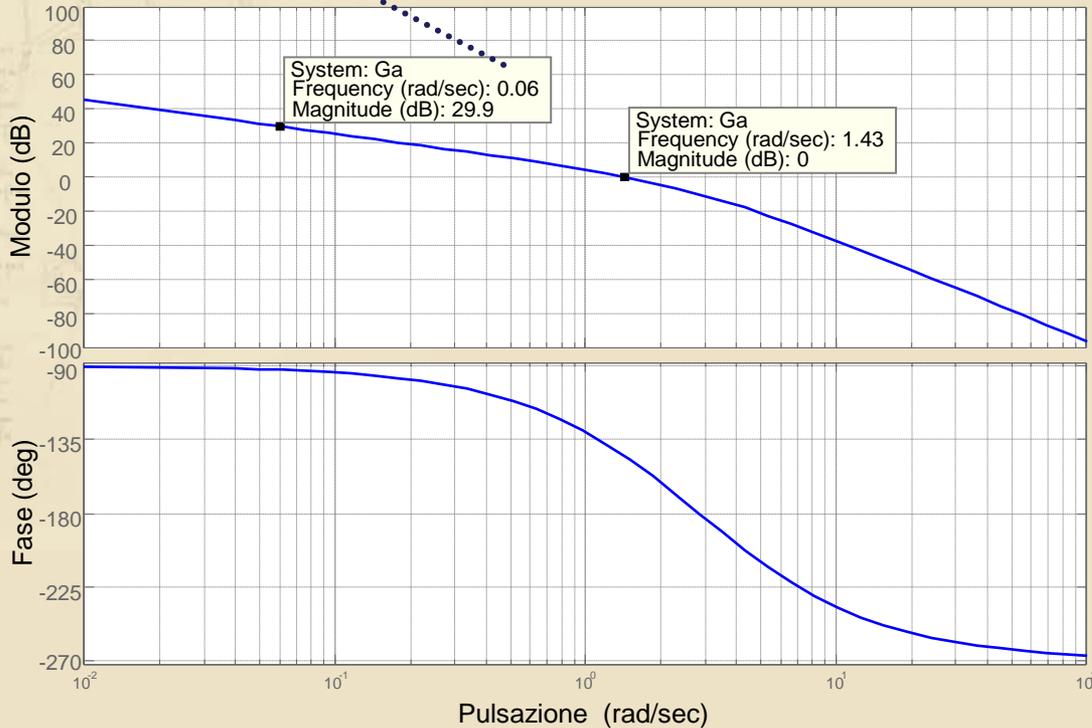


ω_c

Esempio (3/6)

ω_{dy}

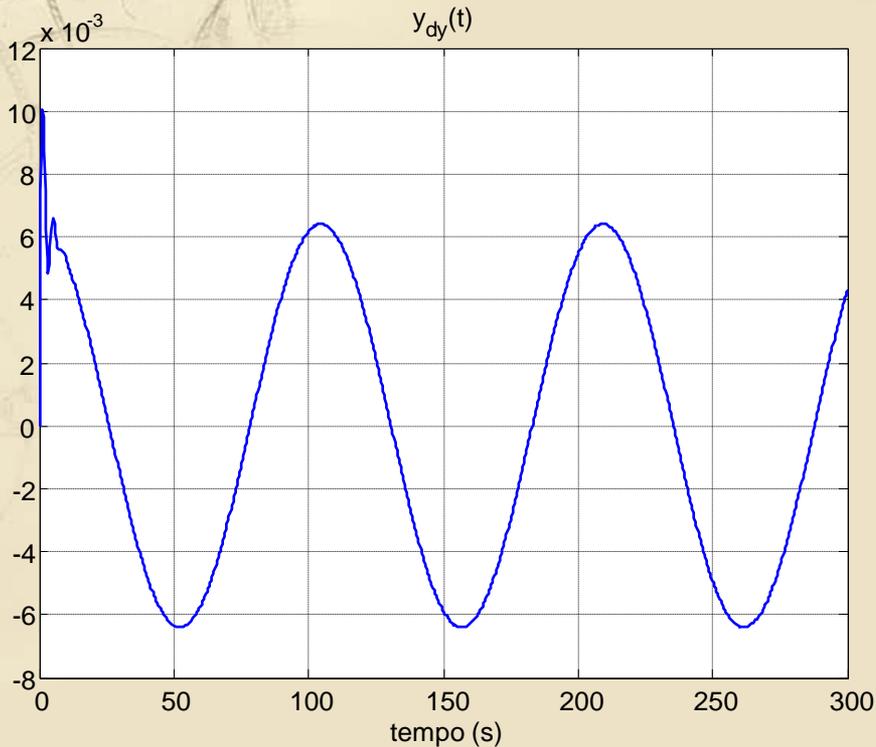
Diagrammi di bode di Ga



$$\omega_{dy} \ll \omega_c$$
$$|G_a(j\omega_{dy})| \gg 1$$

Si prevede di ottenere una buona attenuazione di d_y

Esempio (4/6)



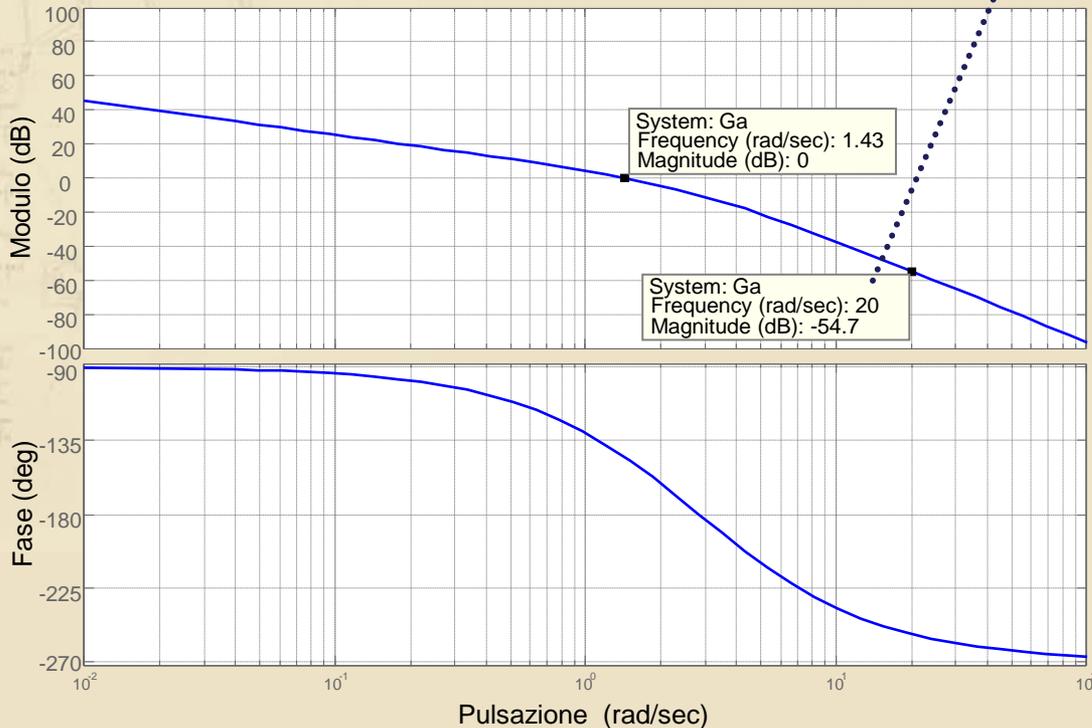
$$W_{dy}(s) = \frac{1}{1 + G_a(s)}$$

$$|W_{dy}(j\omega_{dy})| = 32 \cdot 10^{-3}$$

$$Y_{dy,p} = D_y \cdot |W_{dy}(j\omega_y)| = 6.4 \cdot 10^{-3}$$

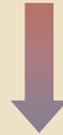
Esempio (5/6)

Diagrammi di bode di Ga



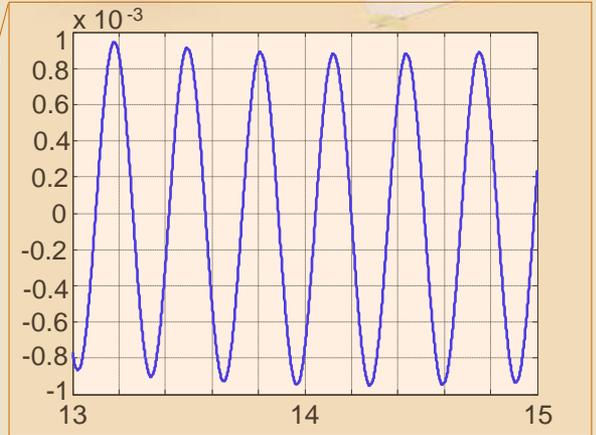
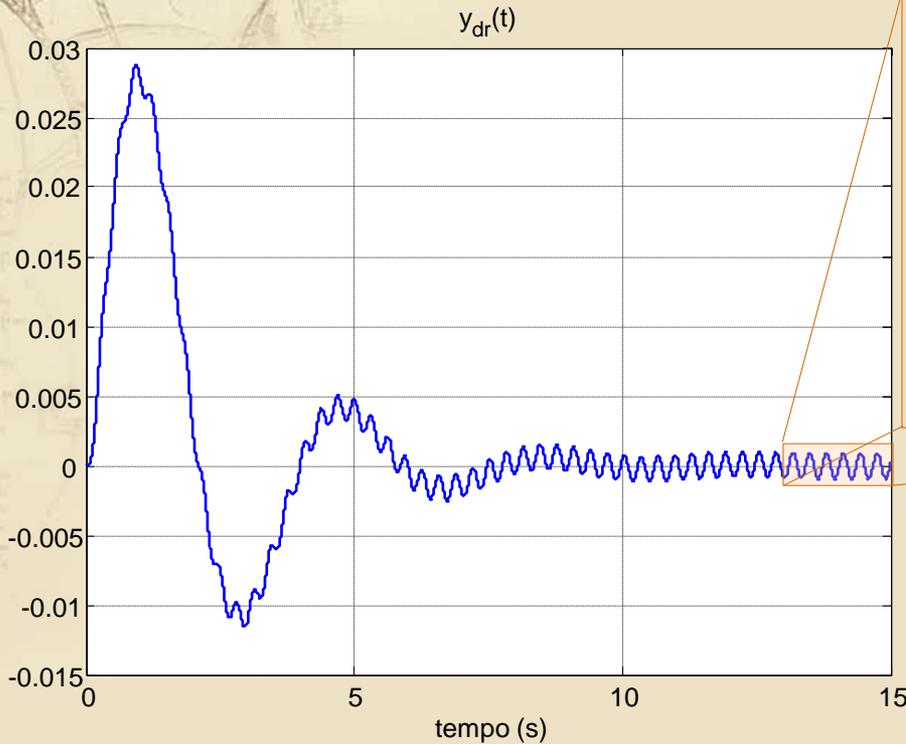
ω_{dr}

$$\omega_{dr} \gg \omega_c$$
$$|G_a(j\omega_{dr})| \ll 1$$



Si prevede di ottenere una buona attenuazione di d_r

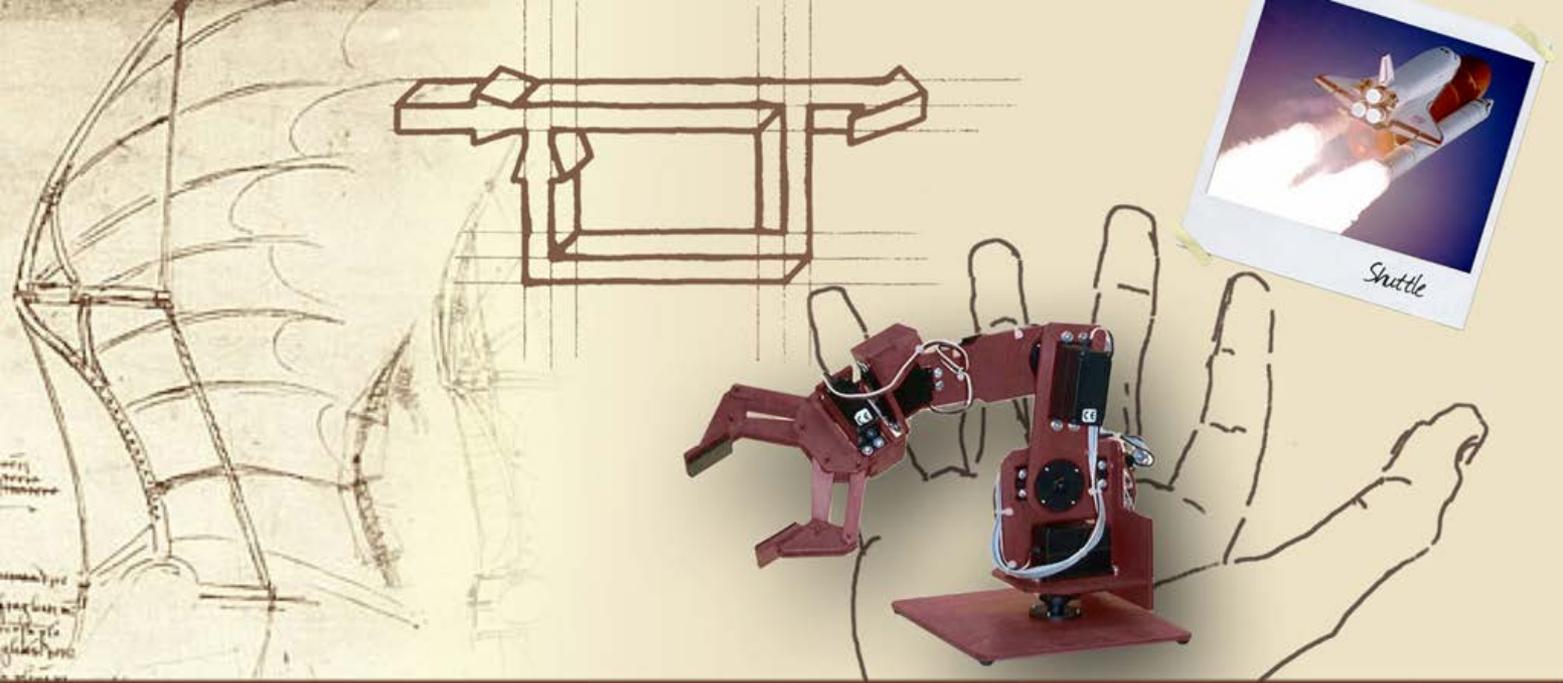
Esempio (6/6)



$$W_{dr}(s) = \frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

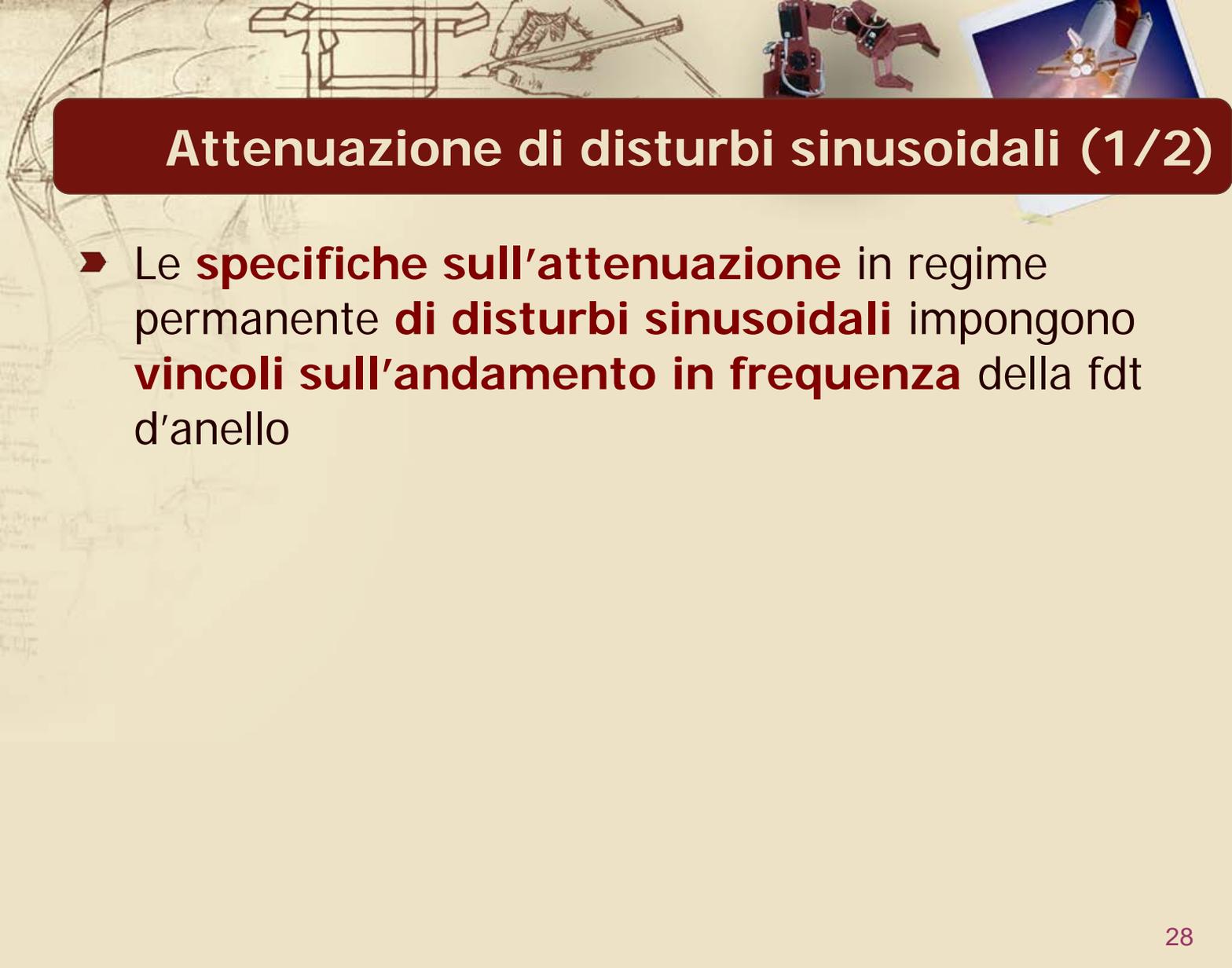
$$|W_{dr}(j\omega_{dr})| = 1.8 \cdot 10^{-3}$$

$$Y_{dr,p} = D_r \cdot |W_{dr}(j\omega_r)| = 9 \cdot 10^{-4}$$



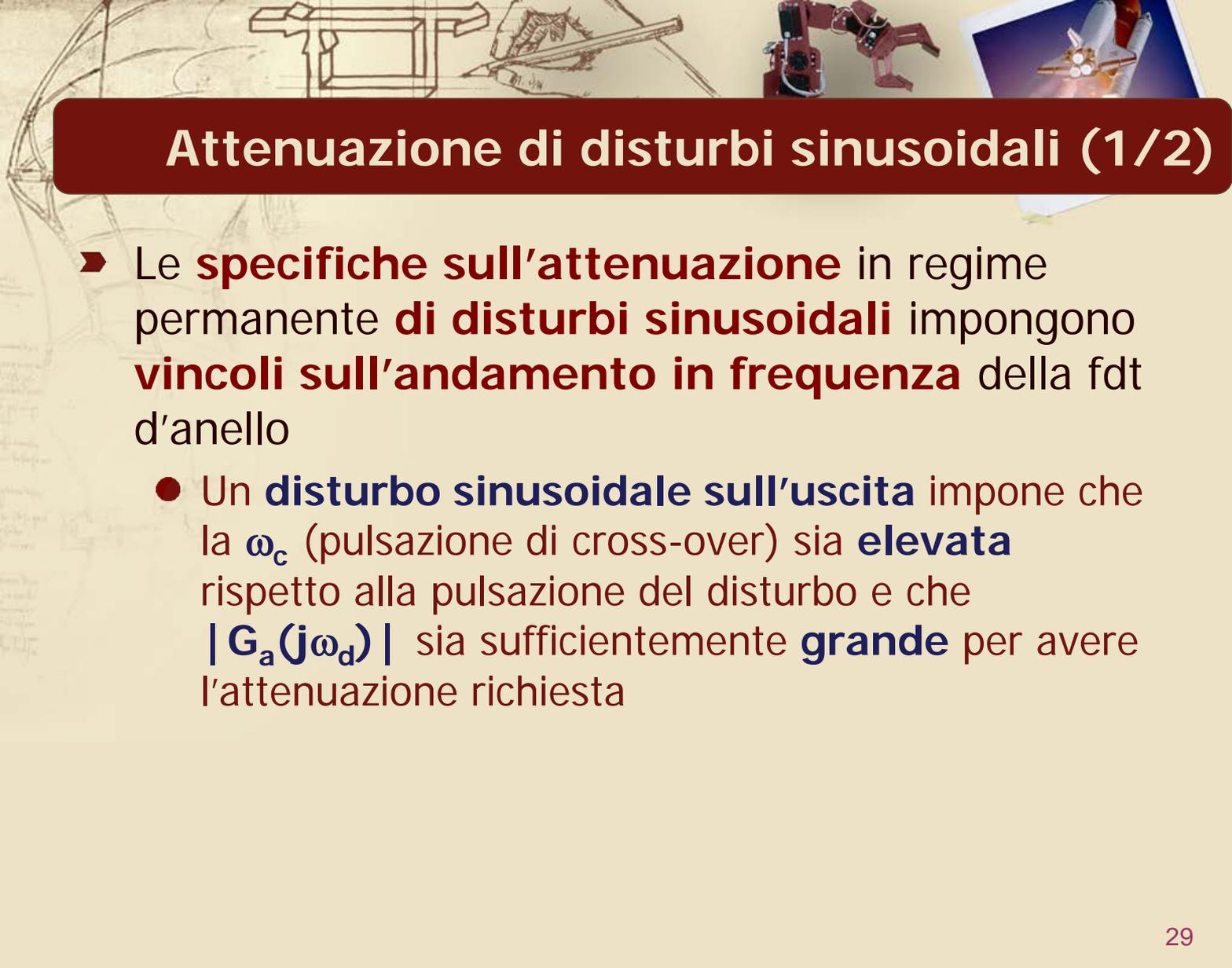
Reiezione di disturbi in regime permanente

Implicazioni sul progetto del controllore



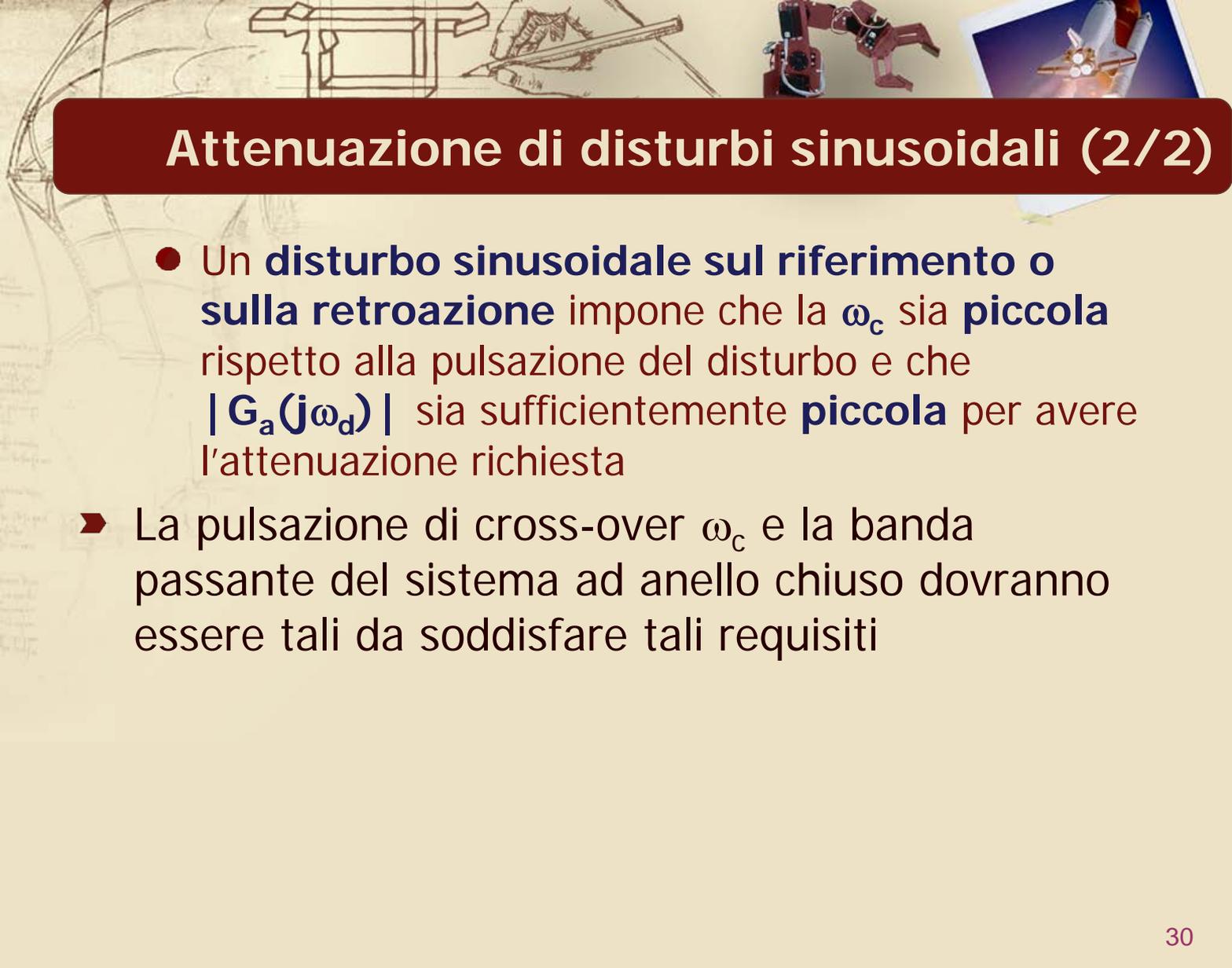
Attenuazione di disturbi sinusoidali (1/2)

- Le **specifiche sull'attenuazione** in regime permanente **di disturbi sinusoidali** impongono **vincoli sull'andamento in frequenza** della fdt d'anello



Attenuazione di disturbi sinusoidali (1/2)

- Le **specifiche sull'attenuazione** in regime permanente **di disturbi sinusoidali** impongono **vincoli sull'andamento in frequenza** della fdt d'anello
 - Un **disturbo sinusoidale sull'uscita** impone che la ω_c (pulsazione di cross-over) sia **elevata** rispetto alla pulsazione del disturbo e che $|G_a(j\omega_d)|$ sia sufficientemente **grande** per avere l'attenuazione richiesta



Attenuazione di disturbi sinusoidali (2/2)

- Un **disturbo sinusoidale sul riferimento o sulla retroazione** impone che la ω_c sia **piccola** rispetto alla pulsazione del disturbo e che $|G_a(j\omega_d)|$ sia sufficientemente **piccola** per avere l'attenuazione richiesta
- La pulsazione di cross-over ω_c e la banda passante del sistema ad anello chiuso dovranno essere tali da soddisfare tali requisiti