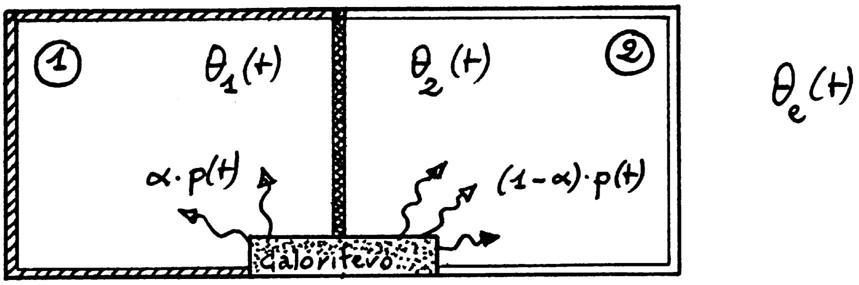
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito dell'8/VII/2005

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1 - Si consideri il sistema illustrato in sezione nella figura seguente, costituito da due ambienti, aventi temperature uniformi $\theta_1(t)$ e $\theta_2(t)$, nei quali la portata totale di calore $p(t)$ emessa da un calorifero si ripartisce rispettivamente come $\alpha \cdot p(t)$ e $(1-\alpha) \cdot p(t)$, con $0 \leq \alpha \leq 1$:



Si assumano come ingressi la portata totale di calore $p(t)$ del calorifero e la temperatura esterna $\theta_e(t)$, mentre la temperatura $\theta_2(t)$ costituisce l'uscita.

1. Costruire il modello matematico in variabili di stato del sistema, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita adottati, e precisando le proprietà del modello ottenuto secondo la classificazione introdotta a lezione.

Nelle domande successive, si assumano i seguenti valori numerici dei parametri: le capacità termiche dei due ambienti valgono $C_1 = 2$ e $C_2 = 1$; le conduttanze termiche valgono $K_{1e} = 2$, $K_{2e} = 1$ e $K_{12} = 0.5$; $\alpha = 0.2$.

2. Determinare le funzioni di trasferimento $M_1(s) = \Theta_2(s)/P(s)$ e $M_2(s) = \Theta_2(s)/\Theta_e(s)$, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo.
3. Calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio corrispondenti agli ingressi costanti $p(t) = \overline{p} = 20$ e $\theta_e(t) = \overline{\theta_e} = 0$ $\forall t \geq 0$.
4. Che cosa si può dire sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto precedente?

Esercizio 2 - Si consideri il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -0.8 & -1.1 \\ -0.5 & 0 & -0.8 & -1.1 \\ -1.0 & 0 & -1.2 & -1.4 \\ 0.5 & 0 & -0.4 & -1.3 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \qquad y(k) = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} x(k)$$

1. Studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna.
2. Supponendo il sistema inizialmente a riposo, determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(k)$ ad un ingresso $u(k)$ a gradino di ampiezza 2, precisando le caratteristiche dei vari modi ottenuti.
3. È possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(k)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.
4. È possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dell'uscita $y(k)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.
5. Con riferimento ai due punti precedenti, qualora si possa stabilizzare il sistema, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo.