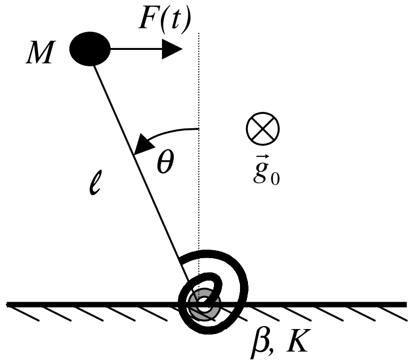
**CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria**
**Compito A del 9/VII/2004**

*Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni* MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito A, numero dell'esercizio.*

**Esercizio A.1** - Un corpo puntiforme di massa $M$ è collegato ad una cerniera mediante un'asta rigida di lunghezza $\ell$ e massa trascurabile, la cui posizione angolare è individuata dall'angolo $\theta(t)$. Il pendolo così costituito è libero di muoversi vincolato in un semipiano orizzontale ($-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$) perpendicolare alla direzione su cui agisce il campo gravitazionale. Sulla massa $M$ agisce una forza $F(t)$ in direzione orizzontale e verso indicato nella figura sottostante. Sulla cerniera si originano una coppia di attrito viscoso, caratterizzata dal coefficiente $\beta$, ed una coppia elastica, caratterizzata dal coefficiente $K$. La forza $F(t)$ e la velocità angolare $\dot{\theta}(t)$ del pendolo costituiscono rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema.




Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $F(t) = \overline{F} = 0.6\,\mathrm{N}$, $\forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M = 0.1$ kg, $\ell = 0.5$ m, $\beta = 0.2$ Nms/rad, $K = 0.3$ Nm/rad (**suggerimento**: risolvere per via grafica l'equazione trascendente risultante e verificare che $-0.7391$ è l'unica soluzione, oppure usare l'istruzione MATLAB `solve`);
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. che cosa si può dire sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto 2?

**Esercizio A.2** - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

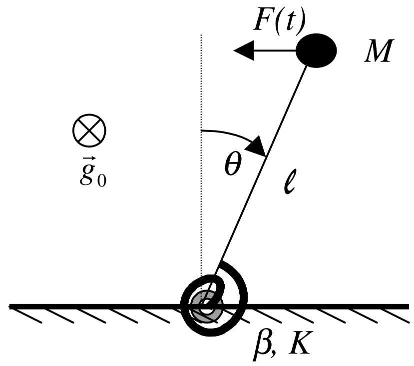
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -8 & 20 & -10 \\ -2 & 9 & -4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -7 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 10 & 5 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 4, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.

**CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria**
**Compito B del 9/VII/2004**

*Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni* MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito B, numero dell'esercizio.*

**Esercizio B.1** - Un corpo puntiforme di massa $M$ è collegato ad una cerniera mediante un'asta rigida di lunghezza $\ell$ e massa trascurabile, la cui posizione angolare è individuata dall'angolo $\theta(t)$. Il pendolo così costituito è libero di muoversi vincolato in un semipiano orizzontale $(-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2)$ perpendicolare alla direzione su cui agisce il campo gravitazionale. Sulla massa $M$ agisce una forza $F(t)$ in direzione orizzontale e verso indicato nella figura sottostante. Sulla cerniera si originano una coppia di attrito viscoso, caratterizzata dal coefficiente $\beta$, ed una coppia elastica, caratterizzata dal coefficiente $K$. La forza $F(t)$ e la velocità angolare $\dot{\theta}(t)$ del pendolo costituiscono rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema.




Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $F(t) = \overline{F} = 0.6\,\text{N}$, $\forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M = 0.4$ kg, $\ell = 0.5$ m, $\beta = 0.1$ Nms/rad, $K = 0.3$ Nm/rad (**suggerimento**: risolvere per via grafica l'equazione trascendente risultante e verificare che $-0.7391$ è l'unica soluzione, oppure usare l'istruzione MATLAB `solve`);
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. che cosa si può dire sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto 2?

**Esercizio B.2** - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 12 & -6 \\ -2 & 9 & -4 \\ -1 & 8 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 3 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 6, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.