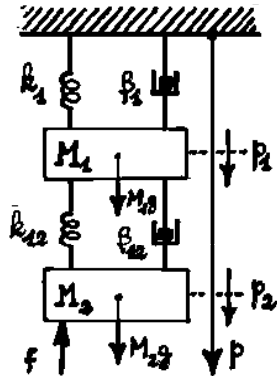


CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito A del 28/VI/2004

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito A, numero dell'esercizio.

Esercizio A.1 - Si consideri il sistema dinamico meccanico riportato in figura, costituito da due masse puntiformi M_1 ed M_2 che si muovono in senso verticale e le cui posizioni sono rispettivamente p_1 e p_2 . Le masse M_1 ed M_2 sono soggette alla rispettive forze peso M_1g ed M_2g ; alla massa M_2 è inoltre applicata una forza verticale esterna f .



Facendo riferimento a tale sistema, in cui p_1 e p_2 sono le variabili di interesse:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $f(t) = \bar{f} = 6 \text{ N}, \forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M_1 = 5 \text{ kg}$, $M_2 = 2 \text{ kg}$, $k_1 = 30 \text{ N/m}$, $k_{12} = 10 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 10 \text{ Ns/m}$, $\beta_{12} = 20 \text{ Ns/m}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$;
3. che cosa si può dire sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto precedente?
4. determinare le funzioni di trasferimento fra l'ingresso F e le uscite P_1 e P_2 .

Esercizio A.2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

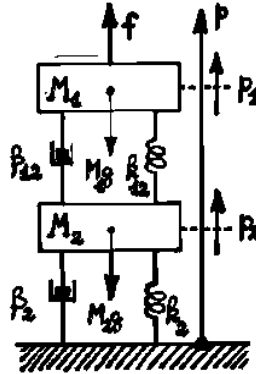
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 12 & -6 \\ -2 & 9 & -4 \\ -1 & 8 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 3 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 4, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. determinare l'espressione analitica dell'uscita del sistema controllato come al punto 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso a gradino di ampiezza 4;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 3 ad un ingresso a gradino di ampiezza 4, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.

CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito B del 28/VI/2004

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito B, numero dell'esercizio.

Esercizio B.1 - Si consideri il sistema dinamico meccanico riportato in figura, costituito da due masse puntiformi M_1 ed M_2 che si muovono in senso verticale e le cui posizioni sono rispettivamente p_1 e p_2 . Le masse M_1 ed M_2 sono soggette alla rispettive forze peso M_1g ed M_2g ; alla massa M_1 è inoltre applicata una forza verticale esterna f .



Facendo riferimento a tale sistema, in cui p_1 e p_2 sono le variabili di interesse:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $f(t) = \bar{f} = 4 \text{ N}$, $\forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M_1 = 5 \text{ kg}$, $M_2 = 2 \text{ kg}$, $k_2 = 30 \text{ N/m}$, $k_{12} = 10 \text{ N/m}$, $\beta_2 = 10 \text{ Ns/m}$, $\beta_{12} = 20 \text{ Ns/m}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$;
3. che cosa si può dire sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto precedente?
4. determinare le funzioni di trasferimento fra l'ingresso F e le uscite P_1 e P_2 .

Esercizio B.2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -8 & 20 & -10 \\ -2 & 9 & -4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 3 & -10 & 5 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 6, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. determinare l'espressione analitica dell'uscita del sistema controllato come al punto 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso a gradino di ampiezza 6;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 3 ad un ingresso a gradino di ampiezza 6, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.