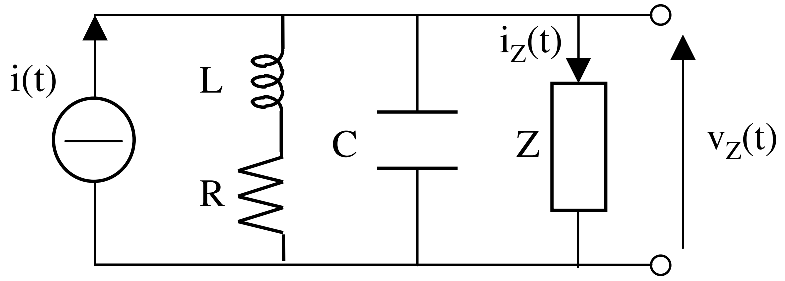
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 16-IX-2003

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico illustrato in figura. In tale sistema, le correnti $i(t)$ e $i_Z(t)$ costituiscono rispettivamente l'ingresso e l'uscita. La caratteristica del dispositivo non lineare Z è definita dalla relazione $i_Z(t) = I_{Z0} \cdot e^{\gamma \cdot v_Z(t)}$.



1. Determinare il modello matematico in variabili di stato del sistema, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati e precisando le proprietà del modello ottenuto secondo la classificazione introdotta a lezione.
2. Operare la linearizzazione del modello nell'intorno di un generico punto di equilibrio $\bar{x}, \bar{u}$, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato.
3. Supponendo che i valori numerici dei componenti siano:
$$R = 10\ \Omega, \quad L = 1 \cdot 10^{-3}\ H, \quad C = 1 \cdot 10^{-4}\ F, \quad \gamma = -0.1\ V^{-1}, \quad I_{Z0} = 1\ A,$$
determinare l'ingresso di equilibrio $i(t) = \bar{i}\ \forall t \geq 0$ in modo che, all'equilibrio, risulti $i_Z(t) = \bar{i}_Z = 25 \cdot 10^{-3}\ A$.
4. Facendo ricorso al metodo di linearizzazione, discutere la stabilità di tutti gli stati di equilibrio del sistema non lineare corrispondenti all'ingresso di equilibrio $\bar{i}$ determinato al punto precedente.

Esercizio 2 - Si consideri il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -0.8 & -1.1 \\ -0.5 & 0 & -0.8 & -1.1 \\ -1.0 & 0 & -1.2 & -1.4 \\ 0.5 & 0 & -0.4 & -1.3 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \qquad y(k) = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} x(k)$$

1. Studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna.
2. Determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(k)$, date le condizioni iniziali $x(k=0) = [\,1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1\,]^T$ e l'ingresso $u(k)$ a gradino di ampiezza 3, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti.
3. È possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dell'uscita $y(k)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.
4. È possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(k)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.
5. Con riferimento ai due punti precedenti, qualora si possa stabilizzare il sistema, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo.