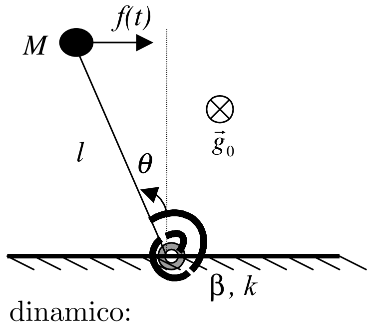
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito dell'8/VII/2003

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1 - Un corpo puntiforme di massa M è collegato ad una cerniera mediante un'asta rigida di lunghezza ℓ e massa trascurabile, la cui posizione angolare è individuata dall'angolo $\theta(t)$. Il pendolo così costituito è libero di muoversi vincolato in un semipiano orizzontale ($-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$) perpendicolare alla direzione su cui agisce il campo gravitazionale. Sulla massa M agisce una forza $f(t)$ in direzione orizzontale e verso indicato nella figura sottostante. Sulla cerniera si originano una coppia di attrito viscoso, caratterizzata dal coefficiente β, ed una coppia elastica, caratterizzata dal coefficiente k. La forza $f(t)$ e la velocità angolare $\dot{\theta}(t)$ del pendolo costituiscono rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema.



Facendo riferimento a tale sistema dinamico:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita;
2. determinare gli stati di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $f(t) = \overline{f} = 3N$, $\forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M = 0.2$ kg, $\ell = 0.5$ m, $\beta = 0.1$ Nms/rad, $k = 0$ Nm/rad;
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno degli stati di equilibrio trovati al punto 2.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 4 & -12 & 6 \\ 4 & -16 & 8 \\ 5 & -22 & 11 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 4 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna (suggerimento: dove necessario, usare il comando `minreal(num,den,tol)` adottando come tolleranza `tol=1e-10`);
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 2, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema ad un ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 2, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
4. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
5. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 4, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 4 ad un ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 2, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.