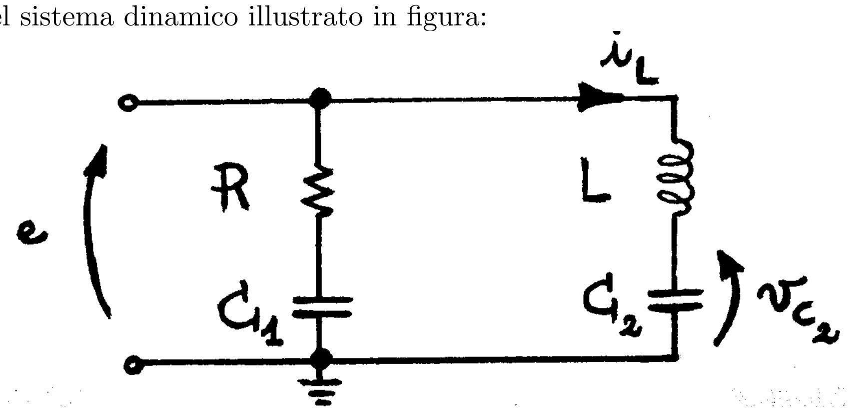
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito A del 26/VI/2003

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito A, numero dell'esercizio.*

Esercizio A.1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la tensione $e(t)$ è l'ingresso e la tensione $v_{C_2}(t)$ è l'uscita. La resistenza R dipende dalla corrente $i_L(t)$ secondo la legge $R = \dfrac{1}{i_L^2(t) + \beta}$, dove β è una costante reale nota. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare lo stato di equilibrio corrispondente all'ingresso costante $e(t) = \overline{e}$, $\forall t \geq 0$;
3. operare la linearizzazione nell'intorno dello stato di equilibrio trovato, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno dello stato di equilibrio trovato al variare del parametro reale β, facendo ricorso al metodo di linearizzazione e considerando i seguenti valori numerici degli altri parametri: $C_1 = 0.001$ F, $C_2 = 0.005$ F, $L = 0.02$ H.

Esercizio A.2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

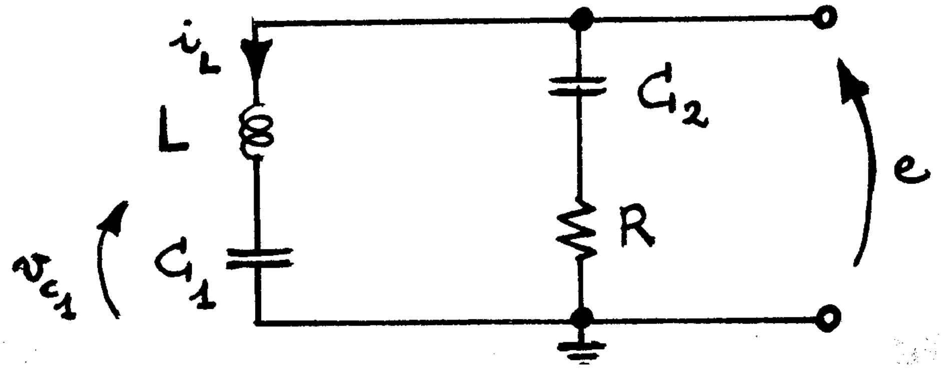
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 12 & -6 \\ -2 & 9 & -4 \\ -1 & 8 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} -2 & 6 & -3 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 2, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. determinare l'espressione analitica dell'uscita del sistema controllato come al punto 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso a gradino di ampiezza 2;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 3 ad un ingresso a gradino di ampiezza 2, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.

CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito B del 26/VI/2003

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito B, numero dell'esercizio.*

Esercizio B.1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la tensione $e(t)$ è l'ingresso e la tensione $v_{C_1}(t)$ è l'uscita. La resistenza R dipende dalla corrente $i_L(t)$ secondo la legge $R = \dfrac{1}{i_L^2(t) + \gamma}$, dove γ è una costante reale nota. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare lo stato di equilibrio corrispondente all'ingresso costante $e(t) = \overline{e}$, $\forall t \geq 0$;
3. operare la linearizzazione nell'intorno dello stato di equilibrio trovato, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno dello stato di equilibrio trovato al variare del parametro reale γ, facendo ricorso al metodo di linearizzazione e considerando i seguenti valori numerici degli altri parametri: $C_1 = 0.001$ F, $C_2 = 0.005$ F, $L = 0.02$ H.

Esercizio B.2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -8 & 20 & -10 \\ -2 & 9 & -4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} -3 & 10 & -5 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 2, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. determinare l'espressione analitica dell'uscita del sistema controllato come al punto 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso a gradino di ampiezza 2;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 3 ad un ingresso a gradino di ampiezza 2, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.