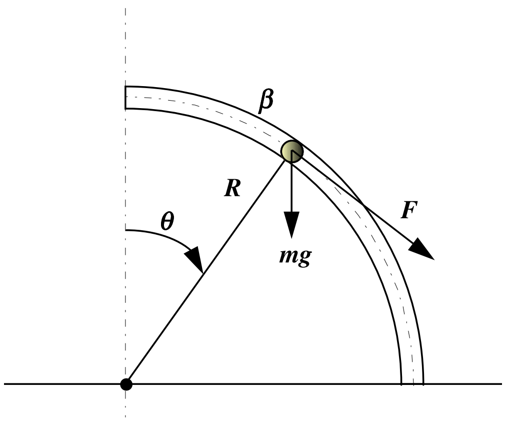
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 27-IX-2002

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la massa m si muove nel piano verticale scorrendo lungo una guida circolare di raggio R, caratterizzata da un coefficiente di attrito viscoso β che genera una forza di attrito pari a $\beta \cdot R \cdot \dot{\theta}(t)$. Si assumano come ingresso la forza $F(t)$ (sempre parallela al moto della massa m) e come uscita l'angolo $\theta(t) \in [0, \pi/2]$ rad. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare l'ingresso e lo stato di equilibrio corrispondenti all'uscita costante $\theta(t) = \bar{\theta}$, $\forall t \geq 0$;
3. operare la linearizzazione nell'intorno dello stato di equilibrio trovato, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno degli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{\theta} = \pi/6$ rad e $\bar{\theta} = \pi/2$ rad, facendo ricorso al metodo di linearizzazione e considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $m = 1$ kg; $R = 1$ m; $g = 10$ m/s^2; $\beta = 8$ Ns/m.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1.8 & -4.4 \\ -2 & 5 & -5.4 & -1.8 \\ -4 & 10 & -9.8 & -1.6 \\ 2 & -5 & 2.4 & -4.2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0.8 & -0.4 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna, trattando come 0 eventuali valori numerici inferiori in modulo a 10^{-10};
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso impulsivo $u(t) = 5 \cdot \delta(t)$, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
5. con riferimento ai due punti precedenti, qualora si possa stabilizzare il sistema, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo.