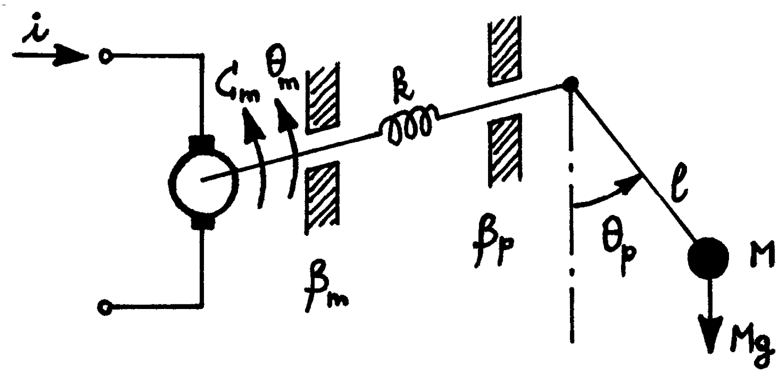
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 12/VII/2002

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



il motore elettrico è comandato dalla corrente i e la coppia motrice vale $C_m = K_C \cdot i$. L'albero del motore elettrico (avente momento d'inerzia trascurabile e coefficiente di attrito viscoso β_m) è collegato mediante una molla torsionale (con elasticità k) ad un pendolo, costituito da un corpo puntiforme di massa M collegato all'estremità della molla mediante un'asta rigida di lunghezza l e massa trascurabile. Il pendolo si muove in un piano verticale ed è soggetto sia alla forza peso $M \cdot g$ dovuta al campo gravitazionale, sia ad una coppia di attrito viscoso (con coefficiente β_p) dovuta agli attriti nella cerniera. Si assuma come ingresso la corrente i nel motore elettrico e come uscita la posizione angolare θ_p del pendolo. Si indichi inoltre con θ_m la posizione angolare del rotore del motore. Facendo riferimento a tale sistema:

1. scegliendo come vettore di stato il vettore $[\theta_m, \theta_p, \dot{\theta}_p]^T$, determinare il modello matematico in variabili di stato e precisarne le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione;
2. determinare tutti gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $i(t) = \overline{i} = 0.5$ A, $\forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M = 0.02$ kg; $l = 10$ m; $g = 10$ m/s^2; $\beta_m = \beta_p = 2$ Nms/rad; $k = 2$ Nm/rad; $K_C = 2$ Nm/A;
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici dei rispettivi sistemi linearizzati;
4. verificare se i sistemi linearizzati nell'intorno degli stati di equilibrio sono asintoticamente stabili; che cosa si può dire inoltre sulla stabilità degli stati di equilibrio del sistema non lineare?

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -0.8 & -1.1 \\ -0.5 & 0 & -0.8 & -1.1 \\ -1.0 & 0 & -1.2 & -1.4 \\ 0.5 & 0 & -0.4 & -1.3 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \qquad y(k) = \begin{bmatrix} -0.5 & -1.5 & 1 & 0.5 \end{bmatrix} x(k)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. ipotizzando condizioni iniziali nulle, determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(k)$ ad un ingresso $u(k)$ a gradino di ampiezza 4, precisando le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(k)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. qualora si possa stabilizzare il sistema come al punto precedente, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo;
5. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dell'uscita $y(k)$? in caso affermativo, precisarne la struttura a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.