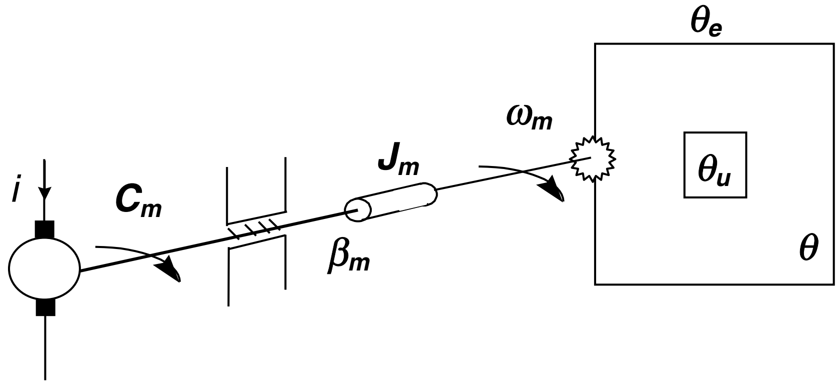
CONTROLLI AUTOMATICI I - Corso di Laurea in Ing. Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 5/VII/2002

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



il motore elettrico è comandato dalla corrente $i\,(t)$ e la coppia motrice vale $C_m\,(t) = K_m \cdot i\,(t)$, $K_m > 0$; il sistema meccanico è caratterizzato dal momento d'inerzia $J_m > 0$ e dall'attrito viscoso $\beta_m > 0$; nel sistema termico, le temperature θ_u e θ_e sono imposte dall'esterno, la capacità termica del corpo a temperatura θ vale $C_\theta > 0$, la conduttività termica tra i corpi a temperatura θ e θ_u vale $K_u > 0$ e quella tra i corpi a temperatura θ e θ_e dipende dalla velocità angolare ω_m del motore secondo la legge $K_e\,(t) = \alpha \cdot \omega_m\,(t)$, $\alpha > 0$. L'uscita del sistema è la temperatura $\theta\,(t)$. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati, e precisarne le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione (**suggerimento**: scrivere l'equazione del moto del sistema meccanico in funzione della sola velocità angolare ω_m anziché della posizione angolare ϑ_m, ricordando la relazione $\dot{\vartheta}_m = \omega_m$; in tal modo, non è necessario introdurre ϑ_m come variabile di stato);
2. date le temperature di equilibrio $\bar{\theta}$, $\bar{\theta}_u$ e $\bar{\theta}_e \neq \bar{\theta}$, calcolare la corrente di equilibrio $\bar{i}$;
3. operare la linearizzazione intorno al punto di equilibrio trovato, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno del punto di equilibrio trovato, facendo ricorso al metodo di linearizzazione e considerando i tre casi seguenti:
   4a. $\bar{\theta} = 2\bar{\theta}_e$ e $\bar{\theta}_u = 2\bar{\theta}_e$;
   4b. $\bar{\theta} = 2\bar{\theta}_e$ e $\bar{\theta}_u = \bar{\theta}_e$;
   4c. $\bar{\theta} = 2\bar{\theta}_e$ e $\bar{\theta}_u = \bar{\theta}_e/2$.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}\,(t) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0.6 & -2.8 \\ -1 & 4 & -4.8 & -2.6 \\ -2 & 8 & -8.6 & -3.2 \\ 1 & -4 & 1.8 & -3.4 \end{bmatrix} x\,(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix} u\,(t)\,, \qquad y\,(t) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2.6 & -1.8 \end{bmatrix} x\,(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t\!=\!0) = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & -1 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso impulsivo $u\,(t) = 5 \cdot \delta\,(t)$, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solo la misura dell'uscita $y\,(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura mediante schema a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. con riferimento al punto precedente, qualora si possa stabilizzare il sistema, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, evidenziandone zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo.