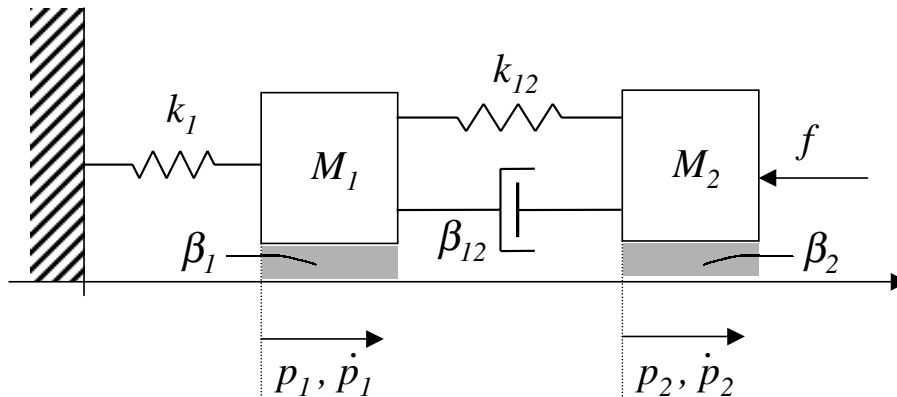


*Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

**Esercizio 1** - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la forza  $f(t)$  è l'ingresso e la posizione  $p_2(t)$  è l'uscita. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita adottati, e precisando le proprietà del modello ottenuto secondo la classificazione introdotta a lezione;
2. determinare la funzione di trasferimento  $G(s)$  fra ingresso ed uscita, considerando i seguenti valori numerici dei parametri:  $M_1 = 5 \text{ kg}$ ,  $M_2 = 10 \text{ kg}$ ,  $k_1 = k_{12} = 20 \text{ N/m}$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 10 \text{ Ns/m}$ ,  $\beta_{12} = 30 \text{ Ns/m}$ ;
3. calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante  $f(t) = \bar{f} = 5 \text{ N}$ ,  $\forall t \geq 0$ .

**Esercizio 2** - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 4 & -16 & 8 \\ 7 & -26 & 13 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} -3 & 10 & -5 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna (suggerimento: dove necessario, usare il comando `minreal(num,den,tol)` adottando come tolleranza `tol=1e-10`);
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita  $y(t)$ , date le condizioni iniziali  $x(t=0) = [1 \ 2 \ 3]^T$  e l'ingresso  $u(t)$  a gradino di ampiezza 4, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato  $x(t)$ ? in caso affermativo, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. qualora si possa controllare il sistema come al punto 3, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo, e tracciare l'andamento della risposta in frequenza, quotandolo opportunamente;
5. qualora si possa controllare il sistema come al punto 3, è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema così controllato ad un ingresso a gradino di ampiezza 4, date le condizioni iniziali  $x(t=0) = [1 \ 2 \ 3]^T$ ? in caso affermativo, determinare tale valore; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
6. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita  $y(t)$ ? in caso affermativo, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.