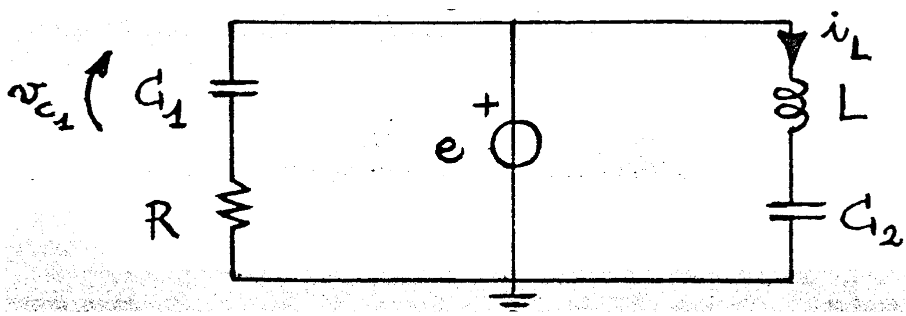
CONTROLLI AUTOMATICI I - D. U. in Ingegneria Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 28/IX/2001

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.*

Esercizio 1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la tensione $e(t)$ è l'ingresso e la tensione $v_{C_1}(t)$ è l'uscita. La resistenza R dipende dalla corrente $i_L(t)$ secondo la legge $R = \dfrac{1}{i_L^2(t) - \beta}$, dove β è una costante reale nota. Facendo riferimento a tale sistema:

1.a) determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione, e specificare quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita;

1.b) calcolare lo stato di equilibrio corrispondente all'ingresso costante $e(t) = \overline{e}$, $\forall t \geq 0$;

1.c) operare la linearizzazione intorno al punto di equilibrio trovato, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;

1.d) per $\beta = +1,\ 0,\ -1$, discutere la stabilità nell'intorno del relativo punto di equilibrio, facendo ricorso al solo metodo di linearizzazione e considerando i seguenti valori numerici degli altri parametri: $C_1 = 0.001$ F, $C_2 = 0.005$ F, $L = 0.02$ H.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -5 & 12 & -6 \\ 2 & -6 & 4 \\ 7 & -20 & 12 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 4 \end{bmatrix} x(t)$$

2.a) studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;

2.b) determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 2, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;

2.c) è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema ad un ingresso a gradino di ampiezza 2, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$? motivare adeguatamente la risposta e, in caso affermativo, effettuare tale calcolo;

2.d) è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura mediante diagramma a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;

2.e) determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto precedente, mettendone in evidenza zeri e poli, e tracciare l'andamento della risposta in frequenza;

2.f) è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura mediante diagramma a blocchi, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.