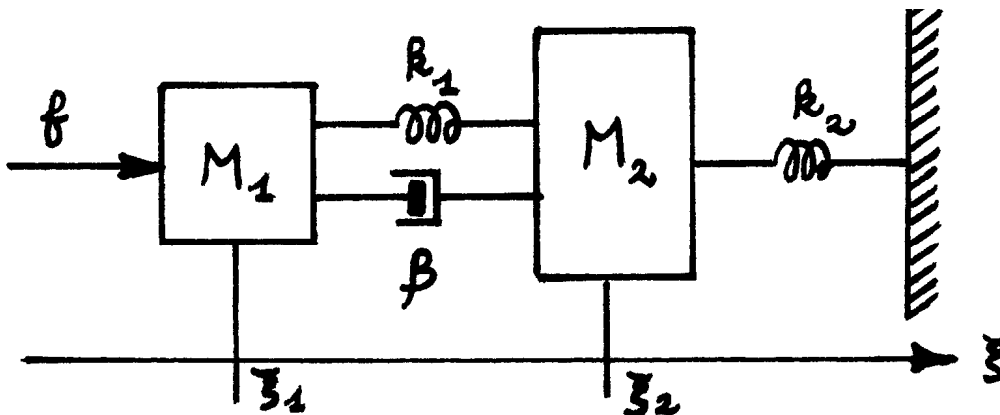


Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, numero dell'esercizio.

Esercizio 1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la forza $f(t)$ è l'ingresso e la posizione $\xi_2(t)$ è l'uscita. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita adottati, e precisando le proprietà del modello ottenuto secondo la classificazione introdotta a lezione;
2. calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $f(t) = \bar{f}, \forall t \geq 0$;
3. determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ fra ingresso ed uscita, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M_1 = 2$ kg, $M_2 = 10$ kg, $k_1 = k_2 = 10$ N/m, $\beta = 20$ Ns/m.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 4 & -16 & 8 \\ 7 & -26 & 13 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} -3 & 10 & -5 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna (suggerimento: dove necessario, usare il comando `minreal(num,den,tol)` adottando come tolleranza `tol=1e-10`);
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = [1 \ 1 \ 1]^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 3, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
4. qualora si possa controllare il sistema come al punto 3, determinare la funzione di trasferimento del sistema così controllato, mettendone in evidenza zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo, e tracciare l'andamento della risposta in frequenza, quotandolo opportunamente;
5. qualora si possa controllare il sistema come al punto 3, è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema così controllato ad un ingresso a gradino di ampiezza 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = [1 \ 1 \ 1]^T$? in caso affermativo, determinare tale valore; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta;
6. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? in caso affermativo, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato; in caso negativo, motivare adeguatamente la risposta.