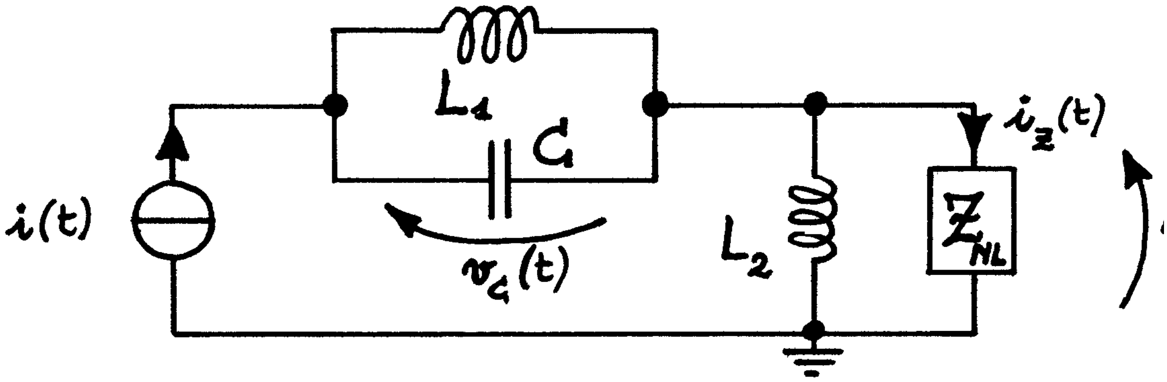
CONTROLLI AUTOMATICI I - D. U. in Ingegneria Elettrica - Sede di Alessandria
Accertamento del 6/VII/2001 - Compito A

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati. Svolgere gli esercizi su fogli protocollo separati, riportando su ciascun foglio: cognome, nome, compito A, numero dell'esercizio.*

Esercizio A.1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la corrente $i(t)$ è l'ingresso e la tensione $v_C(t)$ è l'uscita. Il dispositivo non lineare Z_{NL} dipende dalla tensione $v_C(t)$ ed è governato dalla legge $v_Z(t) = [R_0 + v_C^2(t)] \cdot i_Z(t)$, dove R_0 è una costante reale nota e diversa da 0. Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare gli stati di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $i(t) = \bar{i}$, $\forall t \geq 0$;
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno dei punti di equilibrio trovati, facendo ricorso al solo metodo di linearizzazione ed assumendo i seguenti valori numerici degli altri parametri: $L_1 = 0.1\,\mathrm{H}$, $L_2 = 0.5\,\mathrm{H}$, $C = 0.02\,\mathrm{F}$ e considerando separatamente i casi in cui $R_0 = 1\,\Omega$ oppure $R_0 = -1\,\Omega$.

Esercizio A.2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -11 & 22 & 5 \\ -8 & 16 & 4 \\ 6 & -12 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna (suggerimento: dove necessario, usare il comando `minreal(num,den,tol)` adottando come tolleranza `tol=1e-10`);
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso impulsivo $u(t) = 4\delta(t)$, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema ad un ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 4, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
4. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? se sì, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato;
5. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 4 (evidenziandone zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo) e tracciare l'andamento della risposta in frequenza;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 4 ad un ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 4, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? se sì, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato.