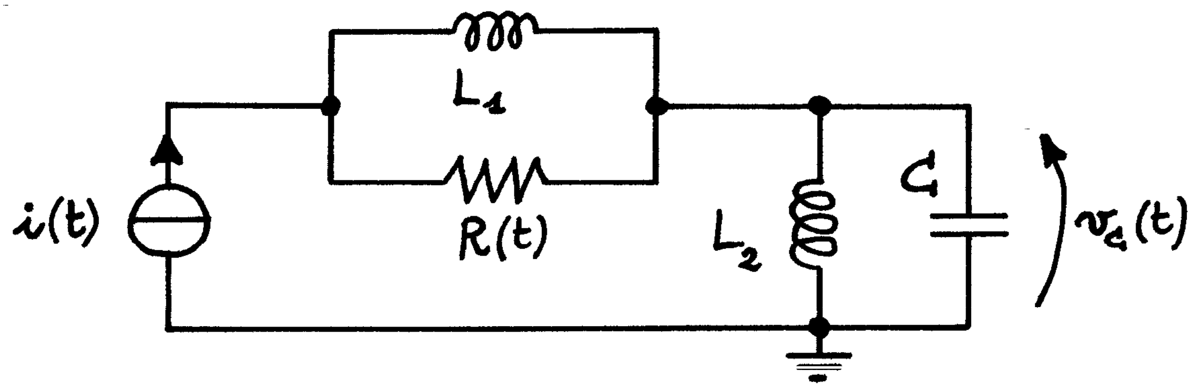
CONTROLLI AUTOMATICI I - D. U. in Ingegneria Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 16/II/2001

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati.*

Esercizio 1 - Nel sistema dinamico illustrato in figura:



la corrente $i(t)$ è l'ingresso e la tensione $v_C(t)$ è l'uscita. La resistenza $R(t)$ dipende dalla tensione $v_C(t)$ secondo la legge $R(t) = R_0 - v_C^2(t)$, dove R_0 è una costante reale nota.
Facendo riferimento a tale sistema:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, precisandone le proprietà secondo la classificazione introdotta a lezione e specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita utilizzati;
2. calcolare gli stati di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $i(t) = \bar{i}$, $\forall t \geq 0$;
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. al variare del parametro reale R_0, discutere la stabilità nell'intorno dei punti di equilibrio trovati, facendo ricorso al solo metodo di linearizzazione e considerando i seguenti valori numerici degli altri parametri: $L_1 = 0.01$ H, $L_2 = 0.05$ H, $C = 0.002$ F.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico LTI avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 5 & -12 & 6 \\ 2 & -8 & 4 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 4 \end{bmatrix} x(t)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna (suggerimento: dove necessario, usare il comando `minreal(num,den,tol)` adottando come tolleranza `tol=1e-10`);
2. determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$ e l'ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 3, e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema ad un ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
4. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? se sì, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato;
5. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 4 (evidenziandone zeri, poli ed eventuali cancellazioni zero-polo) e tracciare l'andamento della risposta in frequenza;
6. è possibile calcolare il valore in regime permanente della risposta del sistema controllato come al punto 4 ad un ingresso $u(t)$ a gradino di ampiezza 3, date le condizioni iniziali $x(t=0) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$? se sì, quanto vale?
7. è possibile progettare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione solamente la misura dell'uscita $y(t)$? se sì, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da assegnare opportunamente gli autovalori del sistema così controllato.