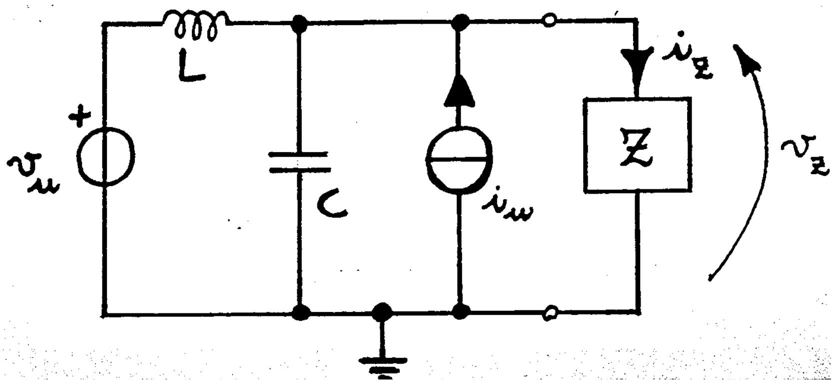
**CONTROLLI AUTOMATICI I - D. U. in Ingegneria Elettrica - Sede di Alessandria**
**Compito del 18/IX/2000**

*Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre tutte le istruzioni* MATLAB *utilizzate per il conseguimento dei risultati presentati.*

Nel sistema illustrato in figura:




gli ingressi sono la tensione $v_u(t)$ e la corrente $i_u(t)$, mentre l'uscita è pari al triplo della tensione $v_Z(t)$. I valori numerici dei componenti sono:

$$C = 1/4 \text{ F}, \; L = 1/2 \text{ H}$$

mentre il componente $Z$ presenta la seguente caratteristica non lineare:

$$i_Z(t) = v_Z^3(t) - v_Z(t)$$

**1.** Scrivere le equazioni di ingresso-stato-uscita del sistema, indicando esplicitamente i vettori di ingresso, stato ed uscita.

**2.** Trovare gli stati di equilibrio nei seguenti tre casi:

$$\mathbf{a)} \begin{cases} v_u(t) = 0 \\ i_u(t) = 0 \end{cases} \forall t, \quad \mathbf{b)} \begin{cases} v_u(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ i_u(t) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \forall t, \quad \mathbf{c)} \begin{cases} v_u(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \\ i_u(t) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases} \forall t$$

e discuterne la stabilità mediante il metodo di linearizzazione.

Per una particolare scelta delle variabili di stato, le equazioni del sistema linearizzato nell'intorno di due dei punti di equilibrio risultano essere:

$$\mathbf{S}_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_1 + 4x_2 + 4u_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + 2u_1 \\ y = 3x_1 \end{cases} \qquad \mathbf{S}_2 : \begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_1 + 4x_2 + 4u_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + 2u_1 \\ y = 3x_1 \end{cases}$$

Le domande successive si riferiscono a <u>ciascuno</u> di tali sistemi lineari. Si assuma in particolare che $u_2(t) = 0$ per $t \geq 0$, per cui tali sistemi sono da considerarsi di tipo SISO.

**3.** Determinare le caratteristiche di stabilità interna ed esterna.

**4.** Calcolare la funzione di trasferimento $M(s) = Y(s)/U_1(s)$ e tracciarne i relativi diagrammi di Bode di modulo e fase.

**5.** Si supponga che $u_1(t) = U \cdot \sin \omega t$ per $t \geq 0$ ed inoltre $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Per quali valori di $U$ risulta che, per valori di $t$ "sufficientemente grandi", $|y(t)| \leq 0.1 \; \forall \omega$?

**6.** È possibile realizzare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(t)$? Se sì, precisarne la struttura, scriverne esplicitamente le equazioni e progettarlo in modo da posizionare gli autovalori del sistema così controllato in $\lambda_1 = -5$ e $\lambda_2 = -10$.