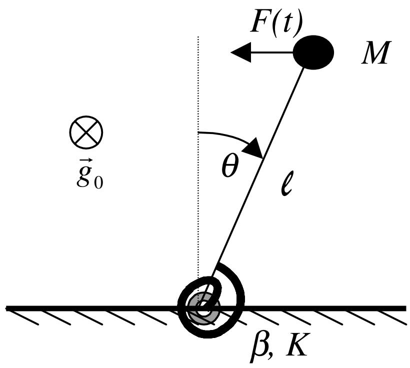
CONTROLLI AUTOMATICI I - D. U. in Ingegneria Elettrica - Sede di Alessandria
Compito del 24/VII/2000

Negli esercizi che seguono, rispondere alle domande motivando adeguatamente le scelte operate e riportando inoltre le istruzioni MATLAB *utilizzate nonché i corrispondenti risultati (numerici o grafici) ottenuti.*

Esercizio 1

Un corpo puntiforme di massa M è collegato ad una cerniera mediante un'asta rigida di lunghezza ℓ e massa trascurabile, la cui posizione angolare è individuata dall'angolo $\theta(t)$. Il pendolo così costituito è libero di muoversi vincolato in un semipiano orizzontale ($-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$) perpendicolare alla direzione su cui agisce il campo gravitazionale. Sulla massa M agisce una forza $F(t)$ in direzione orizzontale e verso indicato nella figura sottostante. Sulla cerniera si originano una coppia di attrito viscoso, caratterizzata dal coefficiente β, ed una coppia elastica, caratterizzata dal coefficiente k. La forza $F(t)$ e la velocità angolare $\dot{\theta}(t)$ del pendolo costituiscono rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema.



Facendo riferimento a tale sistema dinamico:

1. determinare il modello matematico in variabili di stato, specificando quali sono i vettori d'ingresso, stato ed uscita;
2. determinare gli stati di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $F(t) = \overline{F} = 2N$, $\forall t \geq 0$, considerando i seguenti valori numerici dei parametri: $M = 0.1$ Kg, $\ell = 0.5$ m, $\beta = 0.2$ Nms/rad, $k = 0$ Nm/rad;
3. operare la linearizzazione intorno ai punti di equilibrio trovati, specificando quali sono le equazioni d'ingresso-stato-uscita, i vettori d'ingresso, stato ed uscita, e le matrici del sistema linearizzato;
4. discutere la stabilità nell'intorno degli stati di equilibrio trovati al punto 2.

Esercizio 2 - Dato il sistema dinamico avente la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 25 & 2 & -1 & 5 \\ -2.5 & -1.5 & 0 & -0.5 \\ 46.5 & 2 & -1.5 & 9.5 \\ -118 & -6 & 4 & -24 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} -11 \\ 1 \\ -21 \\ 52 \end{bmatrix} u(k), \qquad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & -1 \end{bmatrix} x(k)$$

1. studiarne le caratteristiche di stabilità interna ed esterna;
2. ipotizzando condizioni iniziali nulle, determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(k)$ ad un ingresso $u(k)$ a gradino di ampiezza 2, tracciarne l'andamento temporale e precisare le caratteristiche dei vari modi ottenuti;
3. è possibile realizzare un opportuno dispositivo di controllo in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema, supponendo di avere a disposizione la misura dello stato $x(k)$? se sì, progettarlo, precisandone la struttura;
4. determinare la funzione di trasferimento del sistema controllato come al punto 3, mettendone in evidenza zeri e poli.