CONTROLLI AUTOMATICI (01AKS, 02FSQ) – ATM, INF

Soluzione della tipologia di compito del 3/IX/2002

Esercizio 1 – Progetto di un controllore

Sia dato il sistema di controllo riportato in figura con:

$$G_p(s) = \frac{-0.65}{s^3 + 4s^2 + 1.75s}, \quad Tp = 1Vm^{-1}, \quad A = 9,$$

$$d_1(t) = A_1 \qquad con\ |A_1| \le 5.5 \cdot 10^{-3}V,$$

$$d_2(t) = A_2 t \qquad con\ |A_2| \le 5.5 \cdot 10^{-3}V,$$

$$d_p = A_p sin(\omega_p t) \quad con\ |A_p| \le 10^{-3}V,\ \omega_p = 30\ rad/s.$$

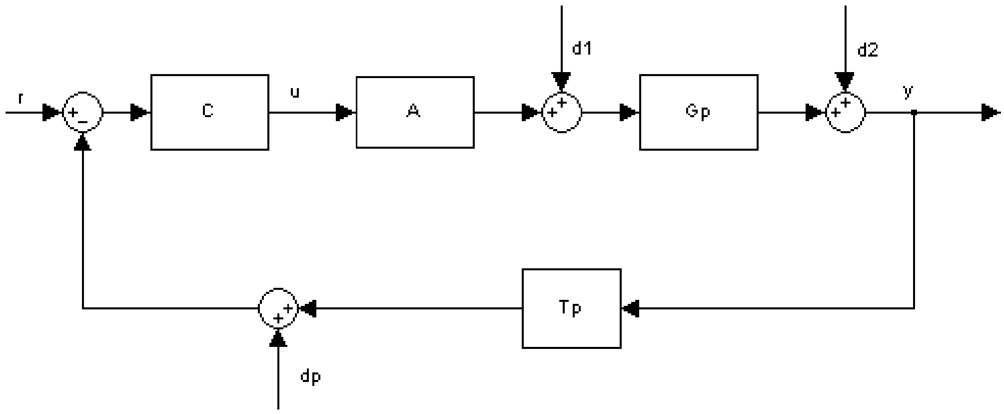


Figura 1

Calcolo del guadagno stazionario della funzione $G_p(s)$:

$$K_{GP} = \lim_{s->0} sG_p(s) = -0.3714$$

Calcolo del guadagno stazionario della funzione $A \cdot G_p(s)$:

$$K_G = A \cdot K_{GP} = -3.3429$$

1.1) Progettare un controllore analogico C(s) in modo tale che il sistema retroazionato garantisca il soddisfacimento delle seguenti specifiche:

a) Errore stazionario di inseguimento alla rampa unitaria *r(t) = t*: $|e_{r,\infty}| \le 2 \cdot 10^{-1} V$, in assenza di disturbi.

Per permettere l'inseguimento della rampa, non è necessario inserire poli nell'origine in quanto la funzione sul ramo diretto ha già un polo nell'origine dovuto alla funzione G_p.
Per calcolare l'errore di inseguimento alla rampa, si deve considerare il guadagno stazionario del ramo diretto, ottenuto moltiplicando i guadagni stazionari dei singoli blocchi:

$$|e| = \left| \frac{1/T_p^2}{K_c K_G} \right| = \frac{1}{3.3429|K_c|}$$

Per soddisfare la specifica $|e| \le 0.2$ si deve avere:

$$\frac{1}{3.3429|K_c|} \le 0.2 \qquad \text{da cui si ricava che} \qquad |K_c| \ge 1.4957.$$

b) Errore stazionario in catena chiusa indotto dal disturbo d₁: $|e_{r,\infty}| \leq 6 \cdot 10^{-4} V$ **.**

Il blocco a monte del disturbo, costituito dal prodotto di C(s) e di A, è di tipo zero. Essendo la funzione $G_p(s)$ di tipo uno, l'uscita dovuta al disturbo deve risultare:

$$|y_{d1}| = \left| \frac{1/T_p}{K_c A} A_1 \right| = \frac{1}{9|K_c|} \cdot 5.5 \cdot 10^{-3} \leq 6 \cdot 10^{-4} \quad \text{da cui si ricava che} \quad |K_c| \geq 1.0185 .$$

c) Errore stazionario in catena chiusa indotto dal disturbo d₂: $|e_{r,\infty}| \leq 1.5 \cdot 10^{-3} V$ **.**

Il blocco a monte del disturbo,costituito dal prodotto di C(s), di A e di $G_p(s)$, è di tipo uno. L'uscita dovuta al disturbo deve risultare:

$$|y_{d2}| = \left| \frac{1/T_p}{K_c K_G} A_2 \right| = \frac{1}{3.3429 \cdot |K_c|} \cdot 5.5 \cdot 10^{-3} \leq 1.5 \cdot 10^{-3} \quad \text{da cui si ricava che} \quad |K_c| \geq 1.0969 .$$

La condizione più stringente del valore di K_c si ottiene dalla specifica a, quindi $|K_c| \geq 1.4957$.

La funzione $G_p(s)$ ha guadagno negativo, quindi il sistema non è a stabilità regolare. Nella Figura 2 è riportato il diagramma di Nyquist della funzione $G_p(s) \cdot A$. Applicando il criterio di Nyquist, si deduce che K_c deve essere negativo.

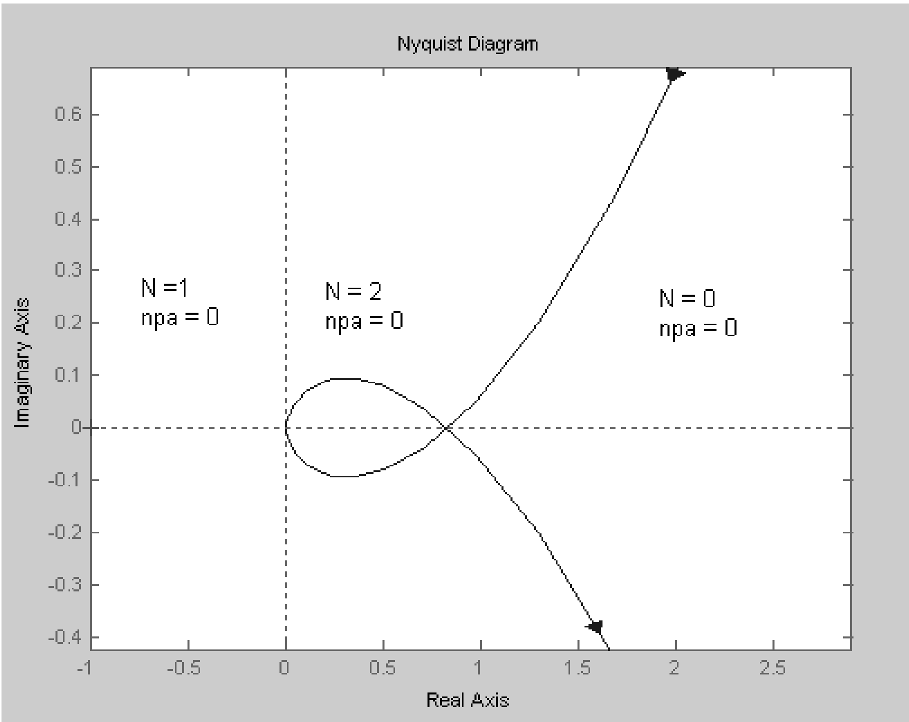


Figura 2

Si fissa, quindi, $K_c = -1.5$.

d) tempo di salita: $t_s \leq 1$s.

Sapendo che $t_s \cdot B_3 = 3$, si ottiene $B_3 \geq 3$ rad/s. Scegliamo $\omega_{c,\,des} = 2.2$ rad/s.

e) **Sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario:** $\hat{s} \leq 30\%$

Sostituendo nell'equazione $\frac{1+\hat{s}}{M_r} = 0.85$ il valore massimo di sovraelongazione (0.30), si ottiene come picco di risonanza massimo $M_r = 1.53$, cioè 3.69 dB. Arrotondando per difetto questo valore e analizzando la carta di Nichols, si ottiene che $m_{\varphi min} = 40°$. Scegliamo $m_\varphi = 45°$.

Progetto del controllore

Si lancia in Matlab il seguente script:

```
s = tf('s');
Gp = -0.65/(s^3+4*s^2+1.75*s);
A = 9;
Tp = 1;
Kc = -1.5;  % stabilito nei punti precedenti
wc = 2.2;
G = A*Gp;
Ga1 = Kc*G; % funzione di anello definita scegliendo il guadagno stazionario del
            % blocco C(s)
figure, bode(Ga1)
[m1,f1] = bode(Ga1,wc)
```

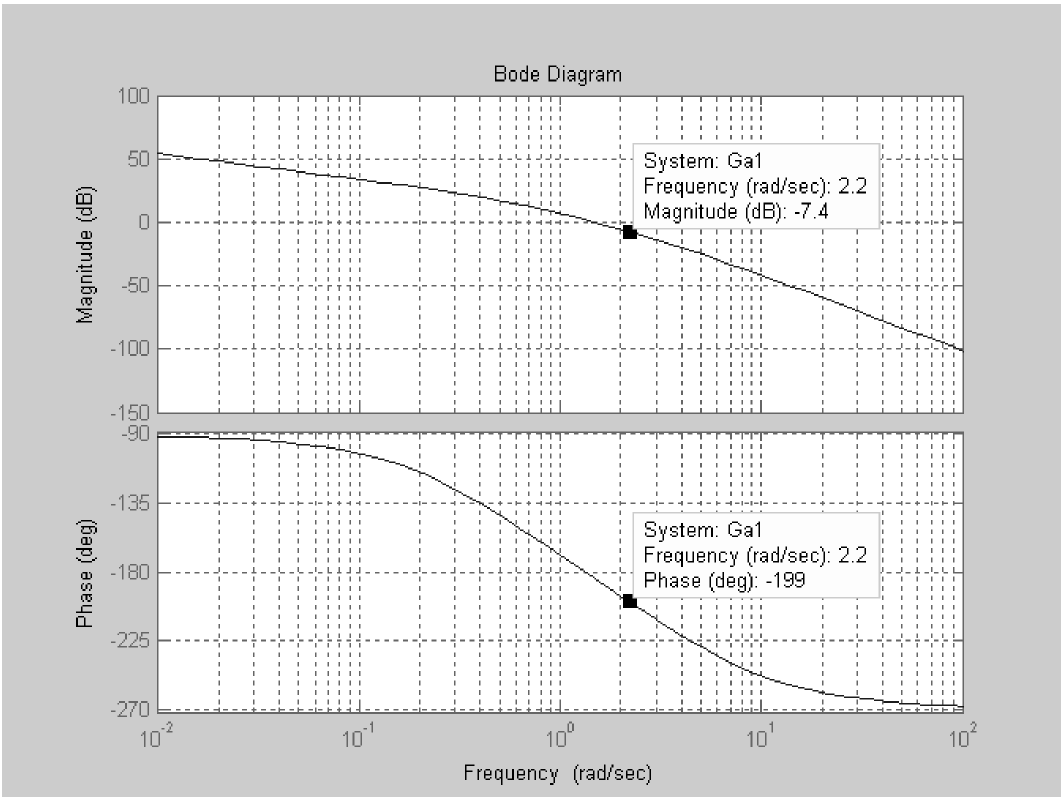


Figura 3

Dal grafico ottenuto oppure a partire dal valore di f1 si stabilisce che bisogna recuperare circa 65° in corrispondenza di ω_c~2.2 rad/s. Per fare ciò, si sceglie di utilizzare due reti anticipatrici con m=4 e $\omega\tau$ = 1.2, per ottenere contemporaneamente un aumento complessivo del modulo di circa 7 dB.
Si lancia su Matlab lo script precedente aggiungendo le seguenti operazioni:

```
% Reti anticipatrici
m1=4;
wtau1=1.2;
tau1=wtau1/wc;
C1=((1+tau1*s)/(1+tau1/m1*s))^2;

Ga2=C1*Ga1;
figure,margin(Ga2)
```

Dall'analisi del diagramma ottenuto, si nota che il margine di fase ottenuto è di 48.1° alla frequenza di 2.12 rad/s.

Riportare la funzione di trasferimento del controllore progettato sul foglio allegato nella forma fattorizzata in costanti di tempo.

La funzione di trasferimento del controllore progettato è:

$$C(s) = -1.5 \cdot \left(\frac{1 + 0.545s}{1 + 0.136s} \right)^2 .$$

1.1) Dopo aver verificato che il sistema in catena chiusa così ottenuto soddisfi le specifiche di richieste, valutarne:

- ✓ **la banda passante** ω_B
- ✓ **il picco di risonanza** $M_r|_{dB}$ **della risposta in frequenza**
- ✓ **il valore massimo** $\bar{u}_{dp,\infty}$ **del comando u(t) che può essere indotto, in regime permanente,dal disturbo** $d_p(t)$**.**

Per verificare le specifiche si è utilizzato simulink:

a) senza inserire i disturbi e definendo un ingresso a rampa, si verifica che l'errore a regime è pari a 0.1994. La specifica è dunque soddisfatta;
b) inserendo il disturbo $d_1(t) = 5.5 \cdot 10^{-3}$ e definendo un ingresso nullo, si ottiene che l'uscita dovuta a $d_1(t)$ è $-4.07 \cdot 10^{-4}$. La specifica è dunque soddisfatta;
c) inserendo solamente il disturbo $d_2(t) = 5.5 \cdot 10^{-3} t$ e definendo un ingresso nullo, si verifica che l'uscita dovuta al disturbo $d_2(t)$ è $1.097 \cdot 10^{-3}$. La specifica è, quindi, soddisfatta;
d) il tempo di salita è pari a circa 0.79 s. La specifica è, quindi, soddisfatta;
e) la sovraelongazione è del 25%. La specifica è, quindi, soddisfatta.

Per verificare le specifiche d) ed e) è possibile anche utilizzare Matlab, così come per la valutazione della banda passante e del picco di risonanza $M_r|_{dB}$ della risposta in frequenza, mediante i seguenti comandi:

```
C=Kc*C1;
W=feedback(C*A*Gp,Tp);
Wnorm=W/dcgain(W);
figure,step(Wnorm)
figure,bode(Wnorm)
```

Dal diagramma di Bode, si ricava che ω_B= 3.93 rad/s e che $M_{r|dB}$ = 2.23dB.

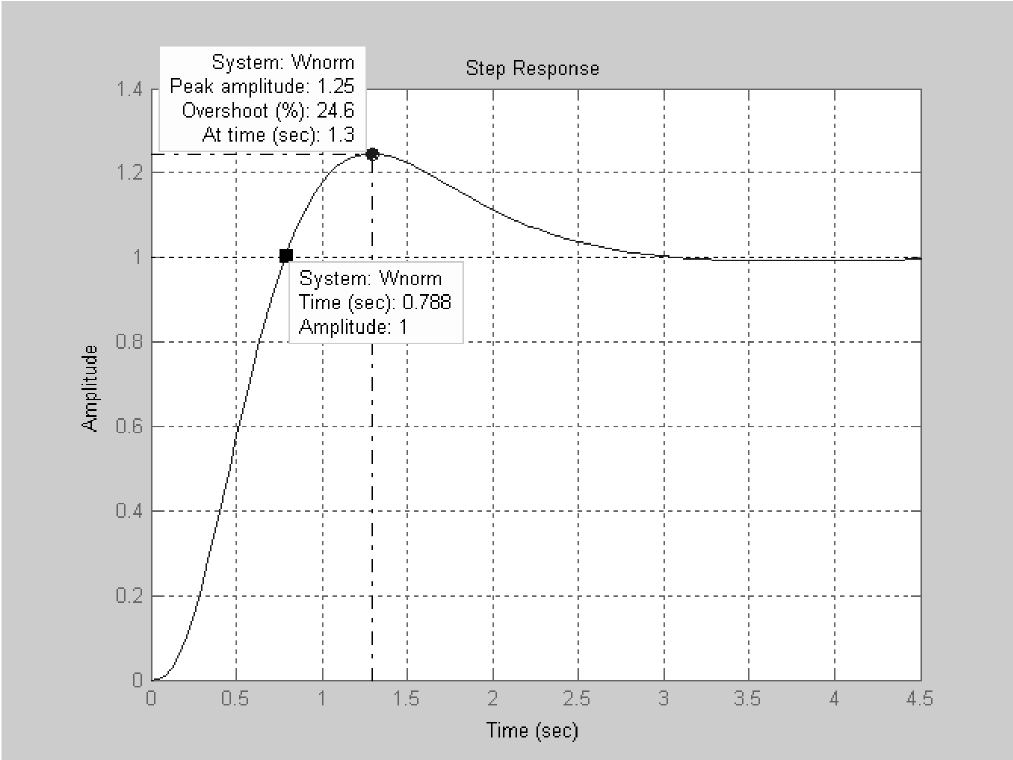


Figura 4

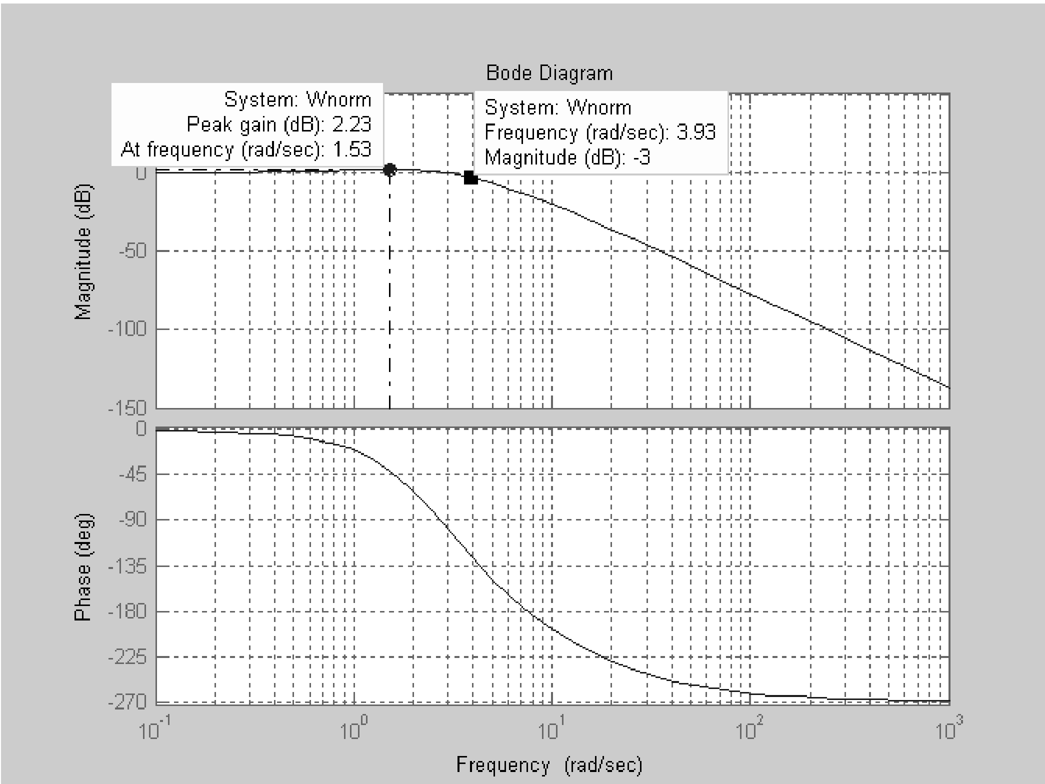


Figura 5

Il valore massimo $\overline{u}_{dp,\infty}$ del comando $u(t)$ che può essere indotto, in regime permanente, dal disturbo $d_p(t)$, può essere determinato valutando l'ampiezza di $u(t)$ (sinusoidale) in regime permanente direttamente da Simulink, oppure calcolato da Matlab con i seguenti comandi:

```
Ap=1e-3;
Omegap=30;
Wu=feedback(C,A*Gp*Tp);
[mu,fu]=bode(Wu,Omegap);
Udp=Ap*mu
```

ove $W_u(s)$ è la funzione di trasferimento fra il disturbo d_p ed il comando u. Si ottiene $\bar{u}_{dp,\infty} = 0.0228$.

1.2) Discretizzare il controllore C(s) progettato, scegliendo opportunamente il passo di campionamento (motivare tale scelta). Determinare la funzione di trasferimento C(z), specificando il metodo di discretizzazione utilizzato. Valutare il tempo di salita e la sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario del sistema ad anello chiuso, ottenuti con tale C(z).

Per la scelta del passo di campionamento, si utilizza la seguente relazione:

$$T = 2\pi/(20\ \omega_B)$$

Nel nostro caso si ottiene T = 0.0799 s, approssimando per difetto si sceglie T=0.07 s.
Con questo T si ottiene un margine di fase pari a 43.9°, quindi la specifica e) potrebbe essere ancora soddisfatta in quanto il margine di fase doveva essere maggiore di 40°.

La funzione di trasferimento del controllore è realizzata secondo il metodo di Tustin tramite i seguenti comandi:

```
T=0.07;
Gazoh=Ga2/(1+s*T/2);
Cd=c2d(C,T,'tustin')
```

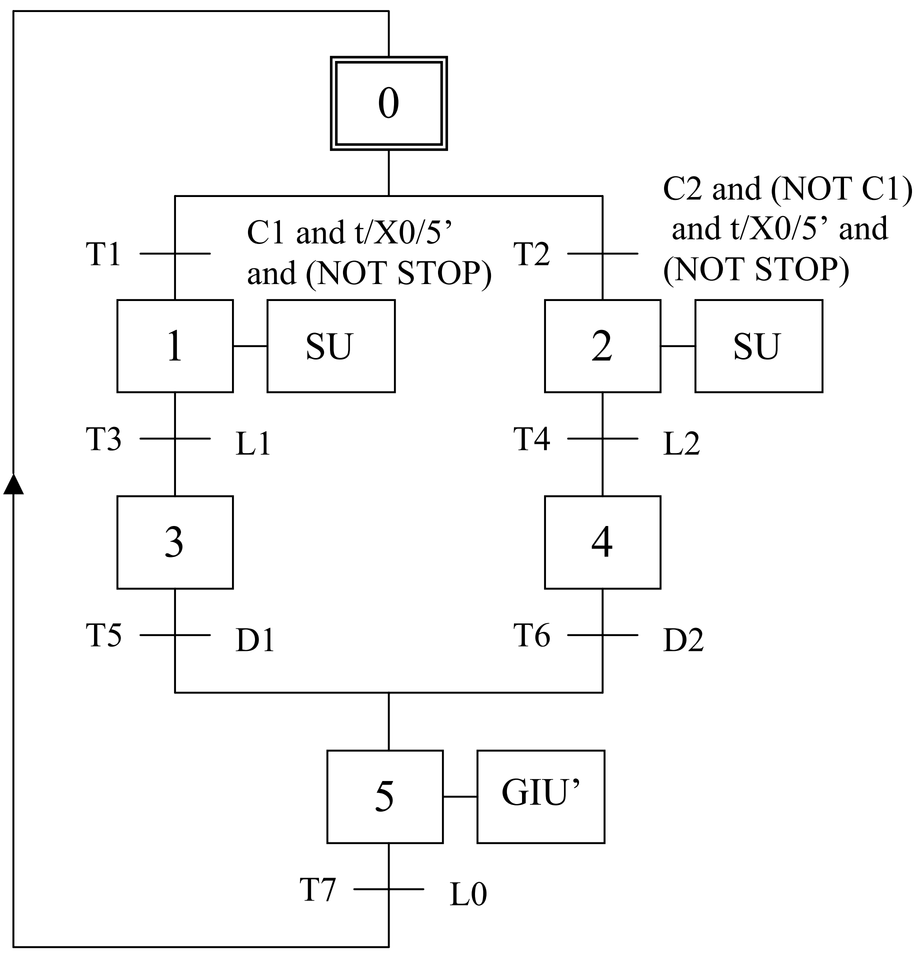
La funzione di trasferimento del controllore discretizzato è :

$$C_d(z) = \frac{-17.21z^2 + 30.27z - 13.31}{z^2 - 1.183z + 0.3499}$$

Dall'analisi della risposta al gradino, ottenuta con Simulink sostituendo al posto di C(s) il controllore digitale $C_d(z)$ si ottiene:

tempo di salita = 0.75 s sovraelongazione = 30%.

Esercizio 2


0
T1
C1 and t/X0/5’
and (NOT STOP)
T2
C2 and (NOT C1)
and t/X0/5’ and
(NOT STOP)
1
SU
2
SU
T3
L1
T4
L2
3
4
T5
D1
T6
D2
5
GIU’
T7
L0