

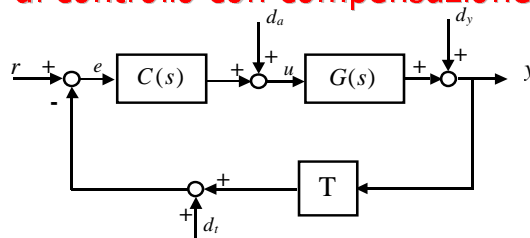
Controlli Automatici (AUT) - 09AKS_{BL}

Progetto dinamico

Funzioni compensatrici elementari

Progetto di controllori in cascata

Struttura di controllo con compensazione in cascata



- L'obiettivo è il progetto del controllore $C(s)$ utilizzando il comportamento in frequenza della funzione di anello $L(s)$;
- L'analisi della precisione in regime permanente / transitorio permette di tradurre, talvolta in forma approssimata, i requisiti del sistema retroazionato in requisiti (nel dominio della frequenza) sulla funzione di anello;

Progetto di controllori in cascata

Richiami sui principali requisiti del sistema di controllo

- Precisione in regime permanente a fronte di:
 - riferimenti polinomiali $|e_r^\infty|$;
 - disturbi polinomiali $|y_{dy}^\infty|, |y_{da}^\infty|$;
- Precisione e rapidità di risposta in regime transitorio
 - sovraelongazione;
 - tempo di salita
 - tempo di assestamento.

↓
Progetto a regime

↓
Progetto dinamico

Progetto di controllori in cascata

Struttura del controllore in cascata

Il controllore $C(s)$ è costituito dal prodotto di due termini

$$C(s) = C_R(s) C_T(s)$$

←
controllore a regime

→
controllore dinamico

- Il controllore $C_R(s)$ si progetta per primo in modo da garantire il soddisfacimento delle specifiche in regime permanente.
- Il controllore $C_T(s)$ si progetta dopo avere progettato $C_R(s)$ in modo tale da non influenzare le proprietà statiche di $L(s)$: a tal fine deve risultare $\lim_{s \rightarrow 0} C_T(s) = 1$.

Progetto dinamico

Struttura del controllore dinamico

Il controllore $C_T(s)$:

- non deve influenzare il comportamento in regime permanente imposto dal controllore statico $C_R(s)$, quindi:

$$\lim_{s \rightarrow 0} C_T(s) = 1$$

- per facilitarne il progetto deve avere la struttura più semplice possibile, e cioè deve essere composto da fattori del primo ordine:

$$C_T(s) = \prod_i \frac{1 + \frac{s}{\omega_{zi}}}{1 + \frac{s}{\omega_{pi}}}$$

Progetto dinamico

Struttura del controllore dinamico

- Gli elementi del primo ordine che costituiscono $C_T(s)$ sono detti "funzioni compensatrici elementari". Sono di due tipi a seconda che il polo preceda lo zero o viceversa

- Funzione anticipatrice**
o derivativa
(zero - polo)

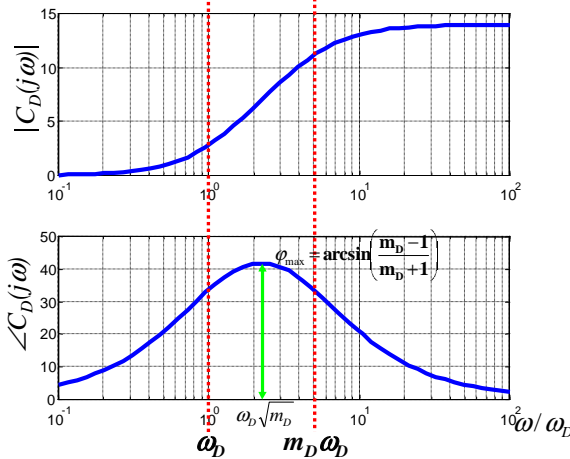
$$C_D(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_D}}{1 + \frac{s}{m_D \omega_D}}, m_D > 1$$

- Funzione attenuatrice**
o integrativa
(polo - zero)

$$C_I(s) = \frac{1 + \frac{s}{m_I \omega_I}}{1 + \frac{s}{\omega_I}}, m_I > 1$$

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: comportamento in frequenza



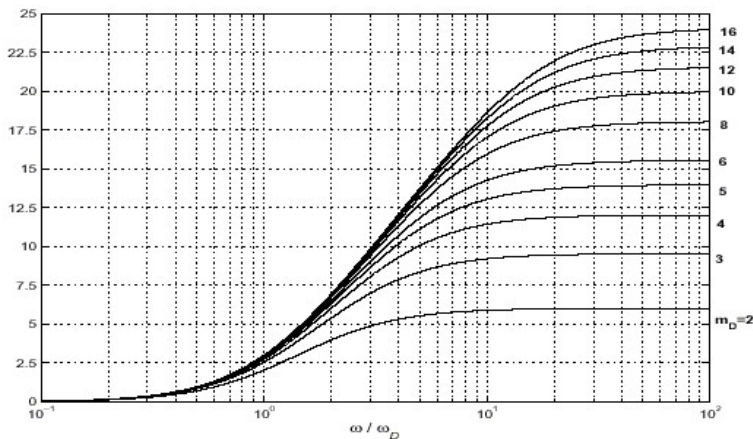
- **Aspetto negativo:** aumenta il modulo alle medie ed alte frequenze
- **Aspetto positivo:** introduce un recupero di fase $\Delta\phi$ che migliora le proprietà di margine di fase

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 7

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: diagrammi universali (modulo)

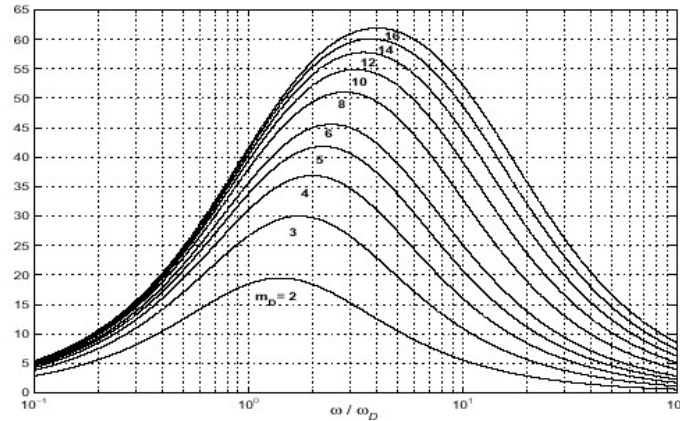


Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 8

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: diagrammi universali (fase)

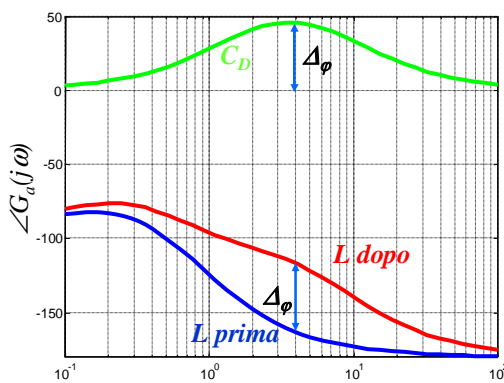


Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 9

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: effetto nella compensazione



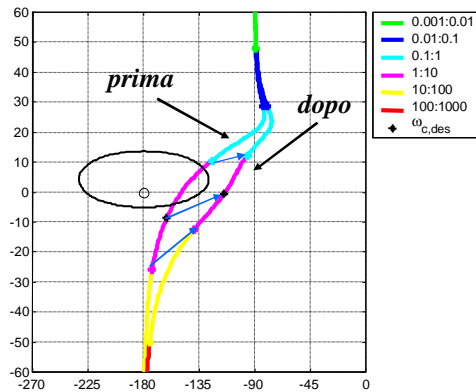
- Si introduce quando:
 - è necessario aumentare la fase di una certa quantità $\Delta\varphi$ per garantire il soddisfacimento dei requisiti sul margine di fase
 - il modulo di L alla $\omega_{c,des}$ se necessario, viene corretto successivamente con modifica del guadagno o con attenuatrice

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 10

Progetto di controllori in cascata

Funzione Anticipatrice: effetto nella compensazione



Effetto nel piano di Nichols:

- il luogo M definisce i requisiti sul margine di fase
- l'effetto di guadagno di fase (e di modulo) si traduce in una traslazione obliqua del diagramma nelle frequenze di interesse.

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: progetto

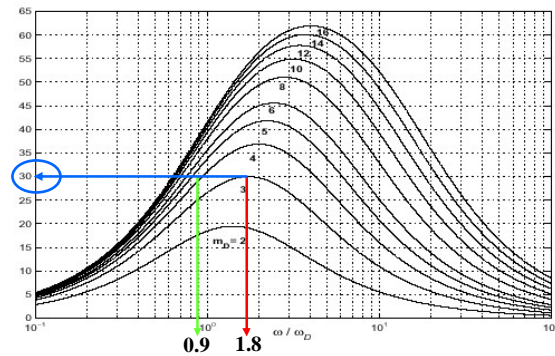
- Il parametro m_D si progetta sulla base dell'aumento di fase richiesto alla pulsazione $\omega_{c,des}$ utilizzando i diagrammi universali della fase.
- Il parametro ω_D si progetta posizionando la funzione anticipatrice in modo che il guadagno di fase selezionato avvenga alla pulsazione $\omega_{c,des}$. Tale operazione avviene "denormalizzando", rispetto a $\omega_{c,des}$ l'asse delle frequenze del diagramma universale della fase.
- Inoltre, attraverso il diagramma universale del modulo, è possibile valutare a priori quanto sarà l'aumento di modulo legato all'introduzione della funzione anticipatrice.

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: progetto

- Supponiamo di dover recuperare 30° ad una pulsazione

$$\omega_{c,des} = 3 \text{ rad/s}$$



- Sono possibili diverse scelte (ad esempio):

- $m_D = 3; \omega/\omega_D = 1.8$

denormalizzando si ha

$$(\omega/\omega_D)|_{\omega=\omega_c} = 1.8$$

$$\omega_D = \omega_c / 1.8 = 1.67 \text{ rad/s}$$

- $m_D = 4; \omega/\omega_D = 0.9$

denormalizzando si ha

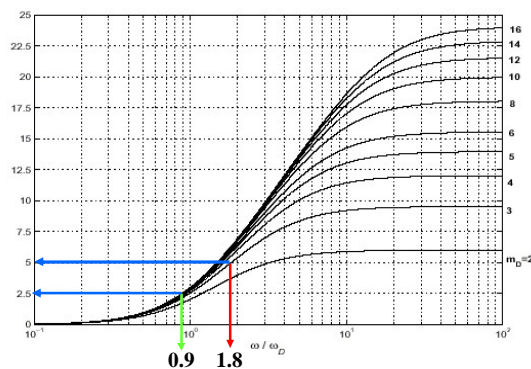
$$(\omega/\omega_D)|_{\omega=\omega_c} = 0.9$$

$$\omega_D = \omega_c / 0.9 = 3.33 \text{ rad/s}$$

Progetto dinamico

Funzione Anticipatrice: progetto

- I corrispondenti aumenti di modulo sono:

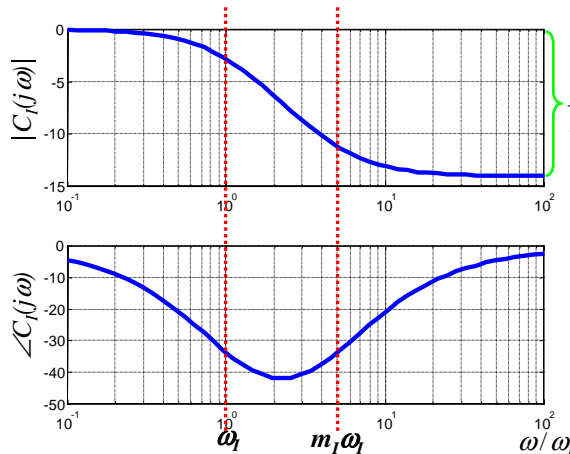


- Nel primo caso si ha un aumento di modulo di circa 5 dB

- Nel secondo caso si ha un aumento di modulo di circa 2.5 dB

Progetto dinamico

Funzione Attenuatrice: comportamento in frequenza



▪ **Aspetto positivo:**

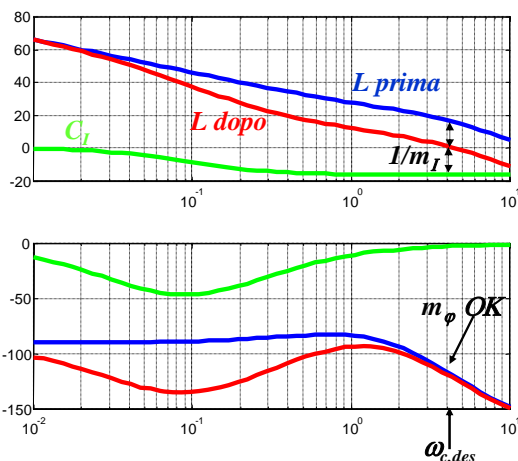
attenua il modulo alle medie ed alte frequenze.

▪ **Aspetto negativo:**

introduce una perdita di fase che potrebbe danneggiare le proprietà di margine di fase.

Progetto dinamico

Funzione Attenuatrice: effetto nella compensazione



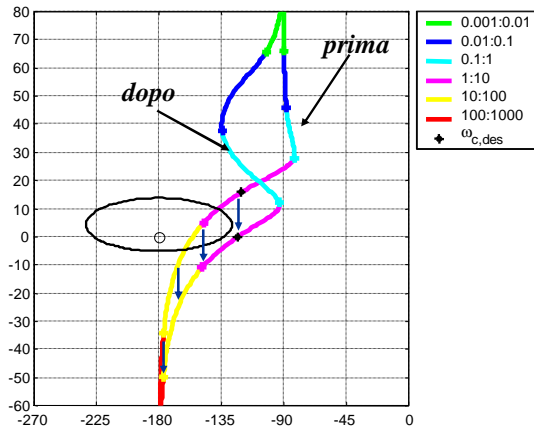
▪ Si introduce quando:

i requisiti sulla fase a $\omega_{c,des}$ sono soddisfatti

è necessario abbassare il modulo alla $\omega_{c,des}$ senza intervenire con una diminuzione del guadagno globale della funzione di anello L.

Progetto di controllori in cascata

Funzione Attenuatrice: effetto nella compensazione



- Effetto nel piano di Nichols:
 - il luogo M definisce i requisiti sul margine di fase
 - l'effetto di abbassamento del modulo si traduce in una traslazione verticale del diagramma nelle frequenze di interesse.

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 17

Progetto dinamico

Funzione Attenuatrice: progetto

- Il parametro m_I si progetta sulla base dell'attenuazione richiesta alla pulsazione $\omega_{c,des}$
- Dopo l'introduzione della funzione attenuatrice la funzione d'anello diventa: $L'(s) = C_I(s)L(s)$
- La funzione attenuatrice deve essere piazzata in modo che, alla pulsazione $\omega_{c,des}$, il suo modulo sia pari a $1/m_I$ (zona piatta)

$$\left. \begin{aligned} |L'(j\omega_{c,des})| &= |C_I(j\omega_{c,des})| |L(j\omega_{c,des})| = 1 \\ |L'(j\omega_{c,des})| &= \underset{\substack{\uparrow \\ |C_I(j\omega_{c,des})| = 1/m_I}}{|L(j\omega_{c,des})| / m_I} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_I = |L(j\omega_{c,des})|$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 18

Progetto dinamico

Funzione Attenuatrice: progetto

- Il parametro ω_l si progetta in modo che, alla pulsazione $\omega_{c,des}$ la perdita di fase introdotta dalla funzione attenuatrice sia il più possibile limitata
- A tal fine è ragionevole pensare di posizionare lo zero della funzione attenuatrice $m_l \omega_l$ a circa una decade dalla pulsazione di attraversamento $\omega_{c,des}$:

$$m_l \omega_l \approx 0.1 \omega_{c,des} \Rightarrow \omega_l = 0.1 \omega_{c,des} / m_l$$

Progetto dinamico

Progetto dinamico: indicazioni generali

- **Imporre per prima** lo spostamento del punto corrispondente alla pulsazione di attraversamento desiderata al di fuori della zona di influenza dei luoghi M_r ed M'_r .
 - Se occorre anticipare la fase si progetta la funzione anticipatrice.
 - Se si prevede l'impiego futuro di una funzione attenuatrice occorre recuperare alcuni gradi in più.

Progetto dinamico

Progetto dinamico: indicazioni generali

- **Successivamente**, imporre il modulo alla pulsazione di attraversamento desiderata.
 - Se prima della compensazione il modulo della funzione di anello risulta superiore a 1 si progetta la funzione attenuatrice.
 - Se invece risulta inferiore a 1 si corregge il guadagno statico della funzione di anello (di un fattore > 1).

Progetto dinamico

Limitazioni all'impiego di funzioni anticipatrici

- L'impiego di funzioni anticipatrici con elevati valori del parametro m_D può provocare:
 - Livelli di attenuazione dei disturbi ad alta frequenza insoddisfacenti.
 - Eccessiva sollecitazione, durante il regime transitorio, del segnale di comando.
- Quando il recupero di fase supera i 60° è conveniente utilizzare funzioni anticipatrici multiple.

Progetto di controllori in cascata

Limitazioni all'impiego di funzioni attenuatrici

L'impiego di funzioni attenuatrici posizionate troppo a bassa frequenza può provocare:

- Livelli di attenuazione dei disturbi a bassa frequenza insoddisfacenti.
- "Effetto coda" nella risposta al gradino con conseguente aumento dei tempi di estinzione del regime transitorio (tempo di assestamento).

Regolatori standard

Sistemi di regolazione (inseguimento di riferimenti costanti)

- Uno degli *obiettivi* principali nel progetto di un sistema di controllo è di garantire caratteristiche di *regolazione* oltre a soddisfare buoni requisiti sui *margini di stabilità*.
- Le caratteristiche di *regolazione* sono garantite dalla presenza di un *polo nell'origine* nella funzione di anello;
- I requisiti sui *margini di stabilità* sono garantiti dalla presenza nella funzione anello di *zeri reali negativi* che ne migliorano le caratteristiche di anticipo di fase.

Regolatori standard

Sistemi di regolazione

- Tali obiettivi, a seconda delle caratteristiche del sistema da controllare, possono essere conseguiti con controllori della forma:

$$C(s) = \frac{K_c (1 + s/\omega_z)}{s} \quad \longrightarrow \quad C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

$$C(s) = \frac{K_c (1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{s} \quad \longrightarrow \quad C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$C(s) = K_c (1 + s/\omega_z) \quad \longrightarrow \quad C(s) = K_p (1 + T_d s)$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 25

Regolatori standard

Regolatori standard PID

- Si ottiene così la seguente struttura generale del controllore:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

- Nel dominio del tempo:

$$e(t) \longrightarrow \boxed{C(s)} \longrightarrow u(t) \quad u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right)$$

- L'effetto del controllore è quindi la combinazione di tre azioni:

- Proporzionale
 - Integrale
 - Derivativa
- Regolatore PID**

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L9 - 26

Regolatori standard

Regolatori standard PID

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

- K_p : guadagno dell'azione proporzionale;
- T_i : costante di tempo dell'azione integrale;
- T_d : costante di tempo dell'azione derivativa;
- Per ragioni di fisica realizzabilità la forma reale dell'azione derivativa è:

$$T_d s = \frac{T_d s}{1 + T_d / N s}$$

- $N = 5 \div 20$;

Regolatori standard

In generale vengono utilizzate le tre azioni in modo vario, ottenendo controllori:

P

PI

PD

PID

Regolatori PID

Regole di taratura basate su procedimenti "per tentativi"

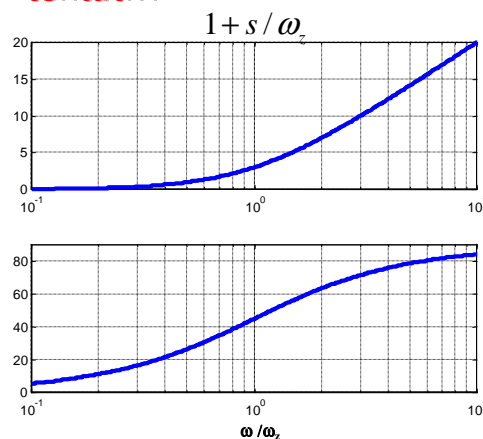
- Nelle forme

$$C(s) = \frac{K_c (1 + s/\omega_z)}{s} \quad C(s) = \frac{K_c (1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{s} \quad C(s) = K_c (1 + s/\omega_z)$$

- i regolatori PID possono essere tarati considerando il fattore K_c/s , (K_c) come risultato di una procedura di progetto a regime;
- gli zeri ω_z sono tarati per tentativi (come si fa per la funzione anticipatrice) in modo che si abbia il recupero di fase necessario per garantire i requisiti di margine di stabilità.

Regolatori standard

Regole di taratura basate su procedimenti "per tentativi"



Il parametro ω_z si progetta posizionando lo zero in modo che il guadagno di fase selezionato avvenga alla pulsazione $\omega_{c,des}$. Tale operazione avviene "denormalizzando", rispetto a $\omega_{c,des}$ l'asse delle frequenze del diagramma universale della fase.