

Controlli Automatici (AUT) - 09AKS_{BL}

Analisi della precisione in regime transitorio

Analisi della precisione in regime transitorio

Le specifiche considerate per la precisione in regime transitorio sono:

- La sovraelongazione massima \hat{S} (precisione)
- Il tempo di salita t_s (rapidità di innesco)
- Il tempo di assestamento $t_{a,\alpha\%}$ (rapidità di estinzione)

Analisi della precisione in regime transitorio

- Queste caratteristiche dipendono da $T(s)$ che sarà nota solo al termine del progetto.
- È necessario tradurre questi requisiti in specifiche per la funzione ad anello aperto $L(s)$.
- Per questo occorre introdurre delle approssimazioni.
- Supponiamo che $T(s)$ sia approssimabile con una funzione del secondo ordine del tipo:

$$T(s) = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 3

Analisi della precisione in regime transitorio

- Questo corrisponde ad una funzione di trasferimento di anello pari a:

$$T(s) = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}} \quad \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \uparrow \\ L(s) = \frac{T(s)}{1 - T(s)} \end{array} \quad L(s) = \frac{\omega_n / (2\zeta)}{s(1 + \frac{s}{2\zeta\omega_n})}$$

- In questo caso la pulsazione di attraversamento ω_c del sistema ad anello aperto è data da:

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1 + 4\zeta^4} - 2\zeta^2} = f_{\omega_c}(\zeta, \omega_n)$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 4

Analisi della precisione in regime transitorio

- In un sistema del secondo ordine le quantità \hat{S} , t_s e $t_{a,\alpha\%}$ dipendono dai parametri ζ ed ω_n .

$$\hat{S} = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = f_{\hat{S}}(\zeta)$$

$$t_s = \frac{1}{\omega_n} \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \operatorname{arctg} \left(\pi - \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) = f_{t_s}(\zeta, \omega_n)$$

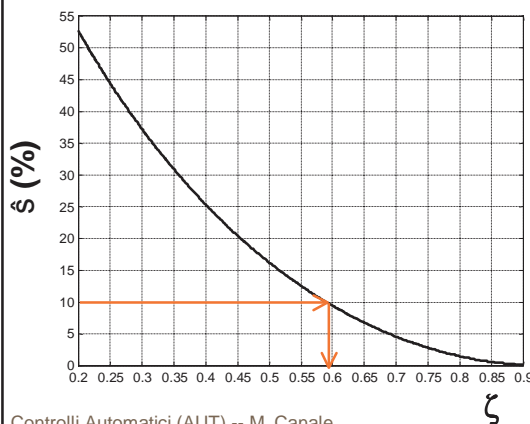
$$t_{a,\alpha\%} = \frac{1}{\omega_n \zeta} \ln(\alpha/100)^{-1} = f_{t_a}(\zeta, \omega_n, \alpha)$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 5

Analisi della precisione in regime transitorio

- È possibile tracciare l'andamento della sovraelongazione \hat{S} in funzione dello smorzamento ζ .



- Da tale grafico è possibile dedurre il valore di smorzamento necessario per avere un livello desiderato sovravelongazione
- Ad es. $\hat{S} < 10\%$ richiede $\zeta > 0.6$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 6

Analisi della precisione in regime transitorio

- Si considerino le funzioni di trasferimento ad anello chiuso $T(s)$ e $S(s)$

$$T_p = \max_{\omega} |T(j\omega)|$$

$$\omega_b = \arg \min_{\omega} \left\{ \omega : |T(j\omega)| \leq 1/\sqrt{2} \right\}$$

$$S_p = \max_{\omega} |S(j\omega)|$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 7

Analisi della precisione in regime transitorio

- In modo analogo anche le quantità T_p , ω_b e S_p sono legate ai parametri ζ ed ω_n tramite relazioni note:

$$T_p = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} = f_{T_p}(\zeta)$$

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2 + 4\zeta^4}} = f_{\omega_b}(\zeta, \omega_n)$$

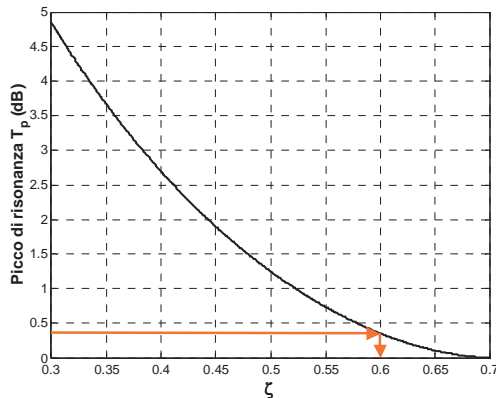
$$S_p = \frac{2\zeta\sqrt{2+4\zeta^2+2\sqrt{1+8\zeta^2}}}{\sqrt{1+8\zeta^2+4\zeta^2-1}} = f_{S_p}(\zeta)$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 8

Analisi della precisione in regime transitorio

- È possibile tracciare l'andamento del picco di risonanza T_p in funzione dello smorzamento ζ .



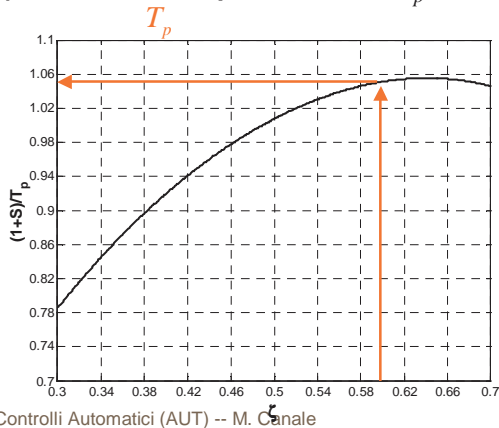
- Da tale grafico è possibile dedurre il valore di smorzamento necessario per avere un livello desiderato del picco di risonanza
- Ad es. $T_p < 0.4$ dB richiede $\zeta > 0.6$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 9

Analisi della precisione in regime transitorio

- È possibile legare l'andamento della sovranelongazione \hat{S} e del picco di risonanza T_p in funzione dello smorzamento ζ tramite la quantità: $\frac{1+\hat{S}}{T_p}$ (\hat{S} non in % T_p non in dB)



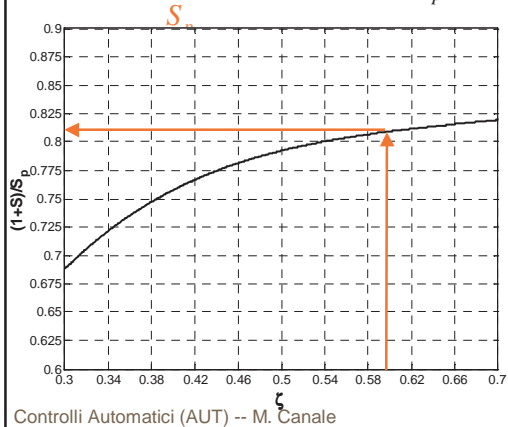
- Da tale grafico si può dedurre il valore del picco di risonanza T_p a partire dal valore desiderato di \hat{S} e del corrispondente valore di ζ .
- Ad esempio per un fissato valore di smorzamento:
 $\zeta = 0.6$ si ha
 $(1+\hat{S})/T_p = 1.058$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 10

Analisi della precisione in regime transitorio

- È possibile legare l'andamento della sovralongazione \hat{S} e del picco di risonanza S_p in funzione dello smorzamento ζ tramite la quantità: $\frac{1+\hat{S}}{S_p}$ (\hat{S} non in % S_p non in dB)

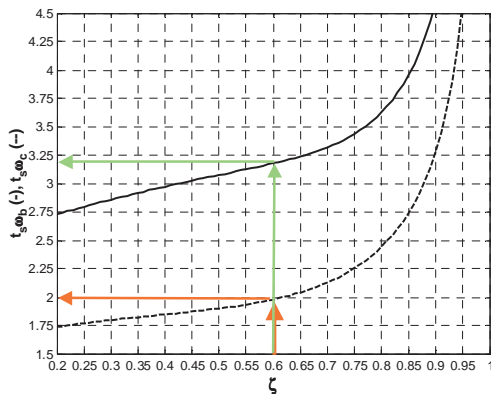


- Da tale grafico si può dedurre il valore del picco di risonanza S_p a partire dal valore desiderato di \hat{S} e del corrispondente valore di ζ .
- Ad esempio per un fissato valore di smorzamento:
 $\zeta = 0,6$ si ha
 $(1 + \hat{S})/S_p = 0,81$

L8 - 11

Analisi della precisione in regime transitorio

- Confrontando le espressioni f_{ts} , f_{ω_b} ed f_{ω_c} si trovano legami tra il tempo di salita t_s , la banda passante ω_b e la pulsazione di attraversamento ω_c mediante i prodotti: $t_s \omega_b$ e $t_s \omega_c$

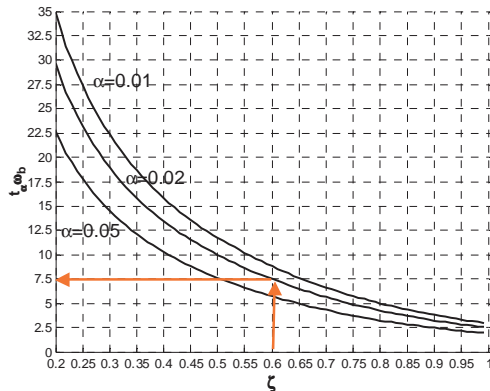


- Da tale grafico si può dedurre il valore dei prodotti $t_s \omega_b$ e $t_s \omega_c$ a fronte di un determinato valore di ζ .
- Ad esempio per un fissato valore di smorzamento:
 $\zeta = 0,6$ si ha $t_s \omega_b = 3,2$,
 $t_s \omega_c = 2$

L8 - 12

Analisi della precisione in regime transitorio

- Confrontando le espressioni f_{iat} , f_{ob} ed f_{oc} si trovano legami tra il tempo di assestamento $t_{a,\alpha\%}$, la banda passante ω_b e la pulsazione di attraversamento ω_c mediante i prodotti: $t_a \omega_b$ e $t_a \omega_c$

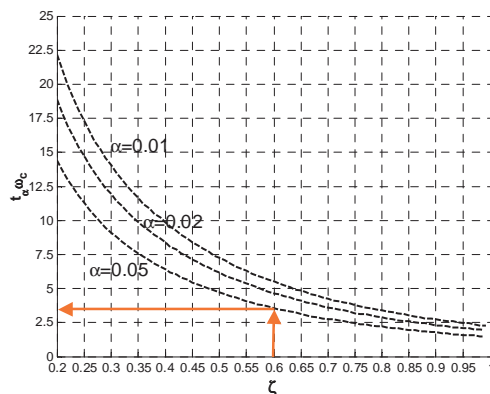


- Da tale grafico si può dedurre il valore del prodotto $t_{a,\alpha\%} \omega_b$ a fronte di un determinato valore di ζ .
- Ad esempio per un fissato valore di smorzamento: $\zeta = 0.6$ si ha $t_{a,2\%} \omega_b = 7.5$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 13

Analisi della precisione in regime transitorio



- Da tale grafico si può dedurre il valore del prodotto $t_{a,\alpha\%} \omega_c$ a fronte di un determinato valore di ζ .
- Ad esempio per un fissato valore di smorzamento: $\zeta = 0.6$ si ha $t_{a,2\%} \omega_c = 4.8$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L8 - 14