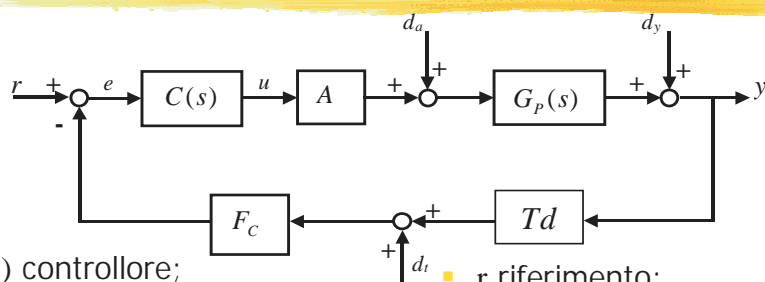


Controlli Automatici (AUT) - 09AKS_{BL}

Sistemi retroazionati

- Definizioni
- Legami anello aperto / anello chiuso

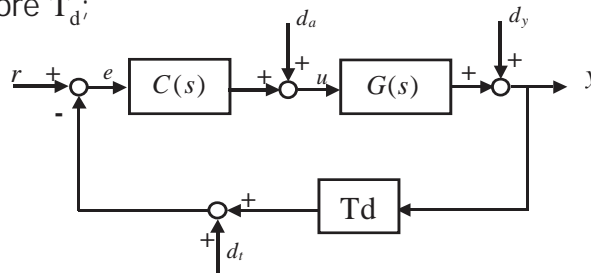
La struttura di un sistema di controllo in retroazione



- $C(s)$ controllore;
- A Attuatore;
- $G_p(s)$ Impianto;
- T_d Trasduttore;
- F_c Filtro di condizionamento.
- r riferimento;
- e errore;
- u comando;
- y uscita (controllata);
- d_a, d_y, d_t disturbi.

Struttura semplificata

- Il contributo dell'attuatore è inglobato nell'impianto attraverso la fdt $G(s)$;
- Il contributo del filtro di condizionamento è inglobato nella fdt del trasduttore T_d ;
- Il guadagno del trasduttore T_d si suppone uguale ad 1.



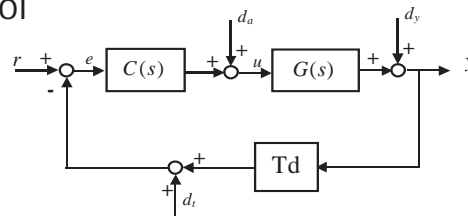
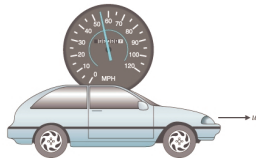
Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 3

La funzione di anello

- Funzione di anello: $L(s) = C(s)G(s)$

Esempio: Cruise Control



$$G(s) = \frac{33}{(s + 0.1)(s + 6.6)}$$

$$C(s) = 1, \quad T_d = 1$$

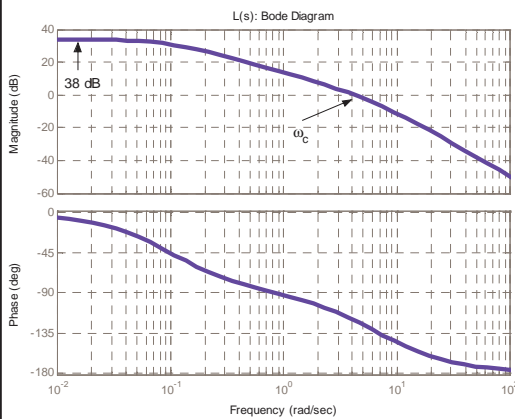
$$d_a(t) = \varepsilon(t)$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 4

La funzione di anello

Esempio: Cruise Control, $C(s)=1$



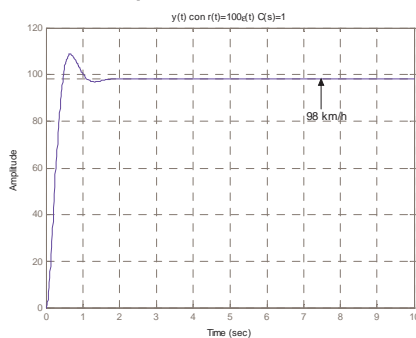
- Pulsazione di attraversamento ω_c è la pulsazione per cui il modulo della funzione di anello vale 0 dB (4 rad/s)
- Il modulo a bassa frequenza vale 38 dB

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

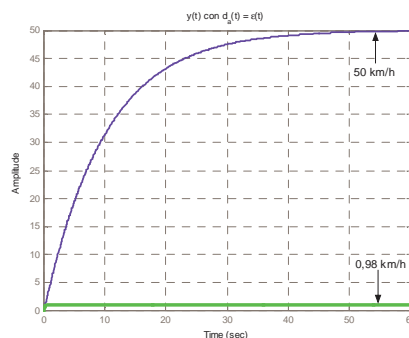
L4 - 5

La funzione di anello

Esempio: Cruise Control, $C(s)=1$



La velocità a regime è di 98 km/h → non raggiunge il valore desiderato di 100 km/h



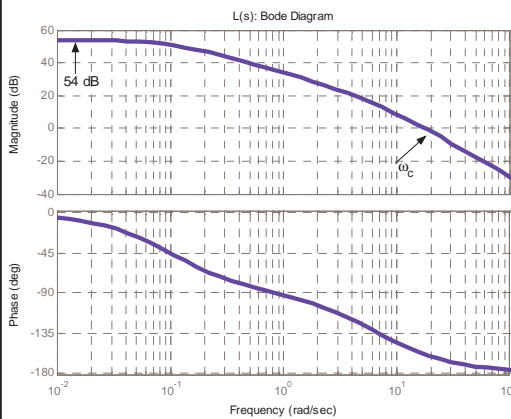
Il contributo del disturbo sull'uscita è Notevolmente ridotto

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 6

La funzione di anello

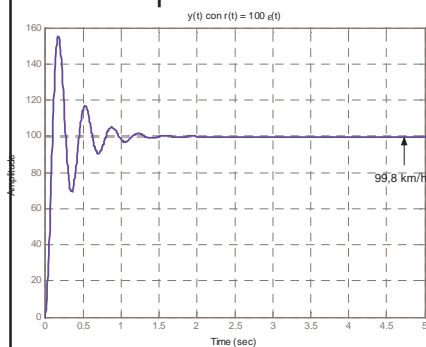
Esempio: Cruise Control, $C(s)=10$



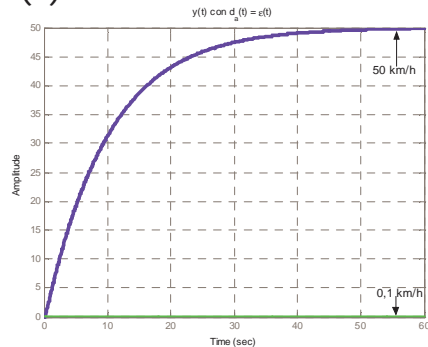
- Pulsazione di attraversamento ω_c (18 rad/s)
- Il modulo a bassa frequenza vale 54 dB

La funzione di anello

Esempio: Cruise Control, $C(s)=10$



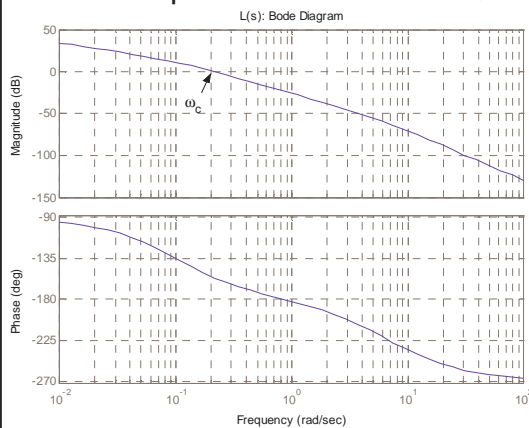
La velocità a regime è di 99.8 km/h → non raggiunge il valore desiderato di 100 km/h



Il contributo del disturbo sull'uscita è ulteriormente ridotto

La funzione di anello

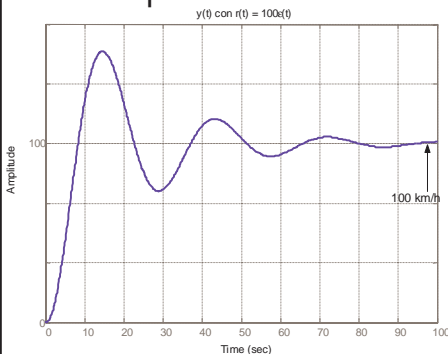
Esempio: Cruise Control, $C(s)=0.01/s$



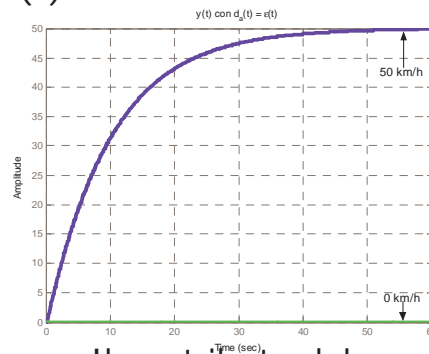
- Pulsazione di attraversamento ω_c (0.2 rad/s)
- Il modulo a bassa frequenza vale ∞ dB

La funzione di anello

Esempio: Cruise Control, $C(s)=0.01/s$



La velocità a regime è di 100 km/h → raggiunge il valore desiderato di 100 km/h



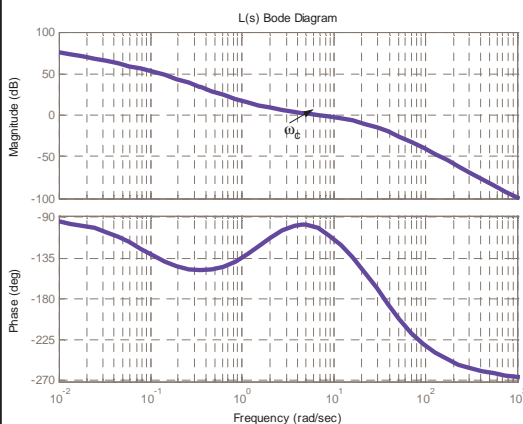
Il contributo del disturbo sull'uscita è annullato

La funzione di anello $L(j\omega)$

- Il valore del modulo a bassa frequenza stabilisce la precisione in regime permanente
- Aumentare troppo il modulo della funzione di anello a bassa frequenza può compromettere le caratteristiche di precisione in regime transitorio
- se si desidera mantenere alto il valore del modulo della funzione di anello a bassa frequenza occorre modificare e complicare la forma di $C(s)$

La funzione di anello

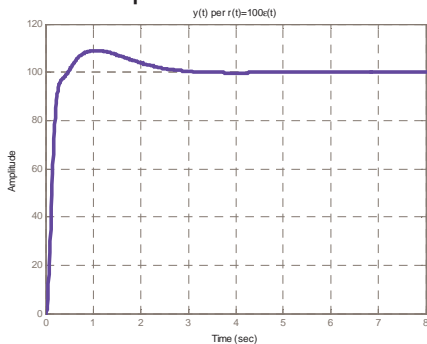
Esempio: Cruise Control, $C(s) = 1.23(1+s/2)^2 / (s(1+s/33)^2)$



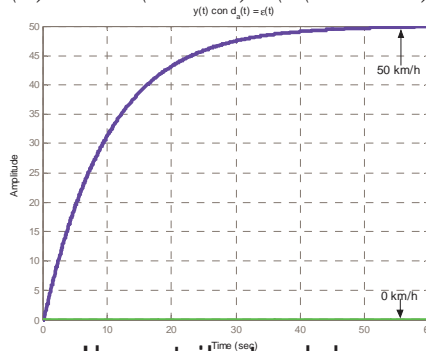
- Pulsazione di attraversamento ω_c (6 rad/s)
- Il modulo a bassa frequenza vale ∞ dB

La funzione di anello

Esempio: Cruise Control, $C(s) = 1.23(1+s/2)^2 / (s(1+s/33)^2)$



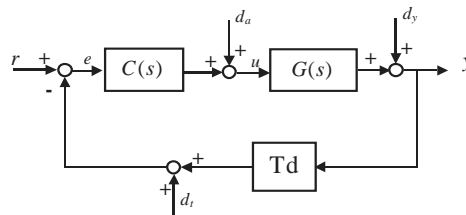
La velocità a regime è di 100 km/h



Il contributo del disturbo sull'uscita è annullato

La funzione ad anello chiuso

- Funzione ad anello chiuso: $T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$



- Descrive per $Td = 1$, il comportamento tra il riferimento e l'uscita ($y(s)/r(s)$)
- Descrive, per $Td = 1$ e a meno di un segno, il comportamento, tra il rumore di misura e l'uscita ($y(s)/d_i(s)$)

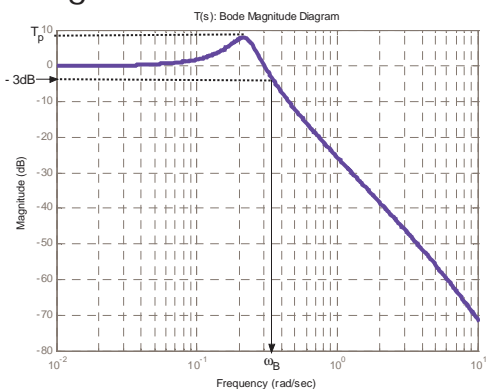
La funzione ad anello chiuso

- Funzione ad anello chiuso:

Esempio: Cruise Control, $C(s)=0.01/s$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

Diagramma di Bode del modulo



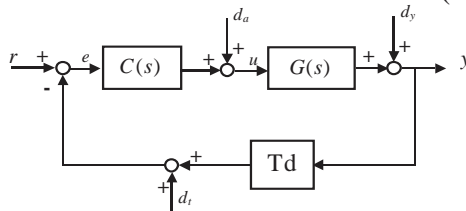
- Banda passante ω_B è la pulsazione per cui il modulo della funzione di anello vale - 3 dB (0.32 rad/s)
- Picco di risonanza T_p è il massimo valore del modulo

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 15

La funzione di sensibilità

- Funzione di sensibilità: $S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$



- Descrive per $T_d=1$, il comportamento tra il riferimento ed errore ($e(s)/r(s)$)
- Descrive, per $T_d=1$, il comportamento, tra il disturbo sull'uscita e l'uscita ($y(s)/d_y(s)$)

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 16

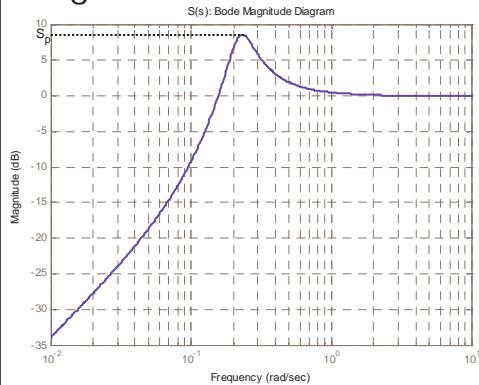
La funzione di sensibilità

- Funzione ad anello chiuso:

Esempio: Cruise Control, $C(s)=0.01/s$

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$$

Diagramma di Bode del modulo



- Picco di risonanza S_p è il massimo valore del modulo

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 17

Altre funzioni di interesse per lo studio di sistemi retroazionati

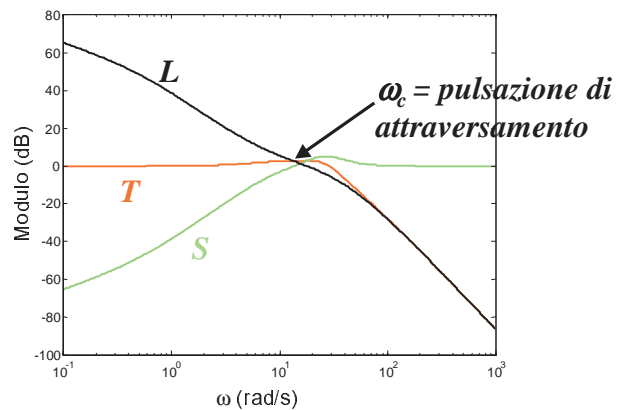
- effetto del disturbo d_a sull'uscita: $T_{d_a,y}(s) = \frac{G(s)}{1 + L(s)}$
- effetto del riferimento sul comando (funzione di sensibilità del controllo): $R(s) = \frac{C(s)}{1 + L(s)}$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 18

Relazioni approssimate anello aperto / anello chiuso

Andamenti tipici delle funzioni $L(j\omega)$, $T(j\omega)$ e $S(j\omega)$



Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 19

Relazioni approssimate anello aperto / anello chiuso

- Andamento tipico di $|L(j\omega)|$:
- a bassa frequenza ($\omega \ll \omega_c$), $|L(j\omega)| \gg 1$
- ad alta frequenza ($\omega \gg \omega_c$), $|L(j\omega)| \ll 1$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 20

Relazioni approssimate anello aperto / anello chiuso

- Legami (approssimati) tra $L(j\omega)$, $T(j\omega)$ e $S(j\omega)$

$$\begin{cases}
 \text{A bassa frequenza:} \\
 |L(j\omega)| \gg 1
 \end{cases}
 \begin{cases}
 |S(j\omega)| = \left| \frac{1}{1+L(j\omega)} \right| \underset{|L(j\omega)| \gg 1}{\approx} \frac{1}{|L(j\omega)|} \\
 |T(j\omega)| = \left| \frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| \underset{|L(j\omega)| \gg 1}{\approx} 1
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 \text{Ad alta frequenza:} \\
 |L(j\omega)| \ll 1
 \end{cases}
 \begin{cases}
 |T(j\omega)| = \left| \frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| \underset{|L(j\omega)| \ll 1}{\approx} |L(j\omega)| \\
 |S(j\omega)| = \left| \frac{1}{1+L(j\omega)} \right| \underset{|L(j\omega)| \ll 1}{\approx} 1
 \end{cases}$$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 21

Relazioni anello aperto / anello chiuso

- Legame tra $L(j\omega)$ e $T(j\omega)$

- è possibile dedurre il comportamento di $T(j\omega)$ a partire da quello di $L(j\omega)$?

$$T(j\omega) = M(\omega)e^{j\phi(\omega)} = \frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \underset{L(j\omega)=u+jv}{=} \frac{u+jv}{1+u+jv}$$

$$M(\omega) = \left| \frac{u+jv}{1+u+jv} \right| = \sqrt{\left(u - \frac{M^2(\omega)}{1-M^2(\omega)} \right)^2 + v^2} = \left(\frac{M(\omega)}{1-M^2(\omega)} \right)^2$$

- Nel piano $u, v \rightarrow$ circonferenza di centro $C=(M^2/(1-M^2), 0)$ e raggio $r = |M/(1-M^2)|$

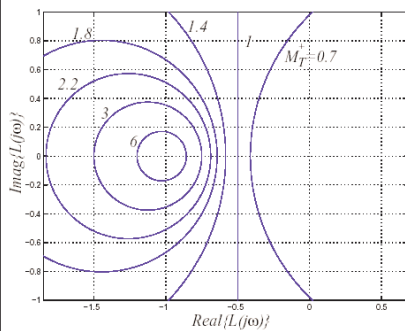
Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 22

Relazioni anello aperto / anello chiuso

Legame tra $L(j\omega)$ e $T(j\omega)$

nel piano $u=Re(L(j\omega))$, $v=Im(L(j\omega))$ i luoghi a modulo di $T(j\omega) = M$ costante sono circonferenze dette "cerchi M_T ".



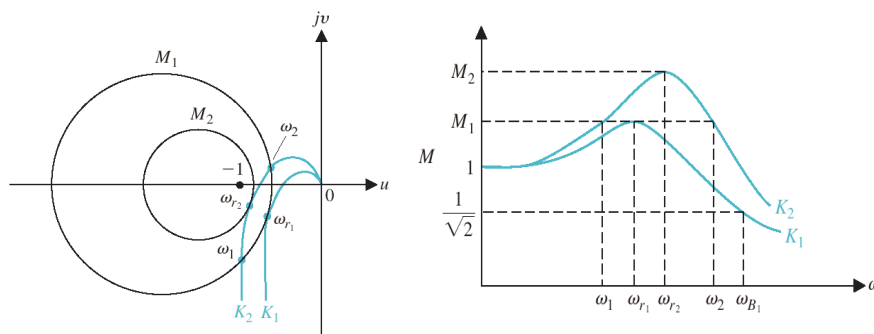
I cerchi M_T hanno "dimensioni" via via più piccole mano a mano che aumenta il modulo.

I cerchi M_T riportati sul piano di Nyquist rappresentano una scala di lettura per il modulo di $T(j\omega)$

Relazioni anello aperto / anello chiuso

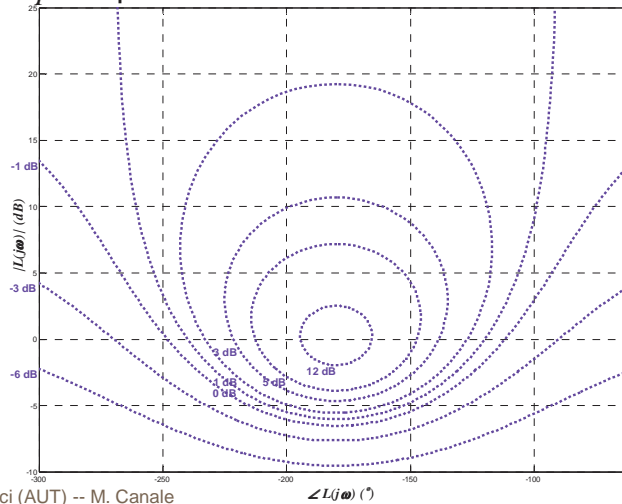
Legame tra $L(j\omega)$ e $T(j\omega)$

è quindi possibile leggere direttamente sul diagramma polare di $L(j\omega)$ l'andamento del modulo di $T(j\omega)$



Relazioni anello aperto / anello chiuso

- Luoghi M_T sul piano di Nichols



Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 25

Relazioni anello aperto / anello chiuso

- Legame tra $L(j\omega)$ e $S(j\omega)$**
- è possibile dedurre il comportamento di $S(j\omega)$ a partire da quello di $L(j\omega)$?

$$S(j\omega) = M_S(\omega)e^{j\phi(\omega)} = \frac{1}{1+L(j\omega)} \stackrel{L(j\omega)=u+jv}{=} \frac{1}{1+u+jv}$$

$$M_S(\omega) = \left| \frac{1}{1+u+jv} \right| \quad (u+1)^2 + v^2 = \frac{1}{M_S^2(\omega)}$$

- Nel piano $u, v \rightarrow$ circonferenza di centro $C=(-1,0)$ e raggio $r = 1/M_S$

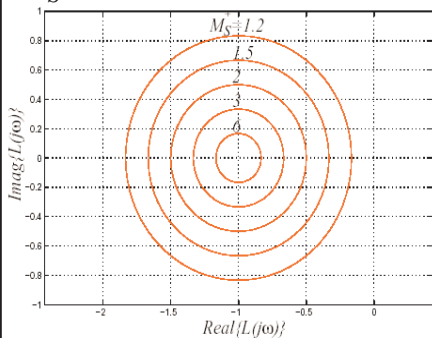
Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 26

Relazioni anello aperto / anello chiuso

- Legame tra $L(j\omega)$ e $S(j\omega)$

- nel piano $u=Re(L(j\omega))$, $v=Im(L(j\omega))$ i luoghi a modulo di $S(j\omega) = M_S$ costante sono circonferenze dette "cerchi M_S ".



- I cerchi M_S hanno "dimensioni" via via più piccole mano a mano che aumenta il modulo.

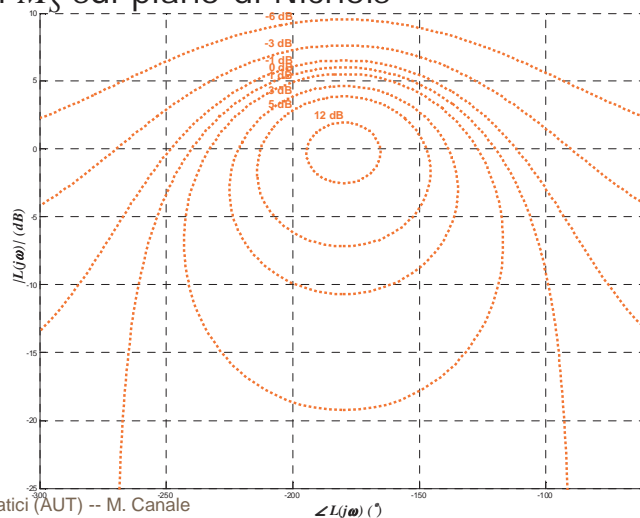
- I cerchi M_S riportati sul piano di Nyquist rappresentano una scala di lettura per il modulo di $S(j\omega)$

Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 27

Relazioni anello aperto / anello chiuso

- Luoghi M_S sul piano di Nichols



Controlli Automatici (AUT) -- M. Canale

L4 - 28